MISCHAUFGABEN AN1-AN4

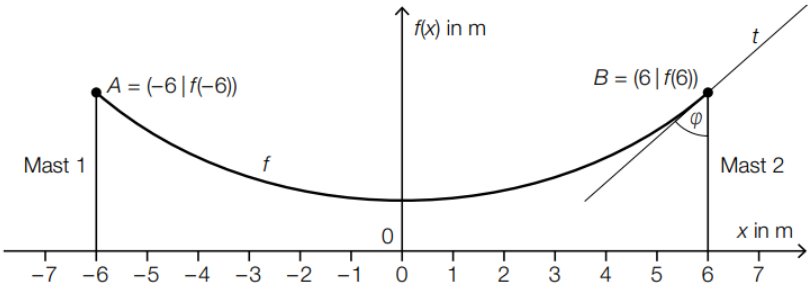
Beispiele aus Maturaterminen Mai 2024 – Mai 2025
(AHS, BHS, Kompensationsprüfungen AHS)

TYP-2:

Slackline

b) Eine Variante des Slacklinens ist das *Rodeolinen*, bei dem das Band nicht gespannt ist.
Die Funktion f: $[-6; 6] \to \mathbb{R}^+$, $x \mapsto f(x)$ gibt modellhaft die Höhe des Bandes über dem Boden an der Stelle x an (x in m, $f(x)$ in m).

Der Graph von f ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Der Mast 2 schließt mit der Tangente t an den Graphen von f im Aufhängungspunkt B den Winkel φ ein.

1) Stellen Sie eine Gleichung auf, die den Zusammenhang zwischen $f'(6)$ und φ beschreibt.
[0 / 1 P.]

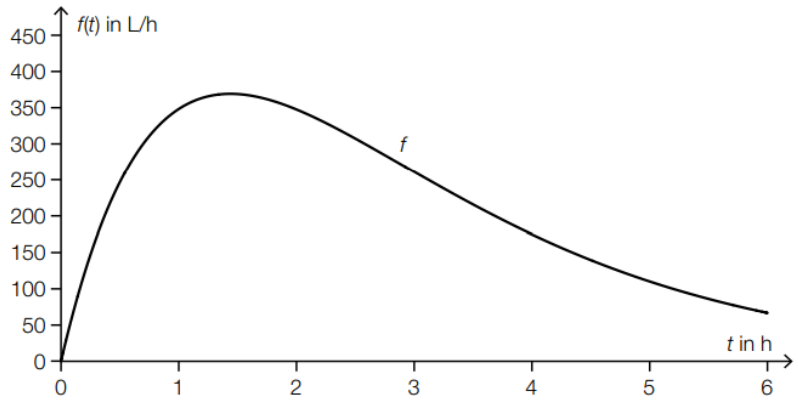
Hausdach

Aufgabenstellung:

a) Eine Regenwassertonne fängt das von einem Hausdach herabfließende Regenwasser auf. Ab Beginn eines mehrstündigen Regens kann die momentane Änderungsrate der Wassermenge in der Regenwassertonne modellhaft durch die Funktion f: $[0; 6] \to \mathbb{R}_0^+$, $t \mapsto f(t)$ beschrieben werden (t seit Beginn des Regens in h, $f(t)$ in L/h). Zu Beginn des Regens sind bereits 400 L Wasser in der Regenwassertonne.

1) Interpretieren Sie $400 + \int_0^6 f(t)\,dt$ im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit. *[0/1 P.]*

Der Graph der Funktion f ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt. Die Funktion f hat bei $t_1 = 1{,}4$ eine lokale Maximumstelle und bei $t_2 = 2{,}9$ eine Wendestelle.



Die Funktion F: $[0; 6] \to \mathbb{R}_0^+$, $t \mapsto F(t)$ mit $F(0) = 400$ ist eine Stammfunktion von f (t in h, $F(t)$ in L).

2) Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]* *[0/1 P.]*

F ist streng monoton steigend.	☐
F hat bei $t_1 = 1{,}4$ den Funktionswert 370.	☐
Der Graph von F ändert bei $t_1 = 1{,}4$ das Krümmungsverhalten.	☐
Der Graph von F hat bei $t_1 = 1{,}4$ eine horizontale Tangente.	☐
F hat bei $t_2 = 2{,}9$ eine lokale Maximumstelle.	☐

Bungee-Jumping

Bungee-Jumping ist eine Extremsportart, bei der man von einer Absprungplattform in großer Höhe an einem elastischen Seil befestigt in die Tiefe springt.

Aufgabenstellung:

a) Sabine unternimmt einen Bungeesprung. Dabei schwingt sie am Seil mehrmals auf und ab.

Ihre Höhe über dem Boden in Abhängigkeit von der Zeit t wird modellhaft durch die Funktion h: $\mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}^+$ beschrieben.

$$h(t) = a \cdot \left(e^{-0{,}03 \cdot t} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot t}{6}\right) + 1\right)$$

t ... Zeit nach dem Absprung in s
$h(t)$ ... Höhe über dem Boden zum Zeitpunkt t in m
a ... positiver Parameter

Zum Zeitpunkt $t = 0$ springt Sabine von der Absprungplattform in 90 m Höhe über dem Boden in die Tiefe.

1) Berechnen Sie den Parameter a. *[0 / 1 P.]*

Die gesamte Zeitdauer, in der sich Sabine während des Bungeesprungs in einer Höhe von mehr als 70 m über dem Boden befindet, wird mit d bezeichnet.

2) Ermitteln Sie d in Sekunden. *[0 / 1 P.]*

Nach Erreichen des tiefsten Punktes wird Sabine vom Seil wieder nach oben gezogen, bevor sie erneut fällt.

3) Berechnen Sie, wie viele Meter Sabine dabei nach oben gezogen wird. *[0 / 1 P.]*

Zum Zeitpunkt t_1 ist Sabines (vertikale) Fallgeschwindigkeit maximal.

4) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0 / ½ / 1 P.]*

Für den Zeitpunkt t_1 gilt _____①_____;
die Fallgeschwindigkeit kann mit _____②_____ berechnet werden.

①	
$h''(t_1) > 0$	☐
$h''(t_1) < 0$	☐
$h''(t_1) = 0$	☐

②	
$h(t_1)$	☐
$\lvert h'(t_1) \rvert$	☐
$\int_0^{t_1} h(t)\,dt$	☐

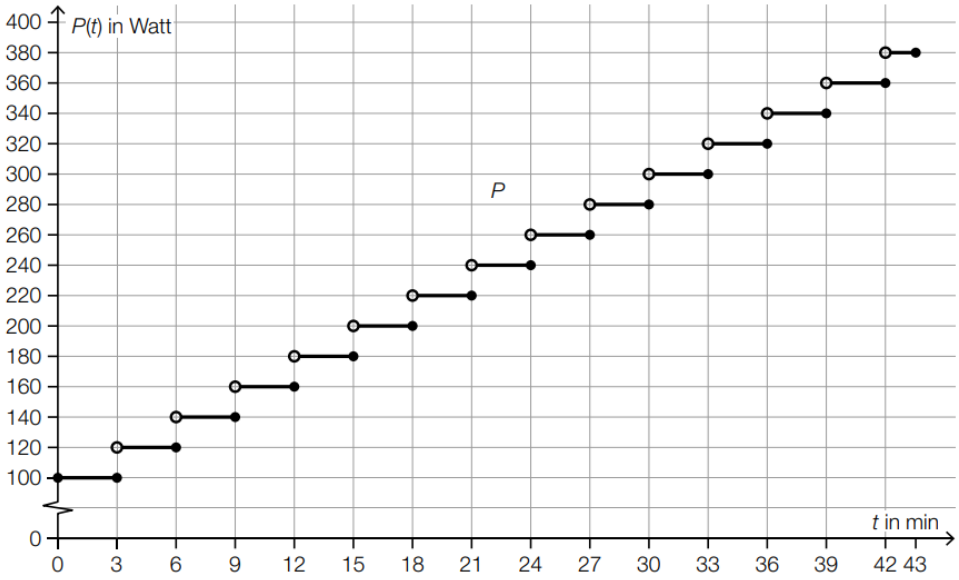
Belastungstests

Laktat ist ein Stoffwechselprodukt. Bei zunehmender körperlicher Belastung wird mehr Laktat im Körper produziert.
Bei Belastungstests werden unter anderem die Herzfrequenz und die Laktatkonzentration im Blut (in mmol/L) gemessen.

Aufgabenstellung:

a) Katharina unterzieht sich einem Belastungstest. Die Belastung wird bei diesem Test schrittweise erhöht, bis Katharina den Test nach 43 min abbricht.

Die Funktion P: $[0; 43] \to \mathbb{R}^+$, $t \mapsto P(t)$ beschreibt modellhaft die von Katharina erbrachte Leistung in Abhängigkeit von der Zeit t ab Beginn des Belastungstests (t in min, $P(t)$ in Watt). Der Graph von P ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Für die im Zeitintervall $[t_A; t_B]$ (in min) verrichtete Arbeit W (in Joule) gilt:
$W = 60 \cdot \int_{t_A}^{t_B} P(t)\,dt$

1) Berechnen Sie die von Katharina im Zeitintervall [30; 43] verrichtete Arbeit in Joule.
[0 / 1 P.]

Im Rahmen dieses Belastungstests wird die Laktatkonzentration in Katharinas Blut gemessen. Die Funktion c_1: $[0; 43] \to \mathbb{R}^+$ mit $c_1(t) = 1{,}13 + 4 \cdot 10^{-8} \cdot t^5$ beschreibt modellhaft die Laktatkonzentration in Abhängigkeit von der Zeit t ab Beginn des Belastungstests (t in min, $c_1(t)$ in mmol/L).

2) Ermitteln Sie diejenige Leistung (in Watt) während dieses Belastungstests, bei der eine Laktatkonzentration von 1,95 mmol/L erreicht wird. *[0 / 1 P.]*

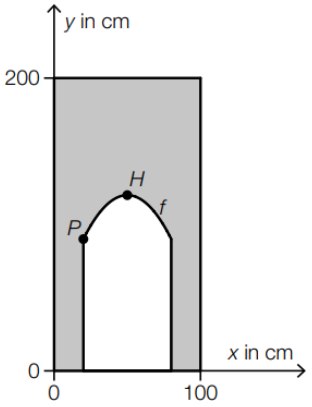
Aufgaben BHS – Matura

Lösungen Aufgabenpool BHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM

Kinderfreundliches Restaurant

Ein bestimmtes Restaurant hat bei seiner Einrichtung auf Kinderfreundlichkeit geachtet.

a) In der Tür zu den Toiletten des Restaurants gibt es eine zusätzliche Kindertür (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



Die obere Begrenzungslinie der Kindertür im Intervall [20; 80] kann näherungsweise durch den Graphen der quadratischen Funktion f mit dem Hochpunkt $H = (50 \mid 120)$ beschrieben werden.

Es werden 2 verschiedene Punkte $A = (x_A \mid y_A)$ und $B = (x_B \mid y_B)$ auf dem Graphen betrachtet, die sich auf gleicher Höhe befinden.

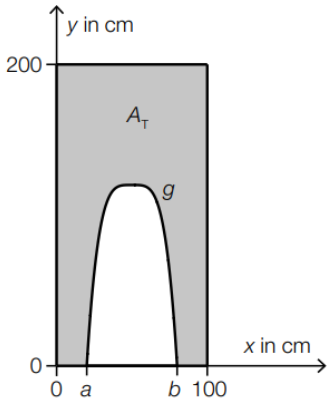
1) Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

$x_B = -x_A$	☐
$x_B = 120 + x_A$	☐
$x_B = 200 - x_A$	☐
$x_B = x_A$	☐
$x_B = 100 - x_A$	☐

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ verläuft auch durch den Punkt $P = (20 \mid 90)$.

2) Erstellen Sie mithilfe von P und H ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f. *[0/½/1 P.]*

b) Für den Zugang zur Spielecke des Restaurants wurde aus einer rechteckigen Platte ein Tor ausgeschnitten.



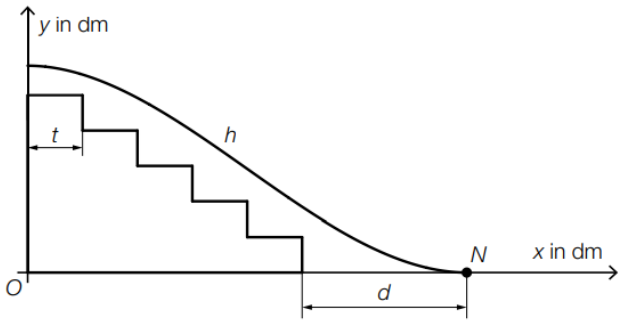
Die obere Begrenzungslinie des Tores kann näherungsweise durch den Graphen der Polynomfunktion g beschrieben werden (siehe nebenstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).

Der Inhalt der grau markierten Fläche wird mit A_T bezeichnet.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von A_T auf. Verwenden Sie dabei a, b und die Funktion g.

$A_T =$ _____ *[0 / 1 P.]*

c) Über einem Teil einer Treppe des Restaurants verläuft eine Rutsche (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung in der Ansicht von der Seite).



Das seitliche Profil der Rutsche wird näherungsweise durch den Graphen der Funktion h beschrieben.

$$h(x) = \frac{7}{4000} \cdot x^3 - \frac{21}{400} \cdot x^2 + 7$$

x ... horizontale Entfernung in dm
$h(x)$ ... Höhe über dem Boden an der Stelle x in dm

Der Punkt, in dem die Rutsche am steilsten ist, wird mit M bezeichnet.

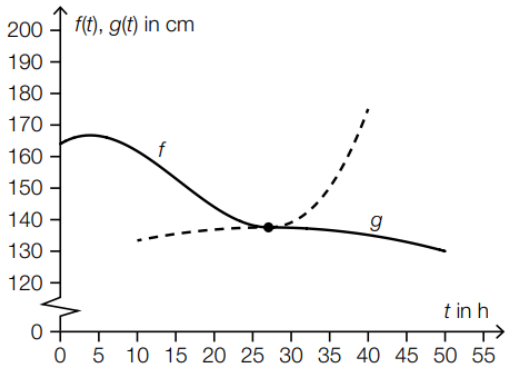
1) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes M. *[0 / 1 P.]*

Die Rutsche erreicht den Boden im Punkt N mit einem Abstand d zur Treppe. Alle Stufen haben die gleiche Tiefe $t = 25$ cm. (Siehe obige Abbildung.)

2) Berechnen Sie d. *[0 / 1 P.]*

Wasserstand

Zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs des gemessenen Wasserstands eines Flusses werden die Polynomfunktion 3. Grades f und die quadratische Funktion g verwendet (siehe nachstehende Abbildung).



t ... Zeit in h mit $t = 0$ für den Beginn der Messung
$f(t)$ ... Wasserstand zum Zeitpunkt t in cm mit $0 \leq t \leq 27{,}1$
$g(t)$ ... Wasserstand zum Zeitpunkt t in cm mit $27{,}1 \leq t \leq 50$

a) Es gilt: $f(t) = 0{,}00469 \cdot t^3 - 0{,}218 \cdot t^2 + 1{,}48 \cdot t + 164$

1) Berechnen Sie den Zeitpunkt t_1, zu dem der Wasserstand um 10 % niedriger als zu Beginn der Messung ist. *[0 / 1 P.]*

2) Berechnen Sie die momentane Änderungsrate des Wasserstands 10 h nach Beginn der Messung. Geben Sie das Ergebnis mit der zugehörigen Einheit an. *[0 / ½ / 1 P.]*

Zum Zeitpunkt t_2 gilt: $f'(t_2) = \frac{f(20) - f(0)}{20 - 0}$

3) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0 / 1 P.]*

Zum Zeitpunkt t_2 ist _____ ① _____ gleich groß wie _____ ② _____ im Intervall [0; 20].

①	
die prozentuelle Änderung des Wasserstands seit Beginn der Messung	☐
die momentane Änderungsrate des Wasserstands	☐
der Wasserstand	☐

②	
die mittlere Änderungsrate des Wasserstands	☐
die absolute Änderung des Wasserstands	☐
die relative Änderung des Wasserstands	☐

b) Man betrachtet die Polynomfunktion 3. Grades f und die quadratische Funktion g als Funktionen mit dem Definitionsbereich $\mathbb{R}$.

1) Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils eine Fortsetzung aus A bis D so zu, dass zutreffende Aussagen entstehen. *[0/½/1 P.]*

f	
g	

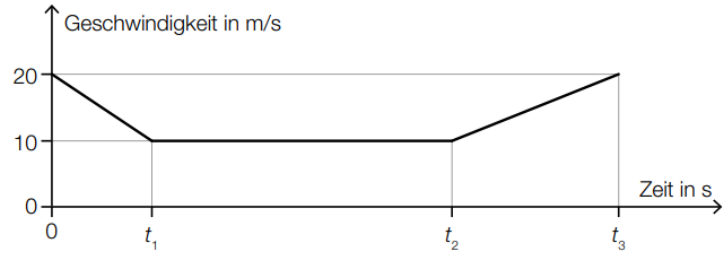
A	hat 2 Wendepunkte.
B	hat genau 1 Extremstelle.
C	ist im gesamten Definitionsbereich positiv gekrümmt.
D	nimmt beliebig große Funktionswerte an.

Kompensation AHS

https://www.mathago.at/kompensationspruefung-loesungen/

Mai 2025, Prüfung 3: Durchfahrt durch einen Baustellenbereich

a) In der nachstehenden Abbildung ist die Geschwindigkeit eines bestimmten Fahrzeugs während der Durchfahrt durch einen Baustellenbereich in Abhängigkeit von der Zeit modellhaft dargestellt.



Während des Abbremsvorgangs reduziert das Fahrzeug seine Geschwindigkeit von 20 m/s auf 10 m/s. Dabei legt es bis zum Zeitpunkt t_1 einen Weg von 75 m zurück.

1) Berechnen Sie t_1.
2) Stellen Sie mithilfe von t_2 und t_3 eine Formel zur Berechnung der Beschleunigung a im Intervall $[t_2; t_3]$ auf.

$a =$ _____

b) Der nach der Durchfahrt durch den Baustellenbereich zurückgelegte Weg eines anderen Fahrzeugs in Abhängigkeit von der Zeit kann modellhaft durch die Funktion s beschrieben werden.

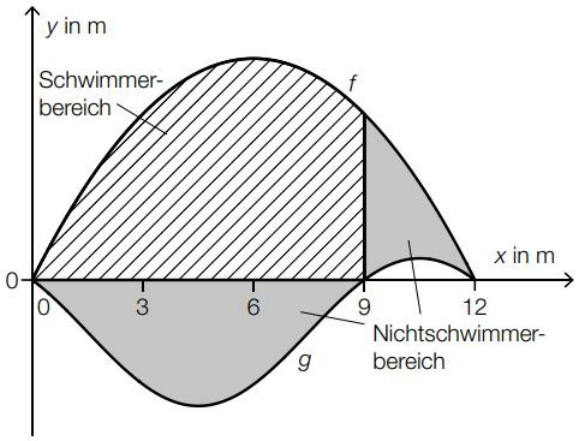
$s(t) = t^2 + b \cdot t$

t … Zeit in s
$s(t)$ … zurückgelegter Weg zum Zeitpunkt t in m

1) Zeigen Sie, dass die Beschleunigung dieses Fahrzeugs konstant ist.

Mai 2025, Prüfung 4: Schwimmbecken

Es soll ein neues Schwimmbecken angelegt werden. In der nachstehenden Abbildung sind die Begrenzungslinien des Schwimmbeckens im Intervall [0; 12] durch die Graphen der Funktionen f und g modellhaft dargestellt.



a) Eine Begrenzungslinie des Schwimmbeckens kann durch den Graphen der quadratischen Funktion f beschrieben werden.
Der Graph der Funktion f hat den Scheitelpunkt an der Stelle $x = 6$.

$f(x) = a \cdot x^2 + 2 \cdot x$

1) Ermitteln Sie a.

b) Die in der obigen Abbildung grau markierten Flächen sind als Nichtschwimmerbereich vorgesehen.

1) Stellen Sie mithilfe von f und g eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A des Nichtschwimmerbereichs auf.

$A =$ _____

c) Es ist eine Massagedüse am Rand des Nichtschwimmerbereichs im Punkt P geplant.

Für den Punkt $P = (x_1 \mid g(x_1))$ gilt:

$g'(x_1) = 0$
$g''(x_1) > 0$

1) Markieren Sie in der obigen Abbildung den Punkt P.

Mai 2025, Prüfung 5: Kachelofen

a) Familie Gruber beheizt ihr Wohnzimmer mit einem Kachelofen.

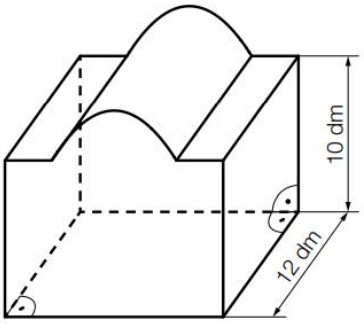
Zu Beginn des Winters hat Familie Gruber einen Holzvorrat von 2,8 Tonnen.
Modellhaft wird angenommen, dass pro Tag 18 kg Holz verbraucht werden.

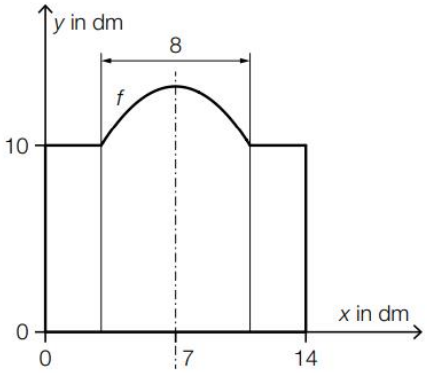
Die lineare Funktion H beschreibt den verbleibenden Holzvorrat in Abhängigkeit von der Zeit.

t ... Zeit in Tagen mit $t = 0$ für den Beginn des Winters
$H(t)$ ... verbleibender Holzvorrat zum Zeitpunkt t in kg

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion H auf.

Der Kachelofen ist in den nachstehenden Abbildungen modellhaft dargestellt.





Der mittlere Teil der oberen Begrenzungslinie kann durch den Graphen der Funktion f modelliert werden.

$f(x) = -0{,}2 \cdot x^2 + 2{,}8 \cdot x + 3{,}4$ mit $3 \leq x \leq 11$

2) Berechnen Sie das Volumen des Kachelofens.

3) Zeichnen Sie in der obigen rechten Abbildung den Winkel α ein, der mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$\alpha = 180° - \arctan(f'(3))$

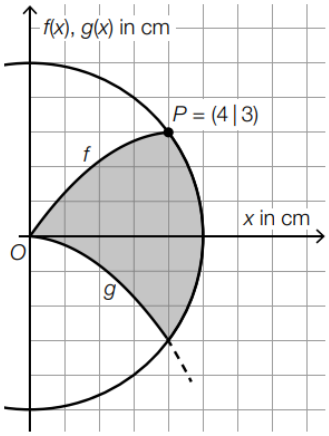
Jänner 2025, Prüfung 2: Kaisersemmel

Kaisersemmel

Eine Bäckerei möchte ihr Logo in Form einer Kaisersemmel gestalten.

Bildquelle: Pascal64 – own work, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wiener_Kaisersemmel.jpg [21.12.2023] (adaptiert).

Der rechte Teil dieses Logos ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



a) Es gilt: $f(x) = a \cdot x^2 + \frac{17}{12} \cdot x$

Mithilfe der obigen Abbildung soll eine Gleichung zur Berechnung des Parameters a aufgestellt werden.

1) Tragen Sie die fehlenden Zahlen dieser Gleichung in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$\square = a \cdot \square + \frac{17}{12} \cdot \square$

Für die Funktion g gilt: $g(x) = -\frac{1}{6} \cdot x^2 - \frac{1}{12} \cdot x$

2) Berechnen Sie die Steigung der Tangente an den Graphen der Funktion g an der Stelle $x = 4$.

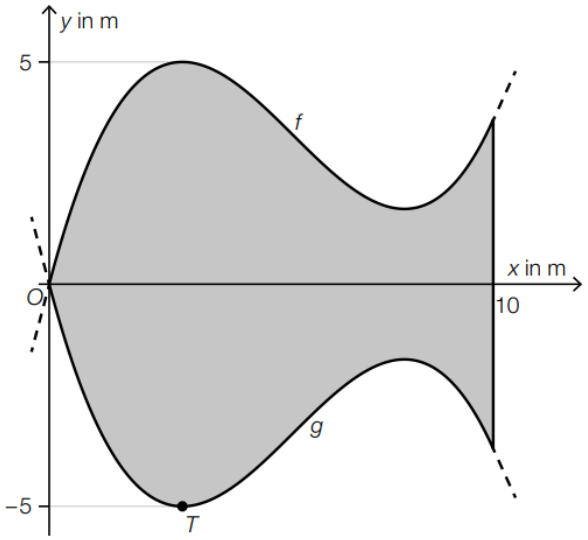
b) Michaela stellt zur Berechnung des Flächeninhalts A der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche die nachstehende Gleichung auf.

$A = \int_0^4 (f(x) - g(x))\,dx$

1) Begründen Sie, warum diese Gleichung nicht richtig ist.

Oktober 2024, Prüfung 1: Kinderbecken

a) In der nachstehenden Abbildung ist die Grundfläche eines Kinderbeckens modellhaft in der Ansicht von oben dargestellt.



Die zur x-Achse symmetrische Grundfläche dieses Beckens wird von den Graphen der Funktionen f und g sowie von der Geraden $x = 10$ begrenzt.

Für die Funktion g gilt: $g(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x$

1) Erstellen Sie mithilfe der Informationen zum Tiefpunkt T zwei Gleichungen für die Berechnung der Koeffizienten von g.

2) Berechnen Sie den Flächeninhalt der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

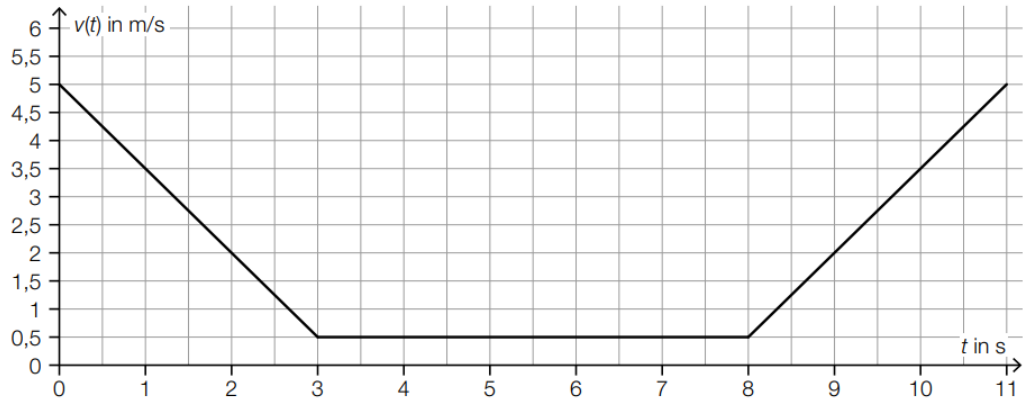
3) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α ein, der mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$\alpha = 2 \cdot \arctan(f'(0))$

Oktober 2024, Prüfung 2: Seilbahn

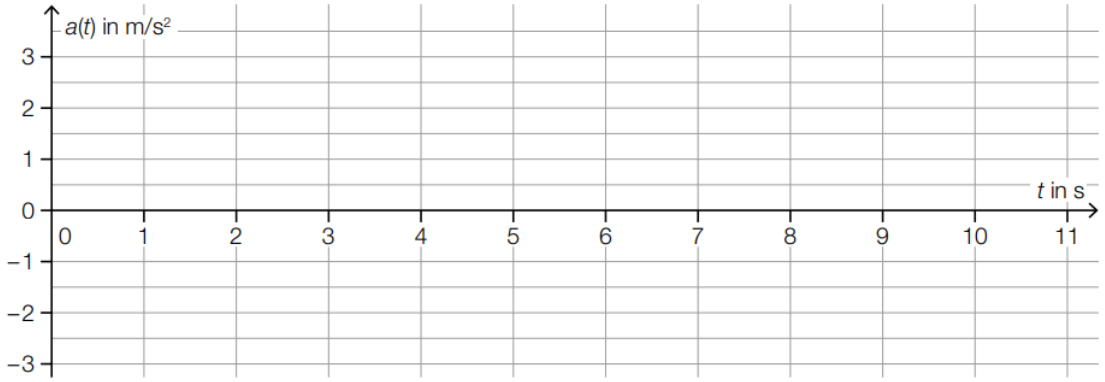
a) Um das Ein- und Aussteigen der Fahrgäste zu ermöglichen, werden die Gondeln einer Seilbahn in der Talstation abgebremst.

In der nachstehenden Abbildung ist eine bestimmte Fahrt mit einer Seilbahngondel durch die Talstation modellhaft in einem Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm dargestellt.



1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung den bei dieser Fahrt zurückgelegten Weg im Zeitintervall [0; 11].

2) Zeichnen Sie im nachstehenden Diagramm den Graphen der zugehörigen Beschleunigung-Zeit-Funktion ein.



b) Die Talstation einer bestimmten Seilbahn liegt auf einer Höhe von 1 102 m. Die Bergstation dieser Seilbahn liegt auf einer Höhe von 2 100 m.
Eine bestimmte Fahrt mit der Seilbahngondel zwischen Talstation und Bergstation dauert 370 s.

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{2\,100\text{ m} - 1\,102\text{ m}}{370\text{ s}} \approx 2{,}7\text{ m/s}$$

Juni 2024, Prüfung 1: Weinkeller

b) Der zeitliche Verlauf der Temperatur in einem anderen Keller lässt sich modellhaft durch die Funktion T beschreiben.

$T(t) = 0{,}0005 \cdot t^3 - 0{,}02 \cdot t^2 + 0{,}23 \cdot t + 8 \quad \text{mit} \quad 0 \le t \le 24$

t ... Zeit in h mit $t = 0$ für den Messbeginn
$T(t)$ ... Temperatur zum Zeitpunkt t in °C

Die mittlere Temperatur in einem Zeitintervall $[t_1; t_2]$ lässt sich mit dem nachstehenden Ausdruck berechnen.

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} T(t)\,dt$$

1) Berechnen Sie die mittlere Temperatur in diesem Keller im Zeitintervall [0; 24].

c) In einem Weinkeller steht ein Entfeuchtungsgerät, das Wasser aus der Raumluft als Kondenswasser sammelt.

Bei einer Lufttemperatur von 10 °C beträgt das Volumen des täglich gesammelten Kondenswassers 5 L. Bei einer Lufttemperatur von 20 °C beträgt das Volumen des täglich gesammelten Kondenswassers 7 L.
Bei einer Lufttemperatur von 11,25 °C ist das Volumen des täglich gesammelten Kondenswassers am geringsten.
Das Volumen des täglich gesammelten Kondenswassers in Abhängigkeit von der Lufttemperatur soll durch die quadratische Funktion V modelliert werden.

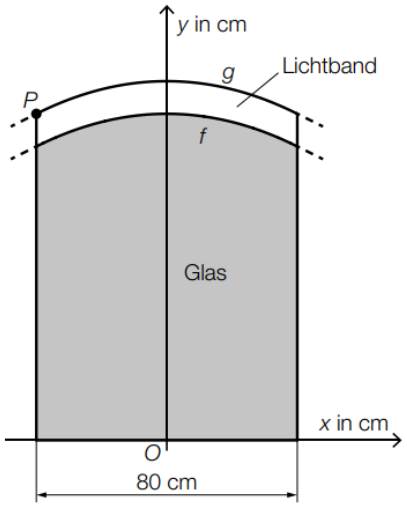
$V(T) = a \cdot T^2 + b \cdot T + c$

T ... Lufttemperatur in °C
$V(T)$ ... Volumen des täglich gesammelten Kondenswassers bei der Lufttemperatur T in L

1) Erstellen Sie ein lineares Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

Juni 2024, Prüfung 4: Wandspiegel

In der nachstehenden Abbildung ist ein Wandspiegel in der Ansicht von vorne modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt.



a) Die obere Begrenzungslinie des Glases kann durch den Graphen der Funktion f modelliert werden.

$f(x) = -0{,}00625 \cdot x^2 + 100$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in cm

1) Berechnen Sie den Flächeninhalt der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

b) Die obere Begrenzungslinie des Lichtbands kann durch den Graphen der Funktion g modelliert werden.

Der Graph von g liegt an jeder Stelle 10 cm über dem Graphen von f.

1) Tragen Sie in der nachstehenden Gleichung der Funktion g die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$g(x) = \square \cdot x^2 + \square$

Der Punkt P in der obigen Abbildung hat die x-Koordinate x_P.

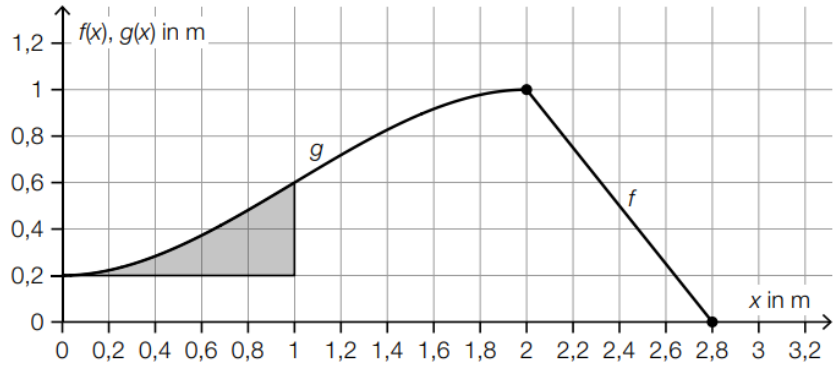
2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α ein, der mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$\alpha = 90° + \arctan(g'(x_P))$

Juni 2024, Prüfung 5: Kinderrutsche

a) In der unten stehenden Abbildung ist eine Rutsche modellhaft in der Ansicht von der Seite dargestellt.

Der Aufstieg der Rutsche wird durch den Graphen der Funktion f beschrieben, die Abfahrt der Rutsche wird durch den Graphen der Funktion g beschrieben.



1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf.

Für die Polynomfunktion g gilt:

$$g(x) = -\frac{1}{5} \cdot x^3 + \frac{3}{5} \cdot x^2 + \frac{1}{5} \quad \text{mit} \quad 0 \le x \le 2$$

Aus Sicherheitsgründen darf der Neigungswinkel an jeder Stelle der Abfahrt höchstens 40° betragen.

2) Überprüfen Sie rechnerisch, ob diese Vorschrift eingehalten wird.

Die in der obigen Abbildung grau markierte Fläche wird bemalt.

3) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.