Grundkompetenz AN1 Änderungsmaße

Beispiele aus Maturaterminen Mai 2024 – Mai 2025 (AHS, BHS, Kompensationsprüfungen AHS)

TYP-1:

Kontostand

Der Kontostand eines bestimmten Kontos beträgt € 187,50.

Von diesem Konto wird eine Rechnung in der Höhe von € 37,50 bezahlt.

Aufgabenstellung:

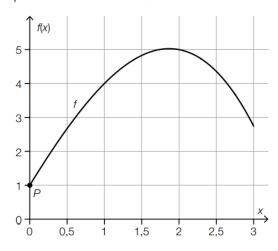
Berechnen Sie, um wie viel Prozent sich der Kontostand dieses Kontos durch Bezahlung der Rechnung vermindert.

Differenzenquotient

In der unten stehenden Abbildung sind der Graph der Funktion f und der Punkt $P=(0\,|\,1)$ dargestellt. Für den Punkt $Q=(x_1\,|\,y_1)$ auf dem Graphen von f gilt: Der Differenzenquotient von f im Intervall $[0;\,x_1]$ hat den Wert 2.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie auf dem Graphen von f den Punkt Q ein.



AN1: Änderungsmaße Seite 1 von 11

Preisunterschied

Ein bestimmtes Produkt kostet im örtlichen Geschäft x Euro, im Onlinehandel kostet es y Euro. Es gilt: x>y>0

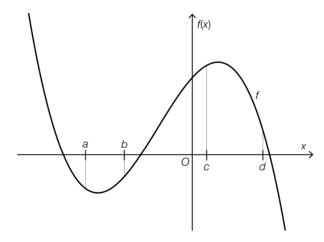
Der relative Anteil, um den das Produkt im örtlichen Geschäft teurer als im Onlinehandel ist, wird mit h bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie mithilfe von x und y eine Formel zur Berechnung von h auf.

Differenzen- und Differenzialquotient

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades f dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden auf die Funktion f zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}>0$	
$\frac{f(d)-f(c)}{d-c}>f'(c)$	
f'(b) < 0	
$\frac{f(c) - f(b)}{c - b} < 0$	
f'(d) < f'(c)	

CO₂-Emissionen

Die nachstehende Tabelle zeigt die Höhe der CO₂-Emissionen in Österreich für ausgewählte Jahre.

Jahr	1990	2005	2017	2018
CO ₂ -Emissionen in Millionen Tonnen	78,5	92,5	82,0	79,0

Aufgabenstellung:

Rerechnen	$Si\Delta$	حنام	Marta	dor	nachetahand	angegebenen	Größen
	OIC	aic	VVCILC	acı	Hach Stelle la	angegebenen	arober.

absolute Änderung der CO_2 -Emissionen von 2017 auf 2018: _____ Millionen Tonnen

relative Änderung der CO₂-Emissionen von 1990 auf 2005:

Bewegung eines Radfahrers

Die Polynomfunktion s beschreibt näherungsweise den zurückgelegten Weg eines Radfahrers in Abhängigkeit von der Zeit t (t in h, s(t) in km).

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Der Ausdruck $\lim_{t\to 2} \frac{s'(t)-s'(2)}{t-2}$ beschreibt _____ und der Ausdruck $\frac{s(t_2)-s(t_1)}{t_2-t_1}$ beschreibt _____ .

①	
die momentane Beschleunigung zum Zeitpunkt $t = 2$	
die momentane Geschwindig- keit zum Zeitpunkt $t = 2$	
den bis zum Zeitpunkt t = 2 zurückgelegten Weg	

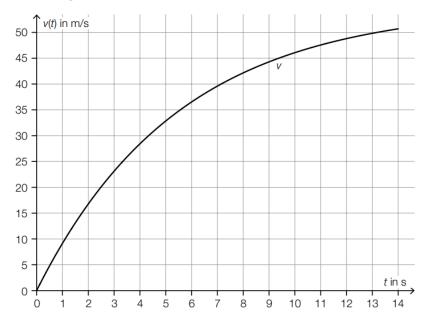
2	
die durchschnittliche Beschleunigung im Zeitintervall $[t_1; t_2]$	
die durchschnittliche Geschwindigkeit im Zeitintervall $[t_1; t_2]$	
den im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ zurückgelegten Weg	

Fallschirmsprung

Die Geschwindigkeit einer Fallschirmspringerin bei einem bestimmten Fallschirmsprung in Abhängigkeit von der Zeit t lässt sich für das Intervall [0; 14] durch die differenzierbare Funktion v modellieren (t in s, v(t) in m/s). Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen von v.

Aufgabenstellung:

Kennzeichnen Sie in der Abbildung den Zeitpunkt t_1 , zu dem die Beschleunigung der Fallschirmspringerin 5 m/s² beträgt.



TYP-2:

Garten

b) In einem Garten wurde eine Fichte gepflanzt. Die Höhe dieser Fichte in Abhängigkeit von der Zeit *t* kann durch die Funktion *h* modelliert werden.

$$h(t) = \frac{35}{1 + 7 \cdot e^{-0.06 \cdot t}} - 4$$

t ... Zeit in Jahren mit t = 0 für den Zeitpunkt der Pflanzung h(t) ... Höhe der Fichte zum Zeitpunkt t in m

Die Höhe der Fichte nähert sich gemäß diesem Modell für unbeschränkt größer werdende t beliebig nahe dem Wert G an.

Es gilt: $G = \lim_{t \to \infty} h(t)$

1) Geben Sie G an.

$$G = \underline{\hspace{1cm}} m$$

[0/1 P.]

Hotel

Die Temperatur in der Sauna in Abhängigkeit von der Zeit t kann durch die Funktion T: [0; 15] $\to \mathbb{R}^+$, $t \mapsto T(t)$ modelliert werden (t in min, T(t) in °C).

Für die zwei Zeitpunkte t_A , $t_B \in (0; 15)$ mit $t_A < t_B$ gilt: $T(t_A) > T(t_B)$

2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. [0/½/1 P.]

Der Differenzenquotient der Funktion T im Intervall $[t_A; t_B]$ gibt in jedem Fall

in diesem Intervall an; dieser Differenzenquotient ist in jedem Fall

2
.

①	
die mittlere Änderungsrate der Temperatur in °C/min	
die momentane Änderungsrate der Temperatur in °C/min	
die mittlere Temperatur in °C	

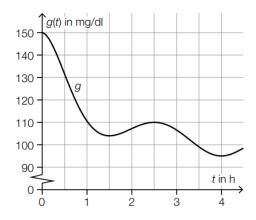
2	
negativ	
positiv	
gleich null	

Aufgaben BHS – Matura

Lösungen Aufgabenpool BHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM

Blutzuckerwerte

Der Verlauf des Blutzuckerwerts von Nino kann näherungsweise durch die Polynomfunktion g beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



t ... Zeit in h

g(t) ... Blutzuckerwert von Nino zur Zeit t in mg/dl

2) Kreuzen Sie die nicht zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

[0/1 P.]

$g'(0,5) < \frac{g(2,5) - g(0)}{2,5}$	
$\frac{g(2,5) - g(2)}{0,5} > 0$	
$\frac{g(4) - g(2,5)}{1,5} > g'(2)$	
g'(1,5) > g'(3,5)	
$\frac{g(4)-g(1)}{3}<0$	

Tomaten

a) In der nachstehenden Tabelle sind die Erntemengen an Tomaten in Österreich für einige ausgewählte Jahre angegeben.

Jahr	Erntemenge in Kilotonnen
2002	29,9
2005	35,3
2014	57,3

 Zeigen Sie mithilfe des Differenzenquotienten, dass zwischen der Zeit und der Erntemenge kein linearer Zusammenhang besteht.

AN1: Änderungsmaße

Kompensation AHS

https://www.mathago.at/kompensationspruefung-loesungen/

Mai 2025, Prüfung 2: Getränke aus dem Kühlschrank

b) Ein anderes Getränk wird ebenfalls aus einem Kühlschrank entnommen und in einen Raum mit einer höheren Temperatur als im Kühlschrank gestellt. Der zeitliche Verlauf der Temperatur dieses Getränks kann durch die Funktion *g* modelliert werden.

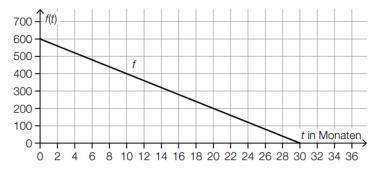
$$g(t) = 20 - 16 \cdot 0,625^{\frac{t}{5}}$$

- t ... Zeit in min mit t = 0 für den Zeitpunkt der Entnahme aus dem Kühlschrank g(t) ... Temperatur des Getränks zum Zeitpunkt t in °C
- 1) Berechnen Sie die momentane Änderungsrate der Temperatur des Getränks 15 min nach der Entnahme aus dem Kühlschrank. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

Mai 2025, Prüfung 4: Arbeitsplätze

Manche Unternehmen bauen Arbeitsplätze ab, andere Unternehmen erhöhen die Anzahl der Arbeitsplätze.

a) In der nachstehenden Abbildung ist für ein bestimmtes Unternehmen die zeitliche Entwicklung der Anzahl der Arbeitsplätze modellhaft durch den Graphen der linearen Funktion *f* dargestellt.

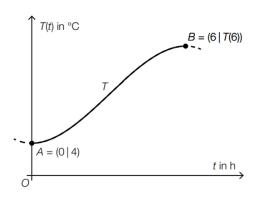


- t ... Zeit in Monaten
- f(t) ... Anzahl der Arbeitsplätze zum Zeitpunkt t
- 2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{f(25) - f(20)}{f(20)} = -0.5$$

Jänner 2025, Prüfung 2: Temperatur

b) Der Temperaturverlauf an einem bestimmten Tag wird durch die Polynomfunktion 3. Grades T beschrieben (siehe nebenstehende Abbildung).



Die mittlere Änderungsrate der Temperatur im Zeitintervall [0; 6] beträgt 2 °C/h.

1) Berechnen Sie T(6).

In den Punkten A und B ist die momentane Änderungsrate der Polynomfunktion 3. Grades T null.

2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Die Ableitungsfunktion T' hat _____ und ___

\cup	

_
(<)

1	
keine Nullstelle	
genau eine Nullstelle	
zwei Nullstellen	

2	
einen Tiefpunkt	
einen Hochpunkt	
einen Wendepunkt	

Oktober 2024, Prüfung 1: Pilze

Die zeitliche Entwicklung der Masse eines anderen Pilzes kann durch die Funktion m beschrieben werden.

 $t \dots$ Zeit in h mit t = 0 für den Beginn der Messung m(t) ... Masse des Pilzes zum Zeitpunkt t in g

2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$$m'(0) = 0,5$$

Juni 2024, Prüfung 3: Unkrautvernichtungsmittel

Unkrautvernichtungsmittel werden unter anderem in der Landwirtschaft eingesetzt. Im Ackerboden erfolgt der Abbau von Unkrautvernichtungsmitteln annähernd exponentiell.

a) Die Funktion *m* beschreibt modellhaft die in einem Ackerboden pro Quadratmeter vorhandene Menge eines bestimmten Unkrautvernichtungsmittels in Abhängigkeit von der Zeit.

$$m(t) = a \cdot b^t$$

- $t \dots$ Zeit in Tagen mit t = 0 für den Beginn des Messzeitraums
- m(t) ... Menge des Unkrautvernichtungsmittels in einem Ackerboden pro Quadratmeter zum Zeitpunkt t in g
- a, b ... positive Parameter
- 1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der mittleren Änderungsrate D der Menge des Unkrautvernichtungsmittels im Zeitintervall [2; t_1] auf.

Juni 2024, Prüfung 3: Holundersirup

a) Monika kocht Sirup aus Zucker, Wasser und Holunderblüten.

Die Masse des gelösten Zuckers in einem Kilogramm Wasser ist abhängig von der Temperatur des Wassers und kann durch die quadratische Funktion Z_1 modelliert werden.

$$Z_1(x) = 0.3 \cdot x^2 - 0.3 \cdot x + c$$
 mit $20 \le x \le 100$

x ... Temperatur des Wassers in °C

 $Z_1(x)$... Masse des gelösten Zuckers bei der Temperatur x in g

c ... Parameter

Bei einer Temperatur von 20 °C beträgt die Masse des gelösten Zuckers in einem Kilogramm Wasser 2000 g.

1) Berechnen Sie den Parameter c.

Monika berechnet:

$$\frac{Z_1(30) - Z_1(20)}{Z_1(20)} \approx 0,074$$

2) Interpretieren Sie die Zahl 0,074 im gegebenen Sachzusammenhang.

Juni 2024, Prüfung 4: Wölfe in Österreich

b) Für die Region B modelliert die Wildtierbiologin die Anzahl der Wölfe mithilfe der Funktion w.

$$w(t) = 31 \cdot e^{0.285 \cdot t}$$

- $t \dots$ Zeit in Jahren mit t = 0 für den Beginn des Jahres 2022
- w(t) ... Anzahl der Wölfe zum Zeitpunkt t
- 1) Berechnen Sie die absolute Änderung der Anzahl der Wölfe in dieser Region vom Beginn des Jahres 2022 bis zum Beginn des Jahres 2027.
- c) Für die Region C modelliert die Wildtierbiologin die Anzahl der Wölfe mithilfe der Funktion u.
 - t ... Zeit in Jahren
 - u(t) ... Anzahl der Wölfe zum Zeitpunkt t

Die mittlere Änderungsrate der Anzahl der Wölfe im Zeitintervall [0; 3] ist um 25 % kleiner als die mittlere Änderungsrate der Anzahl der Wölfe im Zeitintervall [3; 7].

1) Stellen Sie mithilfe der Funktion *u* eine Gleichung zur Beschreibung dieses Sachverhalts auf

AN1: Änderungsmaße Seite 11 von 11