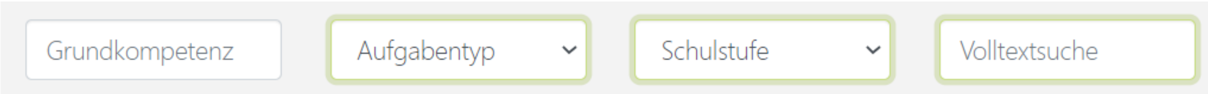
# WS2 – Wahrscheinlichkeitsrechnung (LÖSUNGEN)

**Lösungen Maturaaufgaben:**

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=M
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**" die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.




**Angestelltengehalt* 1_578, AN1.1, Offenes Antwortformat**

**Nummer**

Bsp. 1)

| | |
|---|---|
| $E = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$ | Es kommen stets gleiche Augenzahlen. |
| $E = \{(1,1), (1,2), (2,1)\}$ | Die Summe der Augenzahlen ist kleiner als 4. |
| $E = \{(1,3), (3,1)\}$ | Beim Würfeln kommt einmal ein 1er und einmal ein 3er. |

Bsp. 2)

**Bsp. 4)** In einer weiteren Urne befinden sich blaue, grüne und rote Kugeln. Bestimme zuerst den Grundraum $\Omega$ bei zweimaligem Ziehen mit Zurücklegen. Modelliere anschließend die Ereignismenge für die gegebenen Ereignisse (bei zwei gezogenen Kugeln mit Zurücklegen): $\boxed{9}$

$\Omega = \{(b,g),(g,b),(b,r),(r,b),(r,g),(g,r),(b,b),(r,r),(g,g)\}$

a. $E_1$: Es wird mindestens einmal die blaue Kugel gezogen.

$E_1 = \{(b,b),(b,g),(g,b),(b,r),(r,b)\}$ $\boxed{5}$

b. $E_2$: Beim zweiten Mal Ziehen soll die grüne Kugel gezogen werden.

$E_2 = \{(b,g),(r,g),(g,g)\}$ $\boxed{3}$

c. $E_3$: Die erst gezogene Kugel ist rot.

$E_3 = \{(r,r),(r,b),(r,g)\}$ $\boxed{3}$

e. $E_5$: Beide Kugeln besitzen dieselbe Farbe.

$E_5 = \{(b,b),(g,g),(r,r)\}$ $\boxed{3}$

Beschreibe jeweils das **Gegenereignis** zu den Ereignissen $E_1 - E_5$ zuerst in **Worten**, dann in **Mengenschreibweise**. $\boxed{4}$

$\neg E_1$: Es wird keine blaue Kugel gezogen, $\neg E_1 = \{(r,r),(g,g),(r,g),(g,r)\}$

$\neg E_2$: Beim 2. Mal ziehen wird keine grüne Kugel gezogen.

$\neg E_2 = \{(b,b),(b,r),(r,b),(g,r),(g,b),(r,r)\}$ $\boxed{6}$ $\boxed{6}$

$\neg E_3$: Die erste Kugel ist nicht rot: $\neg E_3 = \{(b,b),(b,g),(g,b),(g,g),(b,r),(g,r)\}$

$\neg E_4$: Es wird mindestens eine rote Kugel gezogen.

$\neg E_4 = \{(r,r),(r,b),(b,r),(r,g),(g,r)\}$ $\boxed{5}$

$\neg E_5$: Die gezogenen Kugeln haben unterschiedliche Farben.

$\neg E_5 = \{(r,b),(b,r),(r,g),(g,r),(b,g),(g,b)\}$

Bsp. 3)

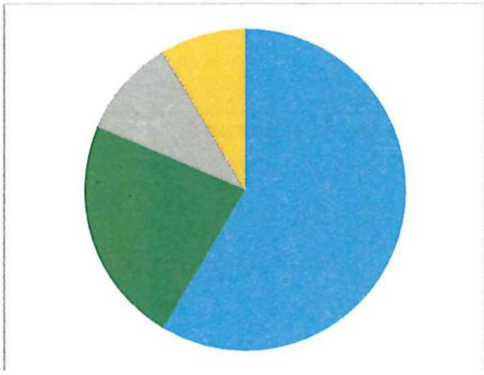
| | |
|---|---|
| a. $E_1$: Die Zahl 2 wird gewürfelt.<br>$P(E_1) = \frac{1}{6} \approx 16{,}7\%$ | b. $E_2$: Eine gerade Zahl wird gewürfelt.<br>$P(E_2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$ |
| c. $E_3$: Eine Primzahl wird gewürfelt.<br>↳ 2,3,5<br>$P(E_3) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$ | d. $E_4$: Die Zahl ist größer als 2.<br>↳ 3,4,5,6<br>$P(E_4) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 66{,}7\%$ |

Bsp. 4)

$\Omega = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,1),(1,3),(2,3),(3,2),(1,4),(4,1),(1,5),(5,1),$
$(2,4),(4,2),(3,3),(3,4),(4,3),(2,5),(5,2),(1,6),(6,1),(4,4),(3,5),(5,3),(2,6),(6,2),$
$(3,6),(6,3),(4,5),(5,4),(5,5),(6,4),(4,6),(6,5),(5,6),(6,6)\}$

| | |
|---|---|
| a. $E_1$: Die Summe der Augenzahlen beträgt 7.<br>$P(E_1) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 16,7\%$ | b. $E_2$: Beim ersten Wurf kommt eine 3.<br>$P(E_1) = \frac{6}{36} = 16,7\%$ |
| c. $E_3$: Die Summe der Augenzahlen ist kleiner als 6.<br>$P(E_3) = \frac{10}{36} \approx 27,8\%$ | d. $E_4$: Die beiden Augenzahlen sind gleich.<br>$P(E_4) = \frac{6}{36} \approx 16,7\%$ |
| e. $E_5$: Es kommt bei den Würfen mindestens einmal die Zahl 3 vor.<br>$P(E_5) = \frac{11}{36} \approx 30,6\%$ | f. $E_6$: Es werden nur Primzahlen gewürfelt.<br>2,3,5<br>$P(E_6) = \frac{9}{36} = 25\%$ |

Bsp. 5)



NEIN!
Definition: Alle Elementarereignisse treten mit gleicher WSK auf.

Bsp. 6)

| | |
|---|---|
| a. $E_1$: Es wird eine blaue Kugel gezogen.<br>KEINE<br>$P(\text{keine blaue K.}) = \frac{15}{18} \approx 83,3\%$ | b. $E_2$: Es wird eine gelbe oder rote Kugel gezogen.<br>$P(\text{keine g/r}) = \frac{11}{18} \approx 61,1\%$ |
| c. $E_3$: Es wird keine schwarze Kugel gezogen.<br>$P(\text{schwarz}) = \frac{8}{18} = 44,4\%$ | d. $E_4$: Es wird keine gelbe oder schwarze Kugel gezogen.<br>$P(\text{g/s}) = \frac{13}{18} = 72,2\%$ |

Bsp. 7)

a. Ein 12-seitiger Würfel (Augenzahlen 1-12) wird zweimal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der beiden Augenzahlen größer als 3 ist.

↳ Gegen-WSK: Summe $\leq 3$ → $\{(1,1),(1,2),(2,1)\}$

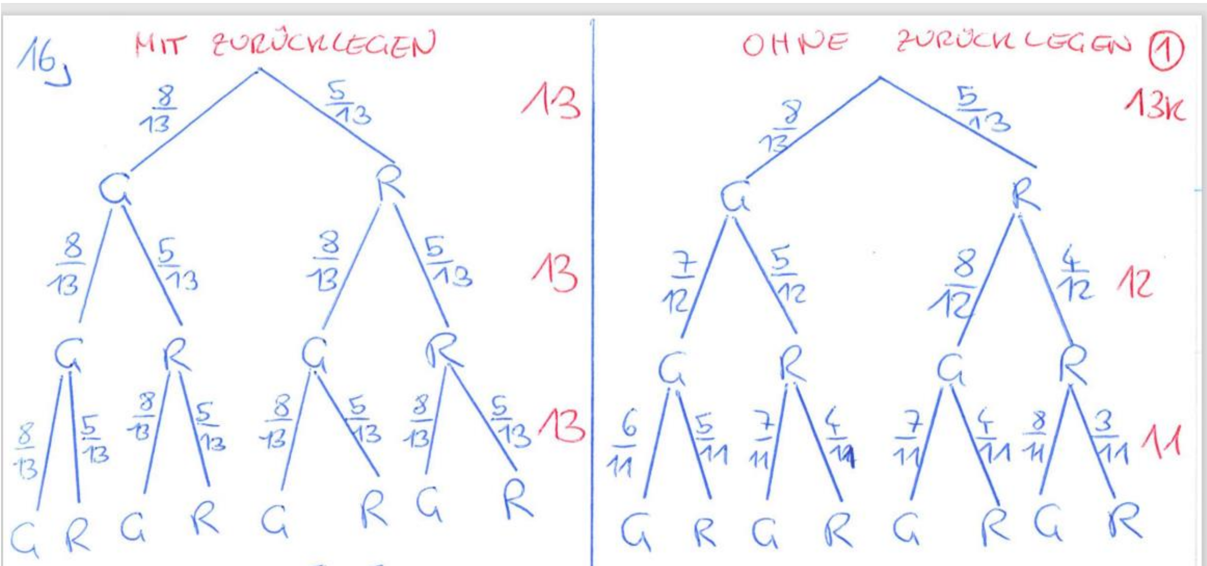
$P(\text{Summe} > 3) = 1 - P(\text{Summe} \leq 3) = 1 - \frac{3}{36} = \frac{33}{36} \approx 91{,}7\%$

b. Ein Würfel (1-6) wird dreimal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe aller Augenzahlen größer als 3 ist.

Summe $= 3$ $\quad 6^3 = 216$ M.

$P(\text{Summe} > 3) = 1 - P(\text{Summe} = 3) = 1 - \frac{1}{216} = \frac{215}{216} \approx 99{,}5\%$

Bsp. 8)




a) $P(G,R,R) = \frac{8}{13} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{5}{13} = 0{,}091 \approx 9{,}1\%$

b) $P(R,R,R) = \frac{5}{13} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{5}{13} \approx 0{,}057 \approx 5{,}7\%$

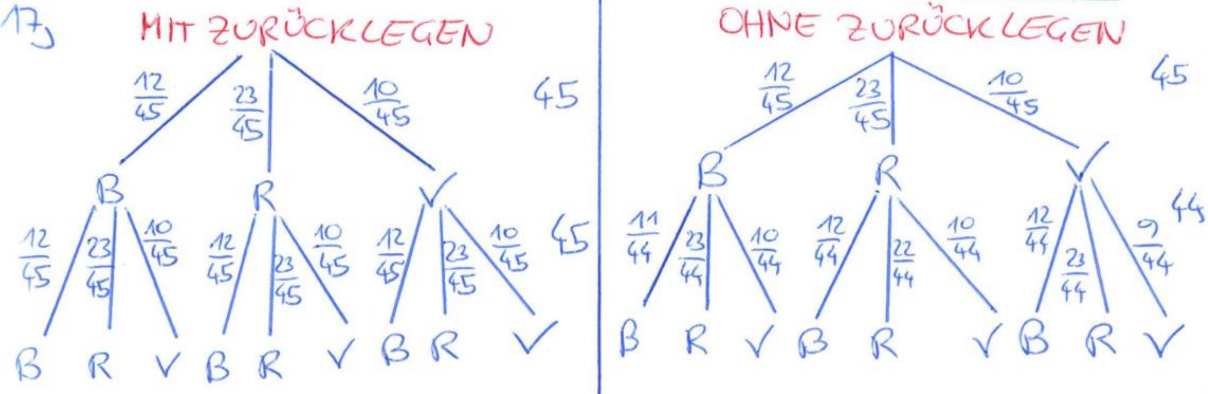
c) $P(G,G,G) = \frac{8}{13} \cdot \frac{8}{13} \cdot \frac{8}{13} \approx 0{,}233 \approx 23{,}3\%$

a) $P(G,R,R) = \frac{8}{13} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = 0{,}093 \approx 9{,}3\%$

b) $P(R,R,R) = \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = 0{,}035 \approx 3{,}5\%$

c) $P(G,G,G) = \frac{8}{13} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = 0{,}196 \approx 19{,}6\%$

Bsp. 9)




**MIT ZURÜCKLEGEN**

a) $P(B,V) = \frac{12}{45} \cdot \frac{10}{45} \approx 0{,}059 \approx 5{,}9\%$

b) $P(V,V) = \frac{10}{45} \cdot \frac{10}{45} \approx 0{,}049 \approx 4{,}9\%$

c) $P(R,R) = \frac{23}{45} \cdot \frac{23}{45} \approx 0{,}261 \approx 26{,}1\%$

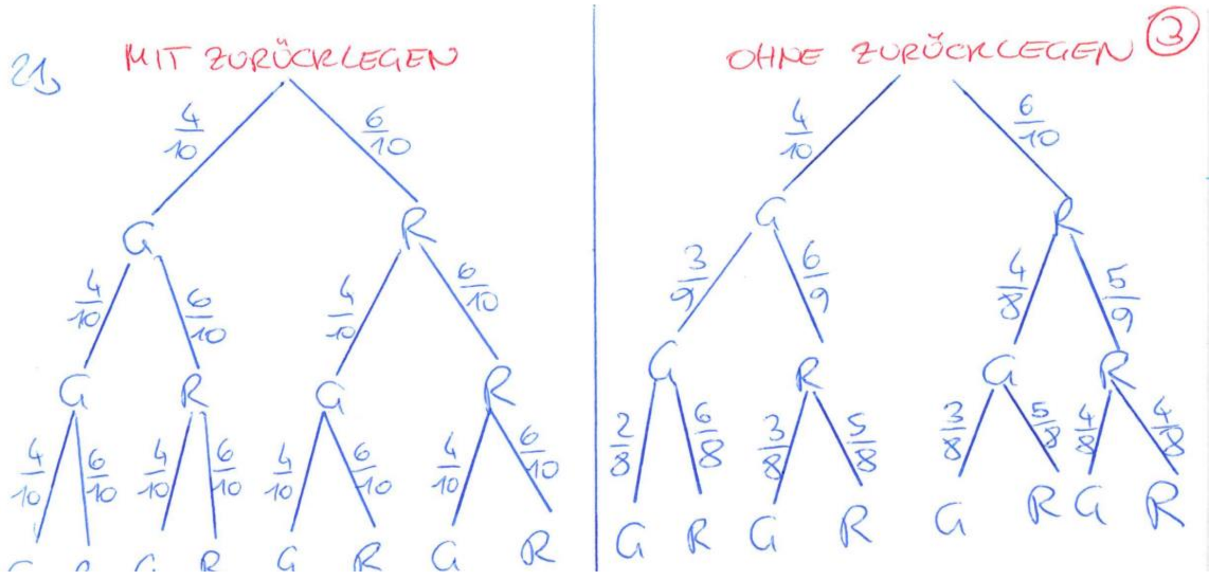
**OHNE ZURÜCKLEGEN**

a) $P(B,V) = \frac{12}{45} \cdot \frac{10}{44} \approx 0{,}061 \approx 6{,}1\%$

b) $P(V,V) = \frac{10}{45} \cdot \frac{9}{44} \approx 0{,}045 \approx 4{,}5\%$

c) $P(R,R) = \frac{23}{45} \cdot \frac{22}{44} \approx 0{,}256 \approx 25{,}6\%$

Bsp. 10)



a) $P(2G,1R)=\frac{4}{10}\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{10}+\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{10}\cdot\frac{4}{10}+\frac{6}{10}\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{4}{10}$

$=3\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{10}\approx 0{,}288$

$\approx \underline{28{,}8\%}$

b) $P(\text{mind } 2G)=P(2G,1R)+P(3G)$

$=0{,}288+\frac{4}{10}\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{4}{10}\approx 0{,}352$

$\approx \underline{35{,}2\%}$

c) $P(\text{max. } 1G)=P(0G)+P(1G,2R)=$

$\frac{6}{10}\cdot\frac{6}{10}\cdot\frac{6}{10}+3\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{10}\cdot\frac{6}{10}\approx 0{,}648$

$\approx \underline{64{,}8\%}$

$P(2G,1R)=\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{6}{8}+\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{3}{8}+\frac{6}{10}\cdot\frac{4}{8}\cdot\frac{3}{8}$

$=3\cdot\frac{3\cdot 4\cdot 6}{8\cdot 9\cdot 10}=0{,}3=\underline{30\%}$

b) $P(\text{mind } 2G)=0{,}3+\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}\approx$

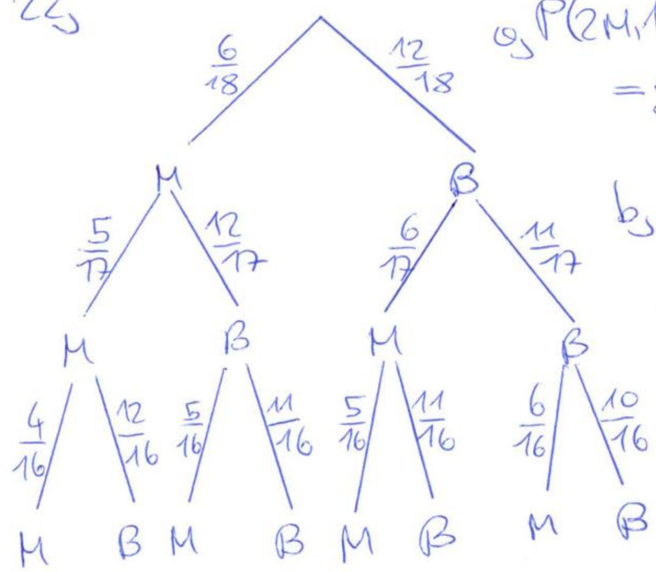
$\approx 0{,}333\ldots\approx \underline{33{,}3\%}$

c) $P(\text{max } 1G)=\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8}+3\cdot\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}$

$\approx 0{,}666\ldots\approx \underline{66{,}7\%}$

Bsp. 11)

22)




(4)

a) $P(2M,1B)=\frac{6}{18}\cdot\frac{5}{17}\cdot\frac{12}{16}+\frac{6}{18}\cdot\frac{12}{17}\cdot\frac{5}{16}+\frac{12}{18}\cdot\frac{6}{17}\cdot\frac{5}{16}$

$=3\cdot\frac{5\cdot 6\cdot 12}{16\cdot 17\cdot 18}\approx 0{,}221\approx \underline{22{,}1\%}$

b) $P(\text{mind } 2B)=P(1M,2B)+P(3B)=$

$=3\cdot\frac{6\cdot 12\cdot 11}{18\cdot 17\cdot 16}+\frac{12\cdot 11\cdot 10}{18\cdot 17\cdot 16}\approx$

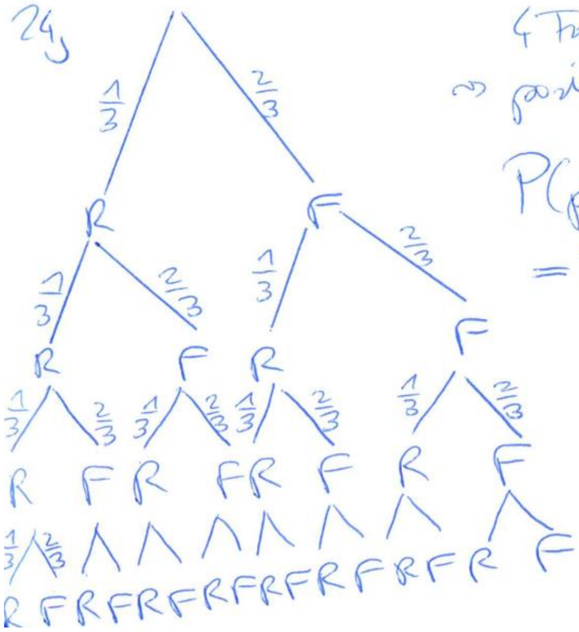
$\approx 0{,}755\approx \underline{75{,}5\%}$

c) $P(1M,2B)=3\cdot\frac{6\cdot 12\cdot 11}{18\cdot 17\cdot 16}$

$=0{,}485\approx \underline{48{,}5\%}$

Bsp. 12)

24)




5

4 Fragen

⇝ positiv: mehr als 50% → 3/4 Fragen

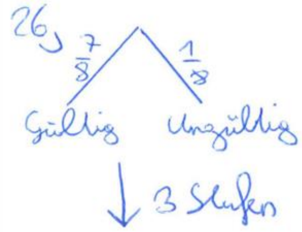
$P(\text{positiv}) = P(3R,1F) + P(4R)$

$= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot 4 + \left(\frac{1}{3}\right)^4 \approx 0{,}111 \approx \underline{11{,}1\%}$

4 Äste

Bsp. 13)

26)




a) $P(3G) = \left(\frac{7}{8}\right)^3 \approx 0{,}6699 \approx \underline{66{,}99\%}$

b) $P(1G, 2\neg G) = 3\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8} \approx 0{,}041 \approx \underline{4{,}1\%}$

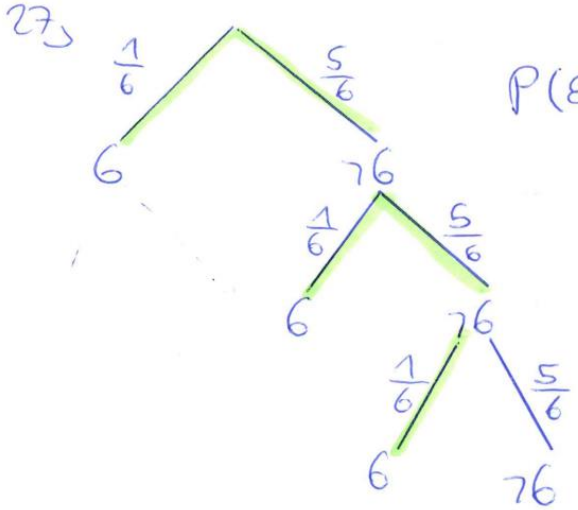
3 Pfade

c) $P(\text{max. } 1\times \text{ungültig}) = P(0\times \text{ungültig}) + P(1\times \text{ungültig})$

$= \left(\frac{7}{8}\right)^3 + 3\cdot\left(\frac{7}{8}\right)^2\cdot\frac{1}{8} \approx 0{,}957 \approx \underline{95{,}7\%}$

Bsp. 14)

27)




6

$P(\text{Erfolg}) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6} + \frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}$

$\approx 0{,}421 \approx \underline{42{,}1\%}$

Bsp. 15)

$$\xrightarrow{\frac{5}{6}} \neg 6 \xrightarrow{\frac{5}{6}} \neg 6 \xrightarrow{\frac{5}{6}} \neg 6 \xrightarrow{\frac{5}{6}} \neg 6 \xrightarrow{\frac{5}{6}} \neg 6 \xrightarrow{\frac{1}{6}} 6$$

$$P(5\times \neg 6, 1\times 6) = \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot \frac{1}{6} \approx 0{,}067 \approx \underline{6{,}7\,\%}$$

Bsp. 16)

a) $P(5\times 2\text{er}) = \left(\frac{1}{6}\right)^5 = 0{,}00013 \approx \underline{\underline{0{,}013\,\%}}$

b) $P(\text{keine Primzahl}) = \left(\frac{3}{6}\right)^5 \approx 0{,}031 \approx \underline{3{,}1\,\%}$

Bsp. 17)

1a) $P(\text{alle} \checkmark): \frac{190}{200} \cdot \frac{189}{199} \cdot \frac{188}{198} \cdot \frac{187}{197} \cdot \frac{186}{196} \cdot \frac{185}{195} \cdot \frac{184}{194} \cdot \frac{183}{193} \cdot \frac{182}{192} \cdot \frac{181}{191} \approx 0{,}591 \approx \underline{59{,}1\,\%}$

1b) $P(\text{mind. } 1\times \text{ defekt}) = 1 - P(\text{alle in Ordnung}) = 1 - 0{,}591 \approx 0{,}409 \approx \underline{40{,}9\,\%}$

GEGEN-WSK!

Bsp. 18)

32) $27: \checkmark \quad 97: \times \quad \text{Gesamt}: 124$ „OHNE ZURÜCKLEGEN"

a) $P(\text{keine Frage}) = \frac{97}{124} \cdot \frac{96}{123} \cdot \frac{95}{122} \cdot \frac{94}{121} \cdot \frac{93}{120} \cdot \frac{92}{119} \cdot \frac{91}{118} \cdot \frac{90}{117} \cdot \frac{89}{116} \cdot \frac{88}{115} \cdot \frac{87}{114}$ 7

$$\approx 0{,}059 \approx \underline{\underline{5{,}9\,\%}}$$

b) $P(\text{alle Fragen}) = \frac{27}{124} \cdot \frac{26}{123} \cdot \frac{25}{122} \cdot \frac{24}{121} \cdot \frac{23}{120} \cdot \frac{22}{119} \cdot \frac{21}{118} \cdot \frac{20}{117} \cdot \frac{19}{116} \cdot \frac{18}{115} \cdot \frac{17}{114}$

$$\approx 0{,}000000008 \approx \underline{0{,}0000008\,\%}$$

c) $P(\text{mind. } 1 \text{ Frage nicht}) = 1 - P(\text{alle Fragen})$

$$= 1 - 0{,}000000008 \approx 0{,}999999992$$

$$\approx \underline{\underline{99{,}9999992\,\%}}$$