

Grundkompetenz WS2: Wahrscheinlichkeitsrechnung

Beispiele aus Maturaterminen 2022-24 (AHS, BHS, Kompensationsprüfungen AHS)

TYP-1:

Kopf oder Zahl

Eine Münze hat eine Kopfseite K und eine Zahlseite Z .

Diese Münze wird 3-mal geworfen. Dabei ist zum Beispiel ZKK ein möglicher Ausgang dieses Zufallsversuchs.

Dabei bedeutet der 1. Buchstabe das Ergebnis des 1. Wurfes, der 2. Buchstabe das Ergebnis des 2. Wurfes und der 3. Buchstabe das Ergebnis des 3. Wurfes.

Mit E wird das Ereignis bezeichnet, dass der 2. Wurf das Ergebnis Z hat.

Aufgabenstellung:

Geben Sie das Ereignis E als Teilmenge des zugehörigen Grundraums dieses Zufallsversuchs an.

$$E = \{ \text{_____} \}$$

Kugeln

In einem Gefäß befinden sich 5 rote und n grüne Kugeln ($n \geq 2$).

Es werden 3 Kugeln ohne Zurücklegen aus dem Gefäß gezogen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass genau 2 grüne Kugeln gezogen werden, wird mit p bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. [1 aus 6]

$p = \frac{n}{n+5} \cdot \frac{n-1}{n+5} \cdot \frac{5}{n+5} \cdot 3$	<input type="checkbox"/>
$p = \left(\frac{n}{n+5}\right)^2 \cdot \frac{5}{n+5}$	<input type="checkbox"/>
$p = \frac{n}{n+5} \cdot \frac{n-1}{n+4} \cdot \frac{5}{n+3} \cdot 3$	<input type="checkbox"/>
$p = \frac{5}{n+5} \cdot \left(\frac{n}{n+5}\right)^2 \cdot 3$	<input type="checkbox"/>
$p = \frac{5}{n+5} \cdot \frac{n}{n+4} \cdot \frac{n-1}{n+3}$	<input type="checkbox"/>
$p = \frac{5}{n+5} \cdot \frac{n}{n+5} \cdot \frac{n-1}{n+5}$	<input type="checkbox"/>

Glücksspiel

Die Wahrscheinlichkeit, 1 Runde eines bestimmten Glücksspiels zu gewinnen, hat den Wert p .
Die Wahrscheinlichkeit, 2 aufeinanderfolgende Runden dieses Glücksspiels zu gewinnen, hat den Wert p_1 .

Aufeinanderfolgende Runden sind voneinander unabhängig.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf das oben beschriebene Glücksspiel jedenfalls zutreffen. [2 aus 5]

$p_1 = 2 \cdot p$	<input type="checkbox"/>
$p_1 = (1 - p)^2$	<input type="checkbox"/>
$p_1 = p \cdot (1 - p)$	<input type="checkbox"/>
$p_1 \leq p$	<input type="checkbox"/>
$p_1 = p^2$	<input type="checkbox"/>

Kartenspiel

Für die 8 Karten eines Kartenspiels gilt:

- 3 Karten sind mit „1“ beschriftet.
- 3 Karten sind mit „2“ beschriftet.
- 2 Karten sind mit „3“ beschriftet.

Diese 8 Karten werden gemischt. Anschließend werden 2 Karten aufgedeckt.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 1 der 2 aufgedeckten Karten mit einer ungeraden Zahl beschriftet ist.

Erfolg und Misserfolg

Ein bestimmtes Zufallsexperiment besteht aus n unabhängigen Durchführungen eines Versuchs ($n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$). Bei jedem Versuch tritt „Erfolg“ mit der Wahrscheinlichkeit p ein, ansonsten „Misserfolg“.

Aufgabenstellung:

Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E bei diesem Zufallsexperiment, das mit der Wahrscheinlichkeit $1 - (1 - p)^n$ eintritt.

Weihnachtsgeschenke

Laut einer Umfrage kaufen 87 % der österreichischen Bevölkerung Weihnachtsgeschenke. In dieser Bevölkerungsgruppe sind 3 % „Last-Minute-Shopper“, die erst wenige Tage vor Weihnachten mit dem Kauf beginnen.

Datenquelle: <https://ooe.orf.at/stories/3020487/> [07.11.2019].

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie mithilfe der Daten aus dieser Umfrage den Anteil p der „Last-Minute-Shopper“ an der österreichischen Bevölkerung in Prozent.

$p =$ _____ %

TYP-2:

Passwörter

Passwörter bestehen aus Zeichen, die in einer festgelegten Reihenfolge angeordnet sind. Es ist erlaubt, dass in einem Passwort Zeichen mehrfach vorkommen.

Die Anzahl der Stellen eines Passworts wird als Passwortlänge k bezeichnet ($k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$). Für jede dieser Stellen wird ein Zeichen aus jeweils n verschiedenen Zeichen gewählt ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$).

Die Anzahl A aller möglichen Passwörter kann mithilfe der Formel $A = n^k$ berechnet werden.

- b) Das Passwort für den Zugang auf eine bestimmte Website wird automatisch von einem Zufallsgenerator erzeugt. Der Zufallsgenerator wählt jedes Zeichen unabhängig von den anderen Zeichen und mit gleicher Wahrscheinlichkeit aus 26 Buchstaben und 10 Ziffern aus ($n = 36$). Die Passwortlänge beträgt 8 Zeichen ($k = 8$).

- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Passwort nur aus Buchstaben besteht.

[0/1 P.]

- 2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Passwort höchstens 1 Ziffer enthält.

[0/1 P.]

BHS – Beispiele:

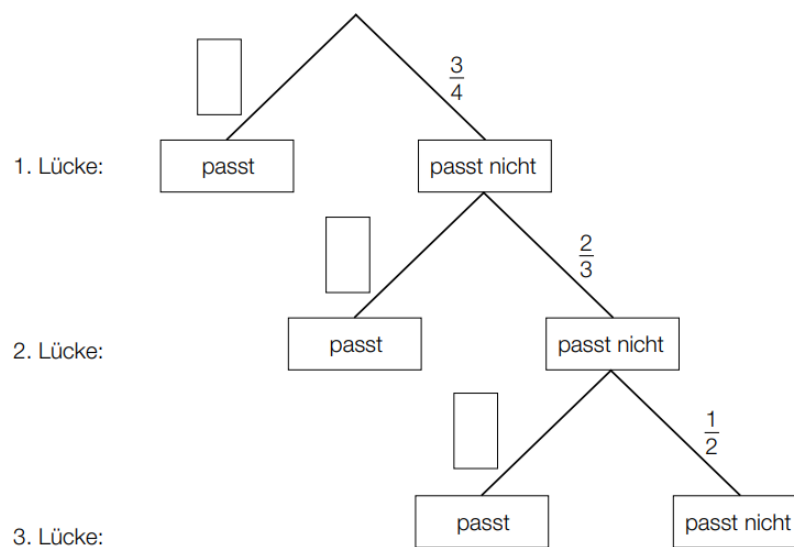
<https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM>

Puzzles

- c) Bei einem Puzzle für Kinder sind noch 4 Lücken für jeweils 1 Teil frei.

Andreas nimmt eines der 4 Teile und versucht so oft, es in jede der Lücken zu legen, bis er die richtige Lücke gefunden hat.

Dieser Vorgang wird bis zur 3. Lücke durch das nachstehende Baumdiagramm beschrieben.



Lena wählt ein Teil zufällig aus und betrachtet die folgenden zwei Ereignisse:

E_1 ... „das Teil passt in die 1. Lücke“

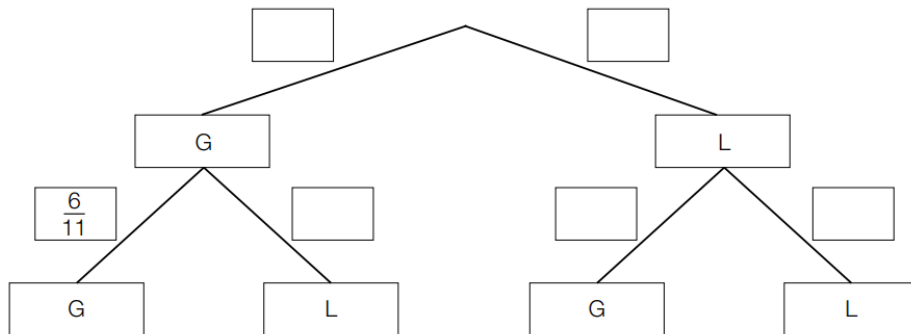
E_2 ... „das Teil passt nicht in die 1. Lücke, aber es passt in die 2. Lücke“

- 2) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_1 gleich groß wie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_2 ist. [0/1 P.]

Kaffeekapseln

b) In einer Dose liegen insgesamt 12 Kaffeekapseln. Es gibt nur grüne Kaffeekapseln (G) und lilafarbene Kaffeekapseln (L). Peter nimmt zufällig und ohne Zurücklegen 2 Kaffeekapseln aus dieser Dose.

- 1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. [0/1 P.]



- 2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Peter mindestens 1 grüne Kaffeekapsel aus der Dose nimmt. [0/1 P.]