# Wahrscheinlichkeit und Statistik (gemischte Aufgaben)

**Beispiele aus Maturaterminen 2022-24 (AHS, BHS, Kompensationsprüfungen AHS)**

## „Mensch ärgere Dich nicht“

„Mensch ärgere Dich nicht“ ist ein Brettspiel für mindestens zwei Personen. Ziel des Spieles ist es, die eigenen 4 gleichfarbigen Spielfiguren möglichst schnell von den Startfeldern zu den Zielfeldern zu bewegen.

### Aufgabenstellung:

**a)** In einem Stoffsäckchen befinden sich 4 rote, 4 gelbe und 4 blaue Spielfiguren eines „Mensch ärgere Dich nicht“-Spieles. Isabella zieht zufällig und ohne Zurücklegen 4 Spielfiguren.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle 4 gezogenen Spielfiguren rot sind.

*[0/1 P.]*

Isabella hat alle roten Spielfiguren entnommen. Das Stoffsäckchen enthält also nur mehr die 4 gelben und die 4 blauen Spielfiguren.
Nun zieht Fatima so oft ohne Zurücklegen je 1 Spielfigur, bis sie alle 4 gelben Spielfiguren gezogen hat.

Die Zufallsvariable $X$ beschreibt die Anzahl der Züge $k$, die Fatima benötigt, bis sie alle 4 gelben Spielfiguren gezogen hat. Durch die nachstehende Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen $X$ gegeben.

| $k$ | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(X = k)$ | $\frac{1}{70}$ | $u$ | $\frac{10}{70}$ | $\frac{20}{70}$ | $v$ |

2) Berechnen Sie $u$ und $v$.

$u$ = ____________________

$v$ = ____________________ *[0/1 P.]*

**b)** Isabella gewinnt gegen ihre Freundin Fatima durchschnittlich 3 von 5 Partien „Mensch ärgere Dich nicht“. In den bevorstehenden Sommerferien werden die beiden Mädchen $n$ Partien gegeneinander spielen ($n$ gerade, $n > 2$).
Die binomialverteilte Zufallsvariable $Y$ gibt an, wie viele der $n$ Partien von Isabella gewonnen werden.

Gegeben sind vier Wahrscheinlichkeiten und sechs Ereignisse.

1) Ordnen Sie den vier Wahrscheinlichkeiten jeweils das mit dieser Wahrscheinlichkeit eintretende Ereignis aus A bis F zu. *[0/½/1 P.]*

| | |
|---|---|
| $\binom{n}{\frac{n}{2}} \cdot 0{,}6^{\frac{n}{2}} \cdot 0{,}4^{\frac{n}{2}}$ | |
| $1 - 0{,}4^n - n \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4^{n-1}$ | |
| $1 - 0{,}6^n$ | |
| $n \cdot 0{,}6^{n-1} \cdot 0{,}4$ | |

| | |
|---|---|
| A | Isabella gewinnt genau die Hälfte der $n$ Partien. |
| B | Isabella gewinnt mindestens 2 der $n$ Partien. |
| C | Isabella verliert mehr als die Hälfte der $n$ Partien. |
| D | Isabella verliert genau 1 der $n$ Partien. |
| E | Isabella verliert mindestens 1 der $n$ Partien. |
| F | Isabella gewinnt höchstens 1 der $n$ Partien. |

Der Erwartungswert von $Y$ wird mit $\mu$, die Standardabweichung von $Y$ mit $\sigma$ bezeichnet.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(\mu - \sigma < Y < \mu + \sigma)$ für $n = 14$. *[0/1 P.]*

---

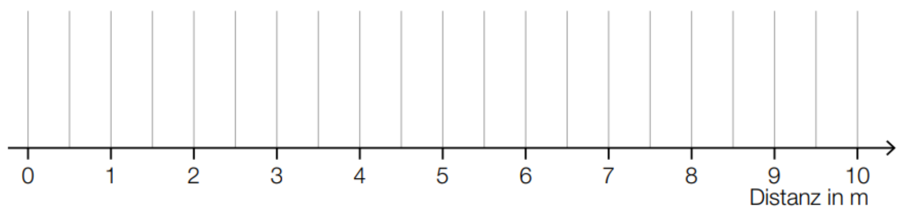
## Schwimmkurs

### Aufgabenstellung:

a) Eine Schwimmlehrerin notiert bei einem ihrer Kinder-Schwimmkurse die Distanzen, die jedes Kind beim ersten freien Schwimmen zurücklegt. Sie ermittelt daraus die folgenden Werte:

Minimum: 1,5 m
Median: 3 m
3. Quartil: 4 m
Spannweite: 5,5 m
Interquartilsabstand (Differenz von 3. und 1. Quartil): 2 m

1) Erstellen Sie in der nachstehenden Abbildung den dadurch festgelegten Boxplot. *[0/1 P.]*



Bei einem anderen Kinder-Schwimmkurs wurden die geschwommenen Distanzen für 17 Kinder notiert.
Der Median dieser geschwommenen Distanzen beträgt 12 m.

Jemand behauptet, dass 10 Kinder eine Distanz von weniger als 12 m geschwommen sind.

2) Begründen Sie, warum diese Behauptung nicht richtig ist. *[0/1 P.]*

b) Man kann die Kinder einer bestimmten Schwimmgruppe hinsichtlich ihres Verhaltens beim ersten Versuch eines Sprunges vom Beckenrand ins Wasser in 3 Kategorien einteilen:

| | absolute Häufigkeit | relative Häufigkeit |
|---|---|---|
| Kinder, die sofort springen | 20 | |
| Kinder, die zögerlich springen | | 0,4 |
| Kinder, die das Springen verweigern | 10 | |

1) Ergänzen Sie in der obigen Tabelle die 3 fehlenden Werte. *[0/1 P.]*

c) In einer Kiste befinden sich 12 rote, 10 gelbe und 8 blaue Schwimmscheiben. Ein Schwimmlehrer zieht zufällig und ohne Zurücklegen nacheinander 3 Schwimmscheiben aus dieser Kiste. (Bei jeder Ziehung hat jede Schwimmscheibe, die sich noch in der Kiste befindet, die gleiche Wahrscheinlichkeit, gezogen zu werden.)

Es soll die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass der Schwimmlehrer dabei Schwimmscheiben in 3 unterschiedlichen Farben zieht.

1) Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der gleich der Wahrscheinlichkeit ist, die berechnet werden soll. *[1 aus 6]* *[0/1 P.]*

| | |
|---|---|
| $\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{30} \cdot \frac{8}{30}$ | ☐ |
| $\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{30} \cdot \frac{8}{30} \cdot 3$ | ☐ |
| $\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{29} \cdot \frac{8}{28}$ | ☐ |
| $\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{29} \cdot \frac{8}{28} \cdot 3$ | ☐ |
| $\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{29} \cdot \frac{8}{28} \cdot 6$ | ☐ |
| $\left(\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{29} \cdot \frac{8}{28}\right)^3$ | ☐ |

## BHS – Beispiele:

## https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM

## Avengers

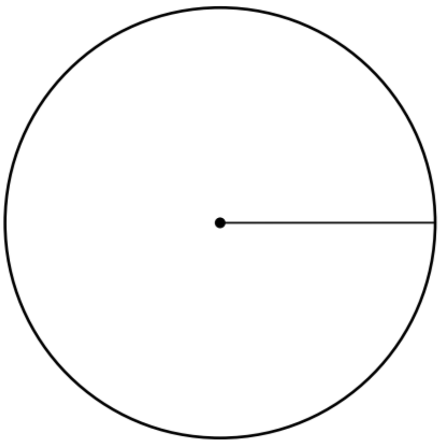
c) Auf einer bestimmten Online-Plattform werden Filme mit 1 bis 5 Sternen bewertet.

In der nachstehenden Tabelle sind die Bewertungen aller 23 MARVEL™-Filme (Stand 2019) eingetragen.

| Anzahl der Filme | Bewertung in Sternen |
|---|---|
| 1 | ★★★ (3) |
| 6 | ★★★⯪ (3,5) |
| 15 | ★★★★ (4) |
| 1 | ★★★★⯪ (4,5) |

Die Bewertungen dieser 23 Filme sollen in einem Kreisdiagramm dargestellt werden.

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Kreisdiagramm durch Einzeichnen der entsprechenden 4 Sektoren. *[0/1 P.]*



Die Zufallsvariable $X$ gibt die Anzahl der Sterne eines aus diesen 23 Filmen zufällig ausgewählten Films an.

2) Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$. *[0/1 P.]*

Daniela wählt 2 verschiedene dieser 23 Filme zufällig aus.

3) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Filme jeweils eine Bewertung von mindestens 4 Sternen haben. *[0/1 P.]*

## Lern-App

In einer bestimmten Lern-App gibt es Übungen zu verschiedenen Themen.

a) Jede Übung besteht aus mehreren Aufgaben.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Übung Multiple-Choice-Aufgaben enthält, beträgt 78 %.

Für ein bestimmtes Arbeitspaket werden 25 Übungen zufällig ausgewählt.

1) Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl derjenigen Übungen dieses Arbeitspakets, die keine Multiple-Choice-Aufgaben enthalten. *[0/1 P.]*

Für ein anderes Arbeitspaket werden 5 Übungen zufällig ausgewählt.

2) Ordnen Sie den beiden Ereignissen jeweils die zugehörige Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. *[0/1 P.]*

| | |
|---|---|
| Mindestens 1 der 5 Übungen enthält Multiple-Choice-Aufgaben. | |
| Keine der 5 Übungen enthält Multiple-Choice-Aufgaben. | |

| | |
|---|---|
| A | $1 - 0{,}78^5$ |
| B | $1 - 0{,}22^5$ |
| C | $(1 - 0{,}22)^5$ |
| D | $(1 - 0{,}78)^5$ |

c) In einem bestimmten Lernkapitel stehen 25 Übungen zur Verfügung. Bei genau 2 dieser Übungen kommen Lückentexte vor.

Laura wählt nacheinander 4 verschiedene Übungen aus diesem Lernkapitel zufällig aus.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in keiner dieser 4 Übungen Lückentexte vorkommen. *[0/1 P.]*

## Gewinnspiele

Bei den in dieser Aufgabe behandelten Gewinnspielen wird ein fairer Spielwürfel geworfen, bei dem die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Würfelergebnis auftreten. Dabei wird der Spielwürfel 2-mal hintereinander geworfen.

**a)** Beim 2-maligen Werfen eines Spielwürfels gibt es 36 mögliche Würfelergebnisse.

**1)** Vervollständigen Sie die nachstehende Tabelle durch Eintragen der entsprechenden Zahlen. *[0/1 P.]*

| Anzahl der möglichen Würfelergebnisse, bei denen ... | | |
|---|---|---|
| die Augenzahl beim 2. Wurf kleiner als beim 1. Wurf ist | beide Augenzahlen gleich sind | die Augenzahl beim 2. Wurf größer als beim 1. Wurf ist |
| 15 | | |

**2)** Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Augenzahl beim 2. Wurf kleiner als beim 1. Wurf ist.

*P*(„die Augenzahl ist beim 2. Wurf kleiner als beim 1. Wurf“) = ______________ *[0/1 P.]*

Folgende Bedingungen gelten für ein Spiel:

Ist die Augenzahl beim 2. Wurf kleiner als beim 1. Wurf, so gewinnt man 5 Euro.
Ist die Augenzahl beim 2. Wurf größer als beim 1. Wurf, so gewinnt man 3 Euro.
Sind die beiden Augenzahlen gleich, so verliert man 10 Euro.

**3)** Berechnen Sie den Erwartungswert für den Gewinn bei diesem Spiel. *[0/1 P.]*

## Taxi

a) Eine Studie über die Auslastung von Großraumtaxis ergab die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Taxifahrt genau 5 Fahrgäste befördert werden, beträgt 8 %.
Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Taxifahrt 6 oder mehr Fahrgäste befördert werden, beträgt 7 %.

Mit dem nachstehenden Ausdruck wird für eine zufällig ausgewählte Taxifahrt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis $E$ berechnet.

$P(E) = 0{,}08 + 0{,}07$

1) Kreuzen Sie die auf $E$ zutreffende Beschreibung an. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

| | |
|---|---|
| Es werden mehr als 5 Fahrgäste befördert. | ☐ |
| Es werden mehr als 6 Fahrgäste befördert. | ☐ |
| Es werden genau 6 Fahrgäste befördert. | ☐ |
| Es werden mindestens 5 Fahrgäste befördert. | ☐ |
| Es werden mindestens 6 Fahrgäste befördert. | ☐ |

Die Wahrscheinlichkeit, dass genau 1 Fahrgast befördert wird, beträgt bei jeder Taxifahrt 31 %.
Eine Zufallsstichprobe von 30 Taxifahrten wird untersucht.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei mindestens 8 Taxifahrten jeweils genau 1 Fahrgast befördert wird. *[0/1 P.]*

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Taxifahrt aus privaten Gründen erfolgt, beträgt 83 %.
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Taxifahrt aus beruflichen Gründen erfolgt, beträgt 17 %.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 2 zufällig ausgewählten Taxifahrten 1 aus privaten Gründen und 1 aus beruflichen Gründen erfolgt. *[0/1 P.]*

## Kompensation AHS

https://www.mathago.at/kompensationspruefung-loesungen/

### Jänner 2024, Prüfung 2: Bierflaschen

Bierflaschen werden vor einer erneuten Befüllung zunächst auf Beschädigungen und danach auf Verschmutzungen hin untersucht.

a) Beschädigte Flaschen oder Flaschen mit zu starker Verschmutzung werden nicht wiederbefüllt. Alle anderen Flaschen werden wiederbefüllt.

Eine zufällig ausgewählte Flasche ist mit der Wahrscheinlichkeit $p$ beschädigt.
Eine Flasche, die <u>nicht</u> beschädigt ist, ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % auch <u>nicht</u> zu stark verschmutzt.

1) Stellen Sie mithilfe von $p$ eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$P$(„eine zufällig ausgewählte Flasche wird wiederbefüllt“) = ____________________

b) In einer bestimmten Brauerei weiß man aus Erfahrung, dass 85 % aller Flaschen wiederbefüllt werden.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 48 zufällig ausgewählten Flaschen mindestens die Hälfte und höchstens $\frac{3}{4}$ wiederbefüllt werden.

2) Beschreiben Sie ein Ereignis $E$ im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}85^5 \approx 0{,}56$

# Oktober 2023, Prüfung 1: Würfeln

Bei einem bestimmten Spiel wird mit fairen sechsflächigen Würfeln gewürfelt. Die Seitenflächen dieser Würfel sind jeweils mit den Ziffern 1, 2, 3, … , 6 beschriftet.

a) Andrea würfelt mehrmals mit einem Würfel.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit $P$ auf.

$P$(„Andrea würfelt bei $a$ Würfen keinen einzigen Sechser“) = ____________________

b) Ferdinand würfelt einmal mit 2 Würfeln.

Er behauptet: „Die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 5 zu würfeln, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 4 zu würfeln.“

1) Weisen Sie rechnerisch nach, dass Ferdinands Behauptung richtig ist.

c) Sabrina würfelt einmal mit 5 Würfeln.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei genau 4 der 5 Würfel die gleiche Ziffer zeigen.

## Oktober 2023, Prüfung 2: Würfeln

Bei einem bestimmten Spiel werden faire sechsflächige Würfel verwendet, deren Seitenflächen jeweils mit den Augenzahlen 1, 1, 2, 2, 3, 3 beschriftet sind.

a) Moritz würfelt 4-mal mit einem dieser Würfel.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei die Augenzahl 1 genau 3-mal gewürfelt wird.

Max würfelt $n$-mal mit jeweils zwei dieser Würfel.

2) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$P$(„bei keinem der $n$ Würfe zeigen beide Würfel die Augenzahl 3“) = ______________

b) Josefa würfelt mit zwei dieser Würfel.
Sie erstellt die nachstehende Tabelle und führt die nachstehende Berechnung durch.

| Summe der beiden gewürfelten Augenzahlen | Anzahl der möglichen Fälle für diese Summe |
|---|---|
| 2 | 4 |
| 3 | 8 |
| 4 | 12 |
| 5 | 8 |
| 6 | 4 |

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$2 \cdot \frac{4}{36} + 3 \cdot \frac{8}{36} + 4 \cdot \frac{12}{36} + 5 \cdot \frac{8}{36} + 6 \cdot \frac{4}{36} = 4$$

# Mai 2023, Prüfung 1: Blutgruppen

## Blutgruppen

In der nachstehenden Tabelle ist die Verteilung der Blutgruppen (in Österreich) angegeben.

| Blutgruppe | 0 | A | B | AB |
|---|---|---|---|---|
| Häufigkeit | 36 % | 44 % | 14 % | 6 % |

a) Im Rahmen einer Studie werden *n* Personen aus Österreich zufällig ausgewählt und ihre Blutgruppen ermittelt.

1) Vervollständigen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass genau 5 Personen die Blutgruppe AB haben.

$$P(\text{„genau 5 Personen haben die Blutgruppe AB“}) = \binom{n}{5} \cdot \boxed{\phantom{xxxx}}^{5} \cdot \boxed{\phantom{xxxx}}^{\boxed{\phantom{xx}}}$$

b) Im Rahmen einer anderen Studie werden 85 Personen aus Österreich zufällig ausgewählt und ihre Blutgruppen ermittelt.

b) Im Rahmen einer anderen Studie werden 85 Personen aus Österreich zufällig ausgewählt und ihre Blutgruppen ermittelt.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei die Anzahl der Personen mit Blutgruppe A mindestens 25 und höchstens 30 beträgt.

c) Bei einer weiteren Studie werden 2 Personen aus Österreich zufällig ausgewählt.

1) Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 2 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}14 \approx 0{,}10$

## Mai 2023, Prüfung 2: Elektromobilität

a) Ende des Jahres 2021 gab es in Österreich insgesamt 76539 Elektro-PKW. Davon entfiel der größte Anteil auf die Automarke $T$ mit einer Anzahl von 13494 Elektro-PKW.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Elektro-PKW in Österreich Ende des Jahres 2021 von der Automarke $T$ ist.

b) In der nachstehenden Tabelle sind die unterschiedlichen Kraftstoffarten und die jeweilige Anzahl an PKW, die mit diesen Kraftstoffen betrieben werden, angegeben. (Alle Angaben gelten für Österreich am 31.12.2021.)

| Kraftstoffart | Anzahl an PKW nach Kraftstoffart |
|---|---|
| Klassische Kraftstoffart | |
| Benzin | 2197006 |
| Diesel | 2717475 |
| Alternative Kraftstoffart | |
| Elektro | 76539 |
| Flüssiggas | 1 |
| Erdgas | 2654 |
| Hybrid | 140106 |
| Wasserstoff | 55 |

Quelle: Statistik Austria

Von den am 31.12.2021 in Österreich zugelassenen 7214970 Kraftfahrzeugen waren 71,2 % PKW.

Karoline führt mithilfe der obigen Werte die nachstehende Berechnung durch.

$$\frac{76539 + 1 + 2654 + 140106 + 55}{7214970 \cdot 0{,}712} \approx 0{,}043$$

1) Interpretieren Sie das Ergebnis dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

c) Ein bestimmtes Unternehmen hat 10 Elektro-PKW, die jeweils einen durchschnittlichen Stromverbrauch von $x$ Kilowattstunden (kWh) pro 100 km haben.
Das Unternehmen kauft nun 1 weiteren Elektro-PKW mit einem Stromverbrauch von 15 kWh pro 100 km.

1) Stellen Sie mithilfe von $x$ eine Formel zur Berechnung des durchschnittlichen Stromverbrauchs $\bar{x}$ aller 11 Elektro-PKW des Unternehmens auf.

$\bar{x} =$ ______________________ kWh pro 100 km

## Mai 2023, Prüfung 3: Würfeln

Faire Würfel mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 werden geworfen.

a) Mit einem fairen Würfel wird so oft gewürfelt, bis erstmals die Augenzahl 6 geworfen wird.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei höchstens 3-mal gewürfelt werden muss.

b) 11 Personen haben jeweils mehrmals mit einem fairen Würfel gewürfelt.
Die jeweilige Anzahl, mit der dabei die Augenzahl 6 geworfen wurde, ist in der nachstehenden geordneten Liste angegeben.

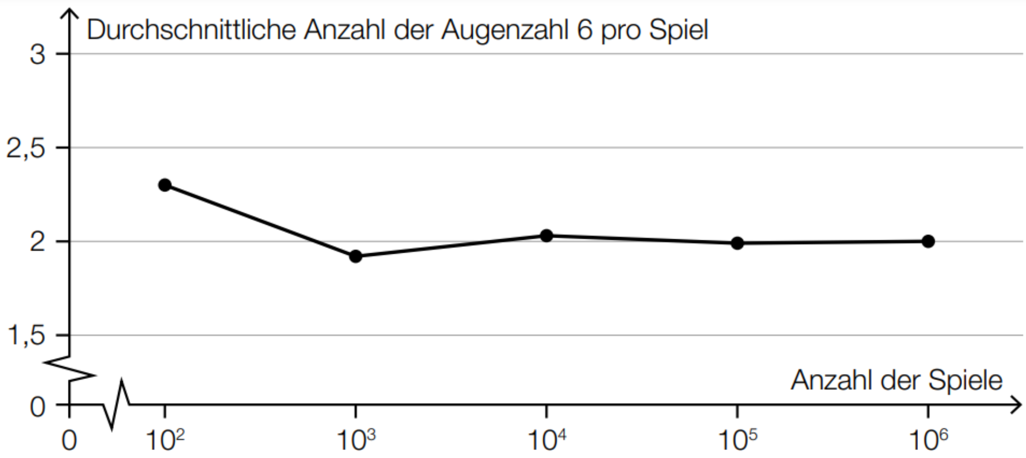
0; 1; 1; 2; 4; *a*; 5; 5; 5; 8; *b*

Der Median dieser Liste ist genauso groß wie das arithmetische Mittel dieser Liste.

1) Stellen Sie mithilfe von *b* eine Gleichung zur Berechnung von *a* auf.

c) In der Computersimulation eines Spiels wird immer *n*-mal mit einem fairen Würfel gewürfelt.

Die nachstehende Abbildung zeigt, wie oft dabei die Augenzahl 6 im Durchschnitt pro Spiel geworfen wurde.




1) Geben Sie *n* an.

## Mai 2023, Prüfung 4: Gruppenauswahl

In einer bestimmten Schulklasse gibt es $k$ Kinder, davon sind $m$ Mädchen ($k > m$, $m \geq 2$).

a) Aus allen Kindern der Schulklasse wird für eine bestimmte Aktivität genau 1 Kind zufällig ausgewählt.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis $E$ im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$P(E) = 1 - \frac{m}{k}$

b) Aus der Schulklasse soll für eine andere Aktivität eine Gruppe von 3 Kindern zufällig ausgewählt werden.
Die Auswahl der 3 Kinder erfolgt unabhängig voneinander.

1) Stellen Sie mithilfe von $m$ und $k$ eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$P$(„genau 2 der 3 Kinder sind Mädchen“) = ______________________________

c) Es gilt: $k = 20$ und $m = 12$

1) Ermitteln Sie die Anzahl der möglichen Gruppen von jeweils 5 Kindern, in denen kein Mädchen dabei ist.

## Mai 2023, Prüfung 5: Basketball

Eine bestimmte Basketballmannschaft hat 20 Spieler, davon sind 16 Spieler größer als 1,90 m.

a) Die 16 größten Spieler haben eine durchschnittliche Körpergröße von 2,00 m.
Die übrigen Spieler haben eine durchschnittliche Körpergröße von 1,80 m.

1) Berechnen Sie die durchschnittliche Körpergröße aller 20 Spieler.

Es werden 3 Spieler zufällig ausgewählt.

2) Beschreiben Sie ein Ereignis $E$ im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit durch den nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$$P(E) = \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} + 3 \cdot \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{4}{18} \approx 0{,}91$$

b) Für die Anwesenheiten bei den regelmäßigen Trainings wird Folgendes angenommen:
Bei jedem Training nimmt jeder der 20 Spieler unabhängig von den anderen Spielern mit der Wahrscheinlichkeit $p$ am Training teil. Die zu erwartende Anzahl der Spieler, die <u>nicht</u> an einem Training teilnehmen, wird mit $A$ bezeichnet.

1) Stellen Sie mithilfe von $p$ eine Formel zur Berechnung von $A$ auf.

$A$ = ______________________

# Februar 2023, Prüfung 1: Würfel

## Würfel

a) Zwei faire sechsflächige Würfel mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 werden gleichzeitig geworfen und die Augensumme wird ermittelt.

Die Zufallsvariable $X$ beschreibt die Augensumme der beiden Würfel.

1) Begründen Sie, warum gilt: $P(X = 11) = 2 \cdot P(X = 12)$.

b) Alex nimmt an einem Gewinnspiel teil. Bei diesem Gewinnspiel wird ein fairer sechsflächiger Würfel mit den Augenzahlen 1, 2, 2, 3, 3 und 3 einmal geworfen.

Der Spielleiter nimmt vor dem Würfelwurf von Alex einen Einsatz von $e$ Euro ein.

Zeigt der Würfel die Augenzahl 1, so zahlt der Spielleiter an Alex $x$ Euro.
Zeigt der Würfel die Augenzahl 2, so zahlt der Spielleiter an Alex 2 Euro.
Zeigt der Würfel die Augenzahl 3, so zahlt der Spielleiter an Alex nichts.

Der Spielleiter weiß aus Erfahrung, dass er pro Würfelwurf einen Gewinn in Höhe von 0,50 Euro erwarten kann.

1) Stellen Sie mithilfe von $e$ eine Gleichung zur Berechnung von $x$ auf.

c) Bei der Produktion eines bestimmten sechsflächigen Würfels mit den Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 ist es zu Ungenauigkeiten gekommen. Dies hat zur Folge, dass eine bestimmte Seitenfläche nicht mehr mit der gleichen Wahrscheinlichkeit wie die anderen Seitenflächen nach einem Wurf nach oben zeigt.

Der Würfel wird 500-mal geworfen, die Ergebnisse sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst.

| Augenzahl | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| absolute Häufigkeit der Augenzahl | 75 | 98 | 65 | 110 | 80 | 72 |

1) Berechnen Sie auf Basis dieser Ergebnisse einen Schätzwert für die nachstehende Wahrscheinlichkeit.

$P$(„bei einmaligem Werfen ist die Augenzahl größer als 3“) = ____________________

# Februar 2023, Prüfung 2: Würfel

## Würfeln

Für drei verschiedene Zufallsexperimente werden faire sechsflächige Würfel verwendet.

Die Seitenflächen der Würfel sind mit Augenzahlen wie folgt beschriftet:

Würfel vom Typ $A$: 2, 2, 2, 2, 6, 6
Würfel vom Typ $B$: 1, 1, 1, 5, 5, 5

a) Beim ersten Zufallsexperiment wird 2-mal mit einem Würfel vom Typ $A$ gewürfelt.
Die Zufallsvariable $X$ beschreibt das Produkt der beiden geworfenen Augenzahlen.

1) Geben Sie alle Werte an, die diese Zufallsvariable $X$ annehmen kann.

b) Beim zweiten Zufallsexperiment wird folgender Vorgang 5-mal wiederholt:

Es wird mit 2 Würfeln vom Typ $B$ gewürfelt und die Summe der beiden geworfenen Augenzahlen gebildet.

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im Sachzusammenhang.
$\binom{5}{1} \cdot 0{,}25^1 \cdot 0{,}75^4 \approx 0{,}4$

c) Beim dritten Zufallsexperiment wird jeweils 1-mal mit einem Würfel vom Typ $A$ und mit einem Würfel vom Typ $B$ gewürfelt.
Die Zufallsvariable $Y$ beschreibt die Summe der beiden geworfenen Augenzahlen.
Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $Y$ ist in der nachstehenden Tabelle angegeben.

| $y$ | 3 | 7 | 11 |
|---|---|---|---|
| $P(Y = y)$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{6}$ |

1) Berechnen Sie den Erwartungswert $E(Y)$.

# Oktober 2022, Prüfung 1: Zigaretten

## Zigaretten

Viele Rauchinhaltsstoffe von Zigaretten sind gesundheitsschädlich.

**a)** Von 100 Raucherinnen wurde die Menge an Rauchinhaltsstoffen ihrer Zigaretten untersucht. Diese wurden in 3 Klassen eingeteilt (siehe nachstehende Tabelle).

| Klasse | Menge an Rauch-inhaltsstoffen pro Zigarette in mg | Klassenmitte | absolute Häufigkeit |
|---|---|---|---|
| 1 | [0; 10[ | 5 | 55 |
| 2 | [10; 30[ | 20 | 40 |
| 3 | [30; 50[ | 40 | 5 |

Das arithmetische Mittel der Menge an Rauchinhaltsstoffen soll berechnet werden. Dafür wird näherungsweise die jeweilige Klassenmitte herangezogen.

**1)** Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Menge an Rauchinhaltsstoffen.

**2)** Erklären Sie, warum der Median der Menge an Rauchinhaltsstoffen in der Klasse 1 liegt.

**b)** Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Raucherin mehr als eine Zigarette pro Tag raucht, beträgt $p$.

Es soll die Wahrscheinlichkeit, dass genau 5 von 100 Raucherinnen jeweils mehr als eine Zigarette pro Tag rauchen, berechnet werden.

**1)** Stellen Sie eine Formel zur Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit auf.

# Oktober 2022, Prüfung 2: Stundenverkürzung

## Stundenverkürzung

Die wöchentliche Unterrichtszeit in Österreichs Schulen ist üblicherweise in Unterrichtseinheiten (UE) zu je 50 min aufgeteilt. Eine bestimmte Schule verkürzt ihre UE auf je 40 min. Da jedoch die gesamte wöchentliche Unterrichtszeit gleich bleiben muss, steigt dadurch die Anzahl der UE.

**a)** In der nachstehenden Tabelle ist für eine bestimmte Klasse die tägliche Anzahl der UE zu je 50 min dargestellt.

| Unterrichtstag | Anzahl der UE zu je 50 min |
|---|---|
| Montag | 8 |
| Dienstag | 6 |
| Mittwoch | 5 |
| Donnerstag | 8 |
| Freitag | 5 |

Der Unterricht dieser Klasse soll nun in UE zu je 40 min aufgeteilt werden.

**1)** Berechnen Sie die durchschnittliche tägliche Anzahl an UE zu je 40 min.

b) Eine schulinterne Umfrage hat ergeben: 98% aller Schüler/innen möchten die verkürzten UE beibehalten.

Es werden 4 Schüler/innen zufällig ausgewählt.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis $E$ im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 0{,}98^4 + 0{,}98^3 \cdot 0{,}02 \cdot 4 = 0{,}997...$

# Juni 2022, Prüfung 1: Gewinnspiele

## Gewinnspiele

Im Rahmen der Eröffnung eines Einkaufszentrums werden Gewinnspiele durchgeführt. Dabei können Gutscheine gewonnen werden.

a)* In einer Urne befinden sich bis auf die Beschriftung nicht unterscheidbare Kugeln. Diese Kugeln sind mit „0“, „10“, „50“ oder „100“ beschriftet.

Die Beschriftung der jeweiligen Kugel gibt den Wert des gewonnenen Gutscheins in Euro an. Nach dem Ziehen wird die gezogene Kugel wieder in die Urne zurückgelegt. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kugel gezogen wird, die mit „10“ beschriftet ist, beträgt $p$.

Max zieht nacheinander und mit Zurücklegen 2 Kugeln aus der Urne.

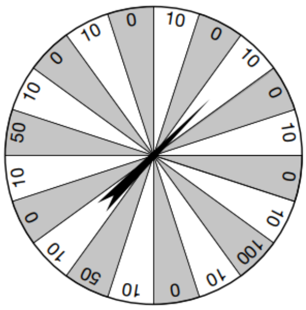
1) Stellen Sie mithilfe von $p$ eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$P$(„genau 1 der gezogenen Kugeln ist mit „10“ beschriftet“) = ____________________

b) Ein Glücksrad besteht aus 20 gleich großen Sektoren, die mit „0“, „10“, „50“ oder „100“ beschriftet sind (siehe unten stehende Abbildung).

Die Beschriftung des jeweiligen Sektors gibt den Wert des gewonnenen Gutscheins in Euro an.

In der Mitte des Glücksrads ist ein Zeiger montiert. Der Zeiger bleibt in einem dieser Sektoren mit der gleichen Wahrscheinlichkeit stehen wie in jedem anderen Sektor. Die Ergebnisse der Drehungen sind voneinander unabhängig.




Der Zeiger des Glücksrads wird 2-mal gedreht.

1) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dabei mindestens 1 Gutschein im Wert von 100 Euro zu gewinnen, kleiner ist als jene, nichts zu gewinnen.

Der Zeiger des Glücksrads wird 8-mal gedreht.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dabei genau 3-mal ein Gutschein im Wert von 50 Euro gewonnen wird.

# Juni 2022, Prüfung 2: Straßenlaternen

## Straßenlaternen

Eine Straße wird zu Testzwecken mit neuen Straßenlaternen ausgestattet.

a) Bei diesen Straßenlaternen können die Fehler $F_1$, $F_2$ und $F_3$ auftreten. Diese 3 Fehler treten unabhängig voneinander mit den Wahrscheinlichkeiten $p_1$, $p_2$ und $p_3$ auf.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit für das Ereignis $E$ auf.

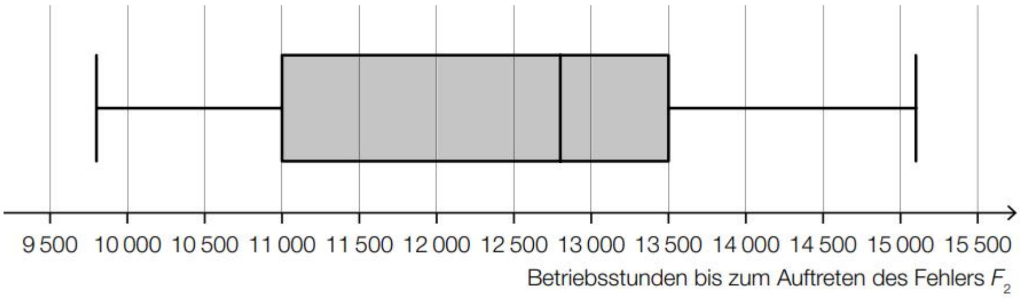
$E$ ... „eine zufällig ausgewählte Straßenlaterne weist keinen einzigen dieser 3 Fehler auf“

$P(E) =$ ________________________________________

b) Der Fehler $F_1$ tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von 1 % auf.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei höchstens 2 von 100 Straßenlaternen der Fehler $F_1$ auftritt.

c) Im Testzeitraum wurde gemessen, nach wie vielen Betriebsstunden der Fehler $F_2$ auftritt (siehe nachstehende Abbildung).




Der Interquartilsabstand ist die Differenz von 3. Quartil und 1. Quartil.

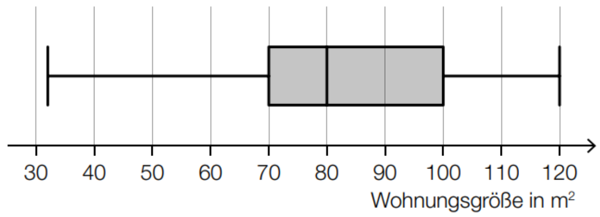
1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Interquartilsabstand ab.

# Juni 2022, Prüfung 3: Wohnungssuche

## Wohnungssuche

Sonja ist auf Wohnungssuche und sieht sich die Wohnungsanzeigen in einer bestimmten Zeitung an.

a) Die Größen der in dieser Zeitung angebotenen Wohnungen sind im nachstehenden Boxplot dargestellt.




Sonja behauptet: „Es gibt mehr Wohnungen, die eine Größe von höchstens 80 $m^2$ haben, als solche, die eine Größe von mehr als 100 $m^2$ haben."

1) Argumentieren Sie anhand des obigen Boxplots, dass diese Behauptung richtig ist.

b) Erfahrungsgemäß ist eine Wohnung, die bereits vor einer Woche in dieser Zeitung angeboten wurde, mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % vergeben.

Sonja findet 5 Anzeigen für Wohnungen, die bereits vor einer Woche in dieser Zeitung angeboten wurden.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von diesen 5 angebotenen Wohnungen höchstens 2 bereits vergeben sind.

c) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte angebotene Wohnung einen Balkon hat, beträgt $p$.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

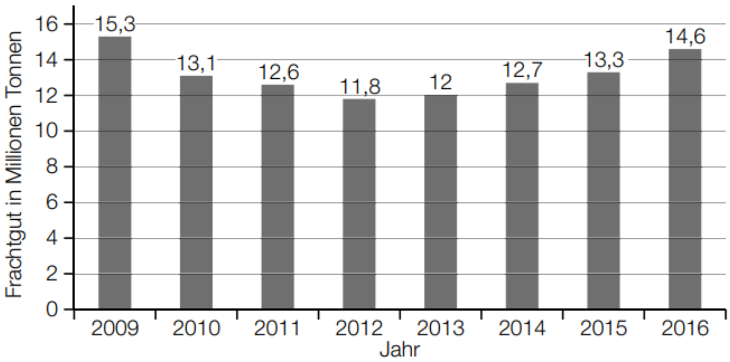
$P$(„von 7 dieser Wohnungen hat keine einzige Wohnung einen Balkon") = ______________

# Juni 2022, Prüfung 4: Brenner

## Brenner

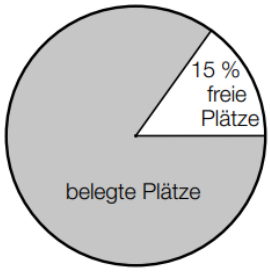
Der Brenner ist eine der wichtigsten Transitrouten der Alpen.

a) Ein Teil des Frachtguts wird per Bahn über den Brenner transportiert.
Im nachstehenden Säulendiagramm ist das Frachtgut (in Millionen Tonnen) für 8 aufeinanderfolgende Jahre dargestellt.




1) Ermitteln Sie den Median des Frachtguts für diese 8 Jahre.

b) Ein Teil des Frachtguts wird auf der sogenannten *rollenden Landstraße* in LKWs transportiert, wobei diese LKWs dafür auf spezielle Züge verladen werden.




Das nebenstehende Diagramm zeigt die Auslastung der rollenden Landstraße über den Brenner für das Jahr 2017. Dabei entspricht die weiße Fläche den 28 340 freien Plätzen auf der rollenden Landstraße.

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{28\,340}{0{,}15} \approx 188\,933$$

c) Ein großer Teil des Frachtguts wird per LKW über den Brenner transportiert.
Am Brennersee gibt es einen Parkplatz für LKWs. Hans wird im nächsten halben Jahr 20-mal freitags zur gleichen Tageszeit mit seinem LKW zu diesem Parkplatz kommen. Er weiß aus Erfahrung, dass er dort mit einer Wahrscheinlichkeit $p$ einen freien Parkplatz findet.

1) Stellen Sie mithilfe von $p$ eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$E$ ... „Hans wird im nächsten halben Jahr höchstens 1-mal <u>keinen</u> freien Parkplatz finden“

$P(E) =$ ____________________________________

# Juni 2022, Prüfung 5: Brenner

## Paketdienste

Aufgrund des stark zunehmenden Online-Handels nutzen immer mehr Menschen Paketdienste.

a) Zur Meldung von Problemen mit Paketdiensten gibt es eigene Beschwerdestellen.
Aufgrund langfristiger Beobachtungen ist bekannt, dass bei einer solchen Beschwerdestelle 11 % aller Beschwerden wegen zu langer Lieferzeiten erfolgen.

An einem bestimmten Tag gehen insgesamt 42 Beschwerden unabhängig voneinander ein.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 8 dieser 42 Beschwerden wegen zu langer Lieferzeiten erfolgen.

b) Für jeden Paketdienst ist die *Erstzustellquote* eine wichtige Größe.
Die Erstzustellquote entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Paket beim ersten Versuch zugestellt werden kann. Bei einem bestimmten Paketdienst beträgt die Erstzustellquote 90 %.

Eine Paketfahrerin soll $n$ Pakete zustellen.

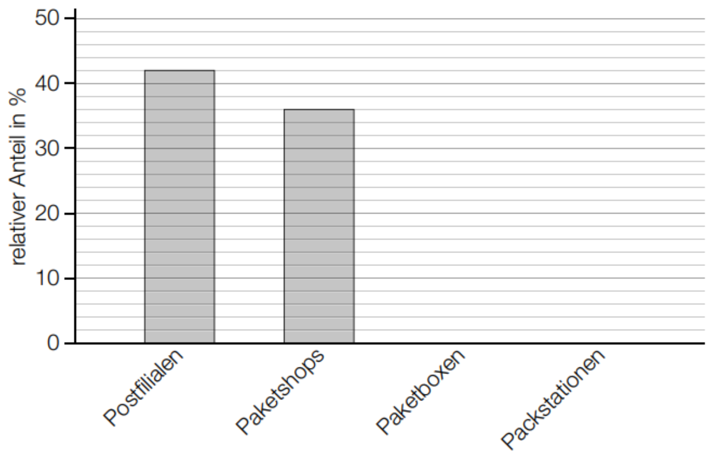
1) Beschreiben Sie ein Ereignis $E$ im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}9^n$

c) Mit einem bestimmten Paketdienst konnten im Jahr 2020 von insgesamt 31 200 Abgabestellen Pakete versendet werden.

Diese 31 200 Abgabestellen setzten sich aus 13 104 Postfilialen, 11 232 Paketshops, 624 Paketboxen und einer bestimmten Anzahl an Packstationen zusammen.

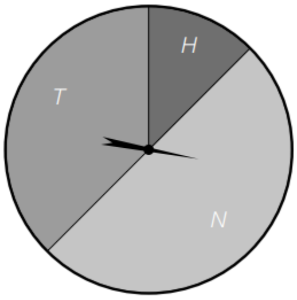
1) Ergänzen Sie die zwei fehlenden Säulen im nachstehenden Säulendiagramm.



# Juni 2022, Prüfung 6: Glücksrad

## Glücksrad

Das nachstehend abgebildete Glücksrad ist in die drei unterschiedlichen Sektoren *T*, *H* und *N* unterteilt.
In der Mitte des Glücksrads ist ein drehbarer Zeiger montiert, der bei jedem Spiel einmal gedreht wird und in einer zufälligen Position anhält. Die Ergebnisse der Drehungen sind voneinander unabhängig.




Der Sektor *H* nimmt $\frac{1}{8}$ der Fläche des Glücksrads ein.
Der Sektor *N* nimmt die Hälfte der Fläche des Glücksrads ein.

a) Der Zeiger des Glücksrads wird 2-mal hintereinander gedreht.

1) Geben Sie alle möglichen Versuchsausgänge dieses Zufallsversuchs an. Verwenden Sie dabei *T*, *H* und *N*.

b) Der Zeiger des Glücksrads wird 1-mal gedreht.

Eine Person bezahlt vor der Drehung des Zeigers des Glücksrads einen Einsatz von 2 Euro.
Bleibt der Zeiger im Sektor *T* stehen, so bekommt die Person nur den Einsatz zurück und gewinnt nichts.
Bleibt der Zeiger im Sektor *H* stehen, so bekommt die Person den Einsatz zurück und gewinnt zusätzlich 4 Euro.
Bleibt der Zeiger im Sektor *N* stehen, so verliert die Person den Einsatz.

Die Zufallsvariable *X* beschreibt die Höhe des Gewinns dieser Person.

1) Berechnen Sie den Erwartungswert von *X*.

c) Der Zeiger des Glücksrads wird 10-mal hintereinander gedreht.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - \left(\frac{7}{8}\right)^{10} = 0{,}736...$