

Grundkompetenz AN3 Ableitungsfunktion und Stammfunktion

Beispiele aus Maturaterminen Mai 2024 – Mai 2025
(AHS, BHS, Kompensationsprüfungen AHS)

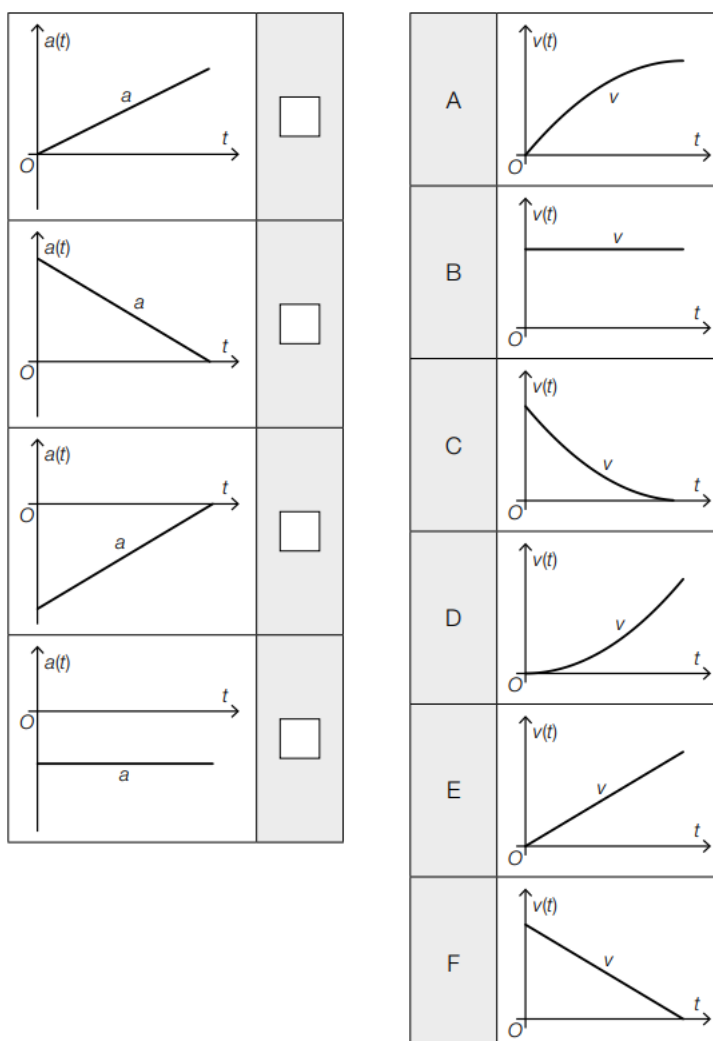
TYP-1:

Geschwindigkeit und Beschleunigung

In den unten stehenden Abbildungen sind vier Graphen von Beschleunigungsfunktionen und sechs Graphen von Geschwindigkeitsfunktionen in Abhängigkeit von der Zeit t dargestellt (jeweils im gleichen Zeitraum).

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Graphen von Beschleunigungsfunktionen jeweils den zugehörigen Graphen der Geschwindigkeitsfunktion aus A bis F zu.



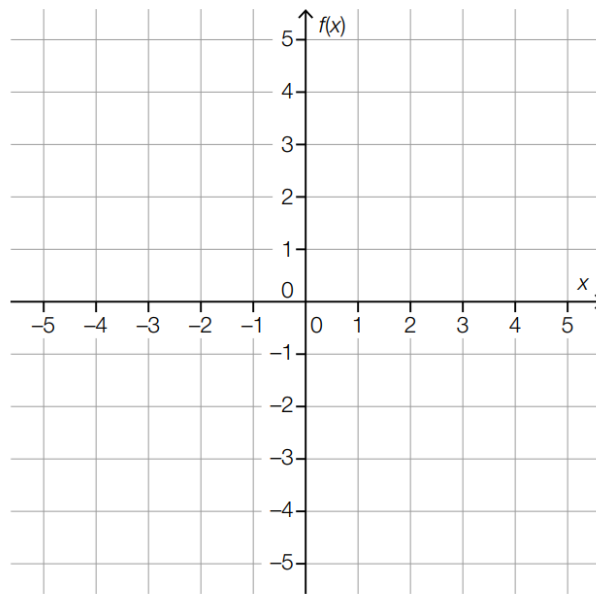
Polynomfunktion dritten Grades

Gegeben ist eine Polynomfunktion 3. Grades f , für die gilt:

- $f(1) = 2$
- $f'(1) = 0$
- $f''(1) = 0$

Aufgabenstellung:

Skizzieren Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Funktionsgraphen einer solchen Polynomfunktion 3. Grades.



Differenzieren

Gegeben sind die Polynomfunktionen f , g und h .

Es gilt für alle $x \in \mathbb{R}$:

$$h(x) = f(x) + 2 \cdot g(x)$$

$$f(2) = 1, \quad f'(2) = 3$$

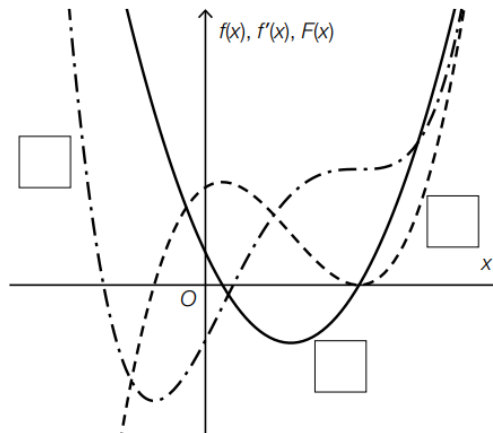
$$g(2) = 1, \quad g'(2) = -2$$

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie $h'(2)$.

Ableitungsfunktion und Stammfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der differenzierbaren Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, den Graphen ihrer Ableitungsfunktion f' und den Graphen einer Stammfunktion F von f .

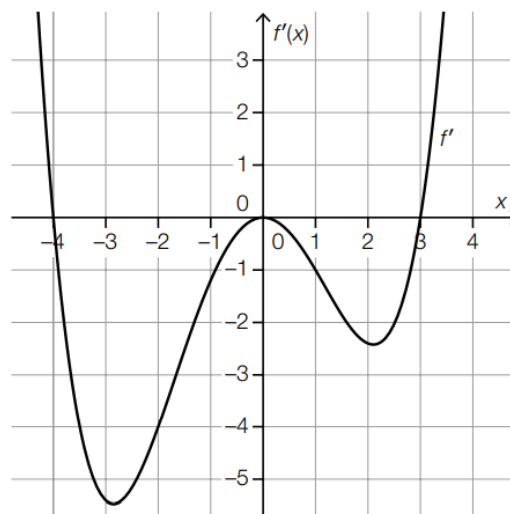


Aufgabenstellung:

Tragen Sie in der obigen Abbildung f , f' und F in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

Ableitungsfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer Polynomfunktion f .



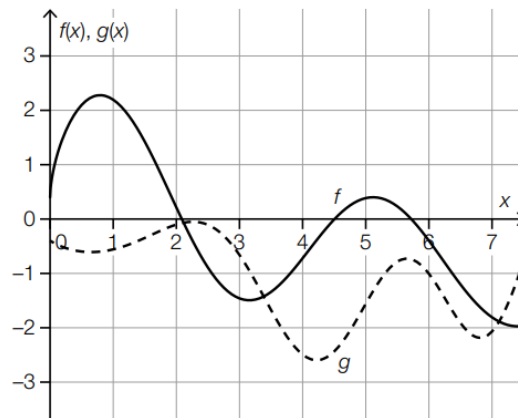
Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

Die Funktion f hat im Intervall $[-4; 3]$ mindestens 3 lokale Extremstellen.	☐
Die Funktion f ist im Intervall $(-4; 0)$ streng monoton fallend.	☐
Die Funktion f hat mindestens 3 Wendestellen.	☐
Die Funktion f hat im Intervall $[-4; 3]$ mindestens 3 Nullstellen.	☐
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ eine lokale Maximumstelle.	☐

Ableitungen zweier Funktionen

Nachstehend sind die Graphen der zwei zweimal differenzierbaren reellen Funktionen f und g dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

$g'(1) > 1$	☐
$f'(3) > g'(3)$	☐
$f'(5) > g'(5)$	☐
$f''(1) > g''(1)$	☐
$f''(3) > g''(3)$	☐

Eigenschaften von quadratischen Funktionen

Gegeben sind zwei quadratische Funktionen f und h .

Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $f'(x) = h'(x)$ und $f(x), h(x) > 0$

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden auf jeden Fall zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $h''(x) < 0$	☐
h' ist streng monoton fallend.	☐
Es gibt eine Zahl $c \in \mathbb{R}$ so, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $f(x) - h(x) = c$	☐
h' ist eine lineare Funktion, deren Graph durch den Punkt $(0 0)$ verläuft.	☐
f' hat eine Nullstelle.	☐

Aufgaben BHS – Matura

Lösungen Aufgabenpool BHS: <https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM>

Blutzuckerwerte

Viele Menschen müssen ihre Blutzuckerwerte regelmäßig messen. Der Blutzuckerwert wird üblicherweise in der Einheit Milligramm pro Deziliter (mg/dl) angegeben.

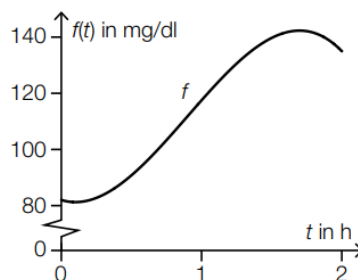
a) Lisa und Nino messen ihre Blutzuckerwerte durchgehend mittels eines Sensors am Oberarm.

Der Verlauf des Blutzuckerwerts von Lisa in einem Zeitraum von 2 Stunden kann näherungsweise durch die Polynomfunktion f beschrieben werden.

$$f(t) = -29,9 \cdot t^3 + 80,7 \cdot t^2 - 15,3 \cdot t + 82 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 2$$

t ... Zeit in h

$f(t)$... Blutzuckerwert von Lisa zur Zeit t in mg/dl

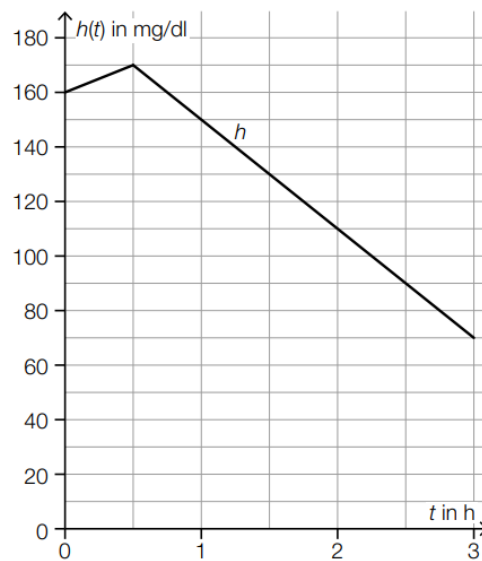


- 1) Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem der Blutzuckerwert von Lisa am stärksten steigt. Geben Sie das Ergebnis in Minuten an.

[0/1½/1 P.]

Blutzuckerwerte

- b) Der Verlauf des Blutzuckerwerts von Fiona in einem Zeitraum von 3 Stunden kann näherungsweise durch die abschnittsweise definierte Funktion h beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



t ... Zeit in h

$h(t)$... Blutzuckerwert von Fiona zur Zeit t in mg/dl

- 1) Vervollständigen Sie die nachstehende Funktionsgleichung der 1. Ableitungsfunktion h' durch Eintragen der fehlenden Zahlen.

$$h'(t) = \begin{cases} \boxed{} & \text{für } 0 < t < 0,5 \\ \boxed{} & \text{für } 0,5 < t < 3 \end{cases}$$

[0/1/2/1 P.]

Kompensation AHS

<https://www.mathago.at/kompensationspruefung-loesungen/>

Mai 2025, Prüfung 1: Steinwurf

- a) Selina wirft einen Stein ins Wasser. Die Höhe des Steines über der Wasseroberfläche in Abhängigkeit von der Zeit kann modellhaft durch die Funktion h_1 beschrieben werden.

$$h_1(t) = -5 \cdot t^2 + 3 \cdot t + 10$$

t ... Zeit in s mit $t = 0$ für den Zeitpunkt des Abwurfs

$h_1(t)$... Höhe des Steines über der Wasseroberfläche zum Zeitpunkt t in m

- 1) Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem sich der Stein in einer Höhe von 1 m über der Wasseroberfläche befindet.

Für den Zeitpunkt t_1 gilt:

$$h_1(t_1) = 0$$

$$h_1'(t_1) \approx -14,46$$

- 2) Interpretieren Sie die Zahl $-14,46$ im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

- b) Deniz wirft ebenfalls einen Stein ins Wasser. Die Höhe dieses Steines über der Wasseroberfläche in Abhängigkeit von der Zeit kann modellhaft durch die Funktion h_2 beschrieben werden.

$$h_2(t) = -5 \cdot t^2 + b \cdot t + c$$

t ... Zeit in s mit $t = 0$ für den Zeitpunkt des Abwurfs

$h_2(t)$... Höhe des Steines über der Wasseroberfläche zum Zeitpunkt t in m

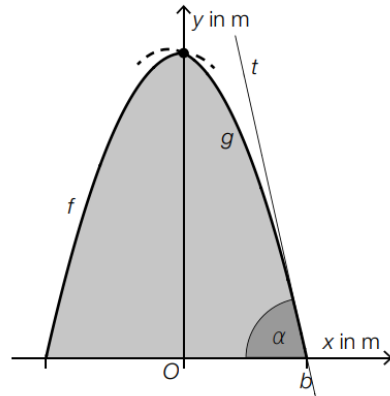
Nach 0,4 s hat der Stein seine maximale Höhe von 3,8 m über der Wasseroberfläche erreicht.

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten b und c .

Mai 2025, Prüfung 2: Weidentunnel

- b) Für die Funktion g gilt:
 $g(x) = -2,5 \cdot x^2 - 0,5 \cdot x + 2$ mit $x \geq 0$

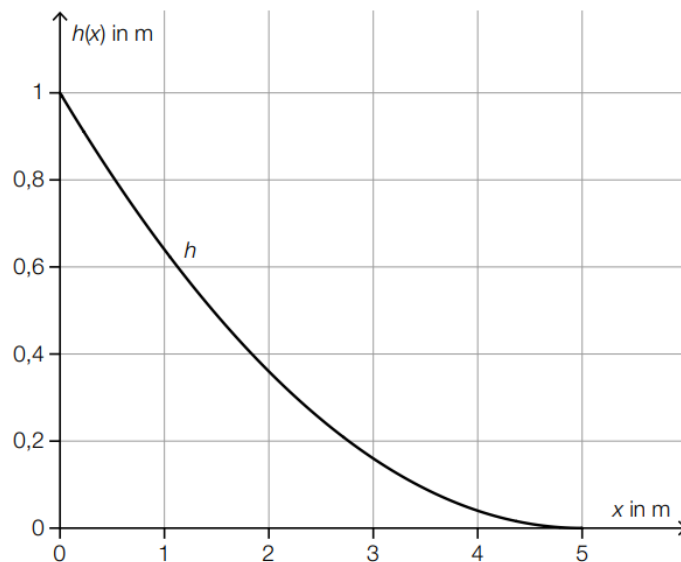
An der Stelle b schließt die Tangente t an den Graphen von g mit der x -Achse den Winkel α ein (siehe nebenstehende Abbildung).



- 1) Berechnen Sie α .

Jänner 2025, Prüfung 1: Wasserkanal

- c) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Polynomfunktion h dargestellt.



- 1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

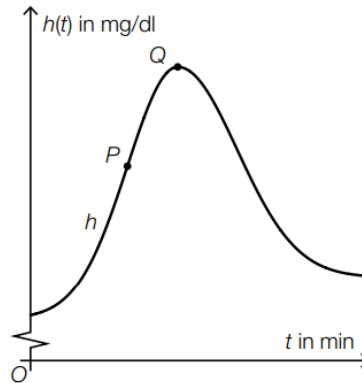
Für die Polynomfunktion h im Intervall $[1; 4]$ gilt: ① _____ und ② _____.

①	
$h'(x) < 0$	☐
$h'(x) = 0$	☐
$h'(x) > 0$	☐

②	
$h''(x) < 0$	☐
$h''(x) = 0$	☐
$h''(x) > 0$	☐

Juni 2024, Prüfung 2: Bananen

- c) Tanja beobachtet ihren Blutzuckerspiegel. Der zeitliche Verlauf des Blutzuckerspiegels nach dem Essen einer Banane kann modellhaft durch die Polynomfunktion 4. Grades h beschrieben werden.



t ... Zeit in min mit $t = 0$ für den Beobachtungsbeginn
 $h(t)$... Blutzuckerspiegel zur Zeit t in mg/dl

Auf dem Graphen der Funktion h sind die zwei Punkte $P = (t_P | h(t_P))$ und $Q = (t_Q | h(t_Q))$ eingezeichnet.

- 1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Im Punkt P gilt: ① und im Punkt Q gilt: ②.

①	
$h'(t_P) > 0$	☐
$h'(t_P) = 0$	☐
$h'(t_P) < 0$	☐

②	
$h''(t_Q) > 0$	☐
$h''(t_Q) = 0$	☐
$h''(t_Q) < 0$	☐