

WS1 Beschreibende Statistik

Lösungen Maturaaufgaben:

- 1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: <https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=M>
- 2) Gib im Feld „Volltextsuche“ die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

Grundkompetenz	Aufgabentyp ▾	Schulstufe ▾	Volltextsuche
----------------	---------------	--------------	---------------

Angestellte Gehalt* **1_578**, AN1.1, Offenes Antwortformat

↑
Nummer

Bsp. 1)

0,1 1,1,1,1,2,2,3,3,3,3,4,4,5,5,5,5,5,5

ab. HF rel. HF rel. HF: $\frac{3}{17} \cdot 100 = 17,6\%$

1: 3x, $\frac{3}{17} \approx 0,176$

2: 2x, $\frac{2}{17} \approx 0,118 \rightarrow 11,8\%$

3: 4x, $\frac{4}{17} \approx 0,235 \rightarrow 23,5\%$

4: 2x, $\frac{2}{17} \approx 0,118 \rightarrow 11,8\%$

5: 6x, $\frac{6}{17} \approx 0,353 \rightarrow 35,3\%$

STATISTIK

Kreisdiagramm ①

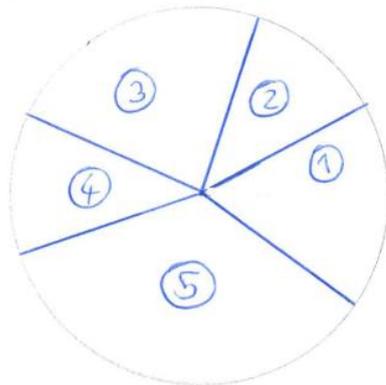
$in^\circ = 0,176 \cdot 360 \approx 63,4^\circ$

$0,118 \cdot 360 \approx 42,5^\circ$

$0,235 \cdot 360 \approx 84,6^\circ$

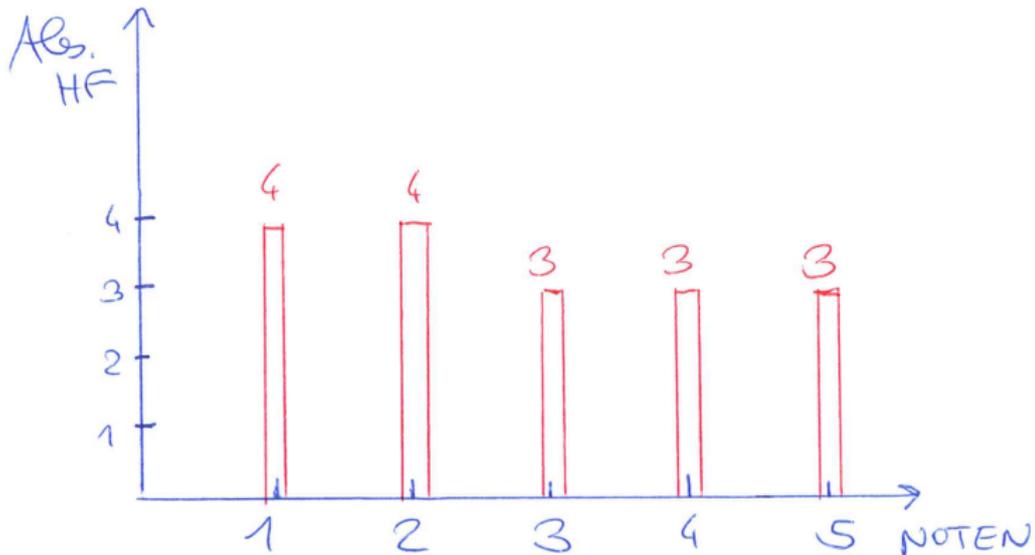
$42,5^\circ$

$0,353 \cdot 360 \approx 127,1^\circ$



b) 1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,4,4,4,5,5,5

- 1,2: je 4x, $\frac{4}{17} \approx 0,235 \approx 23,5\%$ (Abs. HF, Rel. HF, Proz. HF)
- 3,4,5: je 3x, $\frac{3}{17} \approx 0,176 \approx 17,6\%$



Bsp. 2)

3) A: 1345 $\Rightarrow 0,248 \approx 24,8\%$ \rightarrow 5426 Personen ③

B: 235 $\Rightarrow 0,043 \approx 4,3\%$

C: 567 $\Rightarrow 0,104 \approx 10,4\%$

U: 867 $\Rightarrow 0,160 \approx 16,0\%$

Keine Wahl: 2412 $\Rightarrow 0,445 \approx 44,5\%$ \rightarrow Kreisdiag.:

GESAMT: 5426P

$$C) \frac{1345+235+567+867}{5426} \approx 0,555 \approx 55,5\%$$

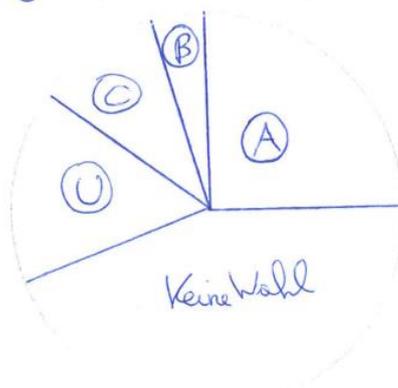
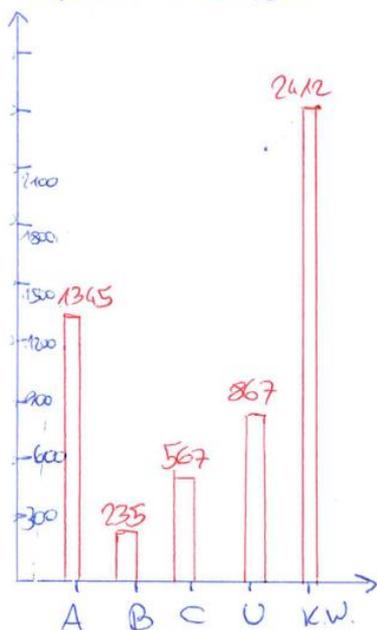
$$A: 0,248 \cdot 360 \approx 89,3^\circ$$

$$B: 0,043 \cdot 360 \approx 15,5^\circ$$

$$C: 0,104 \cdot 360 \approx 37,4^\circ$$

$$KW: 0,445 \cdot 360 \approx 160,2^\circ$$

$$U: 0,160 \cdot 360 \approx 57,6^\circ$$



Bsp. 3)

$$S_{\text{a}} \text{ Sehr Gut: } 0,151 \cdot 53 + 0,319 \cdot 47 = 23 \text{ SoS}$$

$$\text{Genügend: } 0,17 \cdot 53 + 0,17 \cdot 47 = 17 \text{ SoS}$$

b) Gesamt 100 SoS

$$\text{Sehr Gut: } 23 \Rightarrow 0,23 = 23\%$$

$$\text{Gut: } 21 \Rightarrow 0,21 = 21\%$$

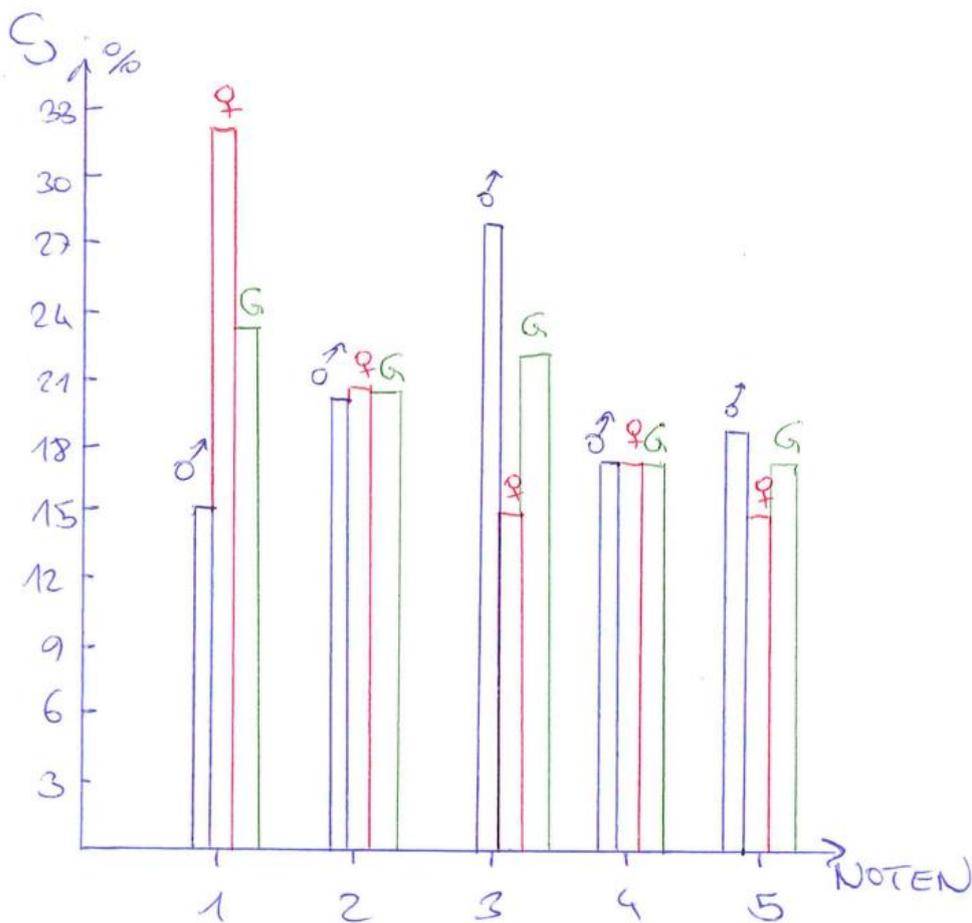
$$\text{Befriedigend: } 22 \text{ SoS} \Rightarrow 0,22 = 22\%$$

$$\text{Genügend: } 17\%$$

$$\text{Nicht Genügend: } 17\%$$

Berechnungen
wie bei a)

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---



Bsp. 4)

$$8_{a_j} \textcircled{1} [5; 10) \rightarrow 5 \cdot 1,2 = 6 \text{ SoS} \leftarrow \textcircled{b_j}$$

$$\textcircled{2} [10; 15) \rightarrow 5 \cdot 1,6 = 8 \text{ SoS}$$

$$\textcircled{3} [15; 25)$$

$$\textcircled{4} [25; 40)$$

HÖHE

$$c_j \quad 10 \cdot x = 8 \rightarrow x = 0,8 \quad \text{Klasse 3}$$

$$15 \cdot x = 9 \rightarrow x = 0,6 \quad \text{Klasse 4}$$

$$d_j \quad [10; 15): 8 \text{ SoS}$$

$$\rightarrow \frac{8}{31} \approx \underline{\underline{0,258 \approx 25,8\%}}$$

Bsp. 5)

$$a) \textcircled{1} [100; 200)$$

$$\textcircled{2} [200; 250)$$

$$\textcircled{3} [250; 350)$$

b) mindestens 100 Punkte

c) das kann anhand des Histogramms nicht gezeigt werden.

$$d) \bullet 100 \cdot 0,09 = x = 9 \text{ Kinder im Int. } [100; 200)$$

$$\bullet 50 \cdot 0,06 = x = 3 \text{ Kinder im Int. } [200; 250)$$

$$e) 100 \cdot x = 9 \Rightarrow x = \underline{\underline{0,09}}$$

$$f) [100; 250): 12 \text{ Kinder}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{21} = \underline{\underline{0,571 \approx 57,1\%}}$$

Bsp. 6)

a) KONTEXT: Weitsprung-Weite in cm

$$b) \textcircled{1} [200; 220) \rightarrow 20 \cdot 0,2 = 4 \text{ Kinder}$$

$$\textcircled{2} [220; 280) \rightarrow 60 \cdot 0,116 = 7 \text{ Kinder}$$

$$\textcircled{3} [280; 300) \rightarrow 20 \cdot 0,2 = 4 \text{ Kinder}$$

$$\textcircled{4} [300; 350) \rightarrow 50 \cdot 0,08 = 4 \text{ Kinder}$$

c) 19 Kinder $\bullet 100$

$$d) \frac{7}{19} \approx 0,368 \approx \underline{\underline{36,8\%}}$$

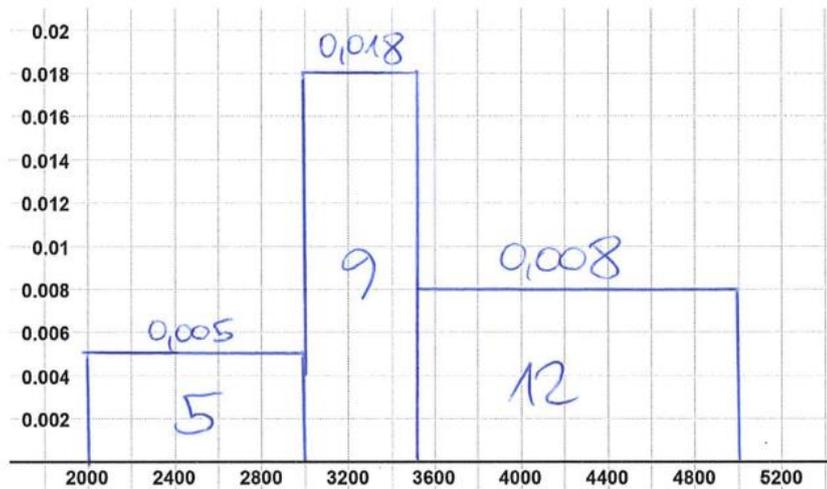
Bsp. 7)

Monatliches Bruttogehalt in €	Anzahl der Personen
[2000; 3000)	5
[3000; 3500)	9
[3500; 5000)	12

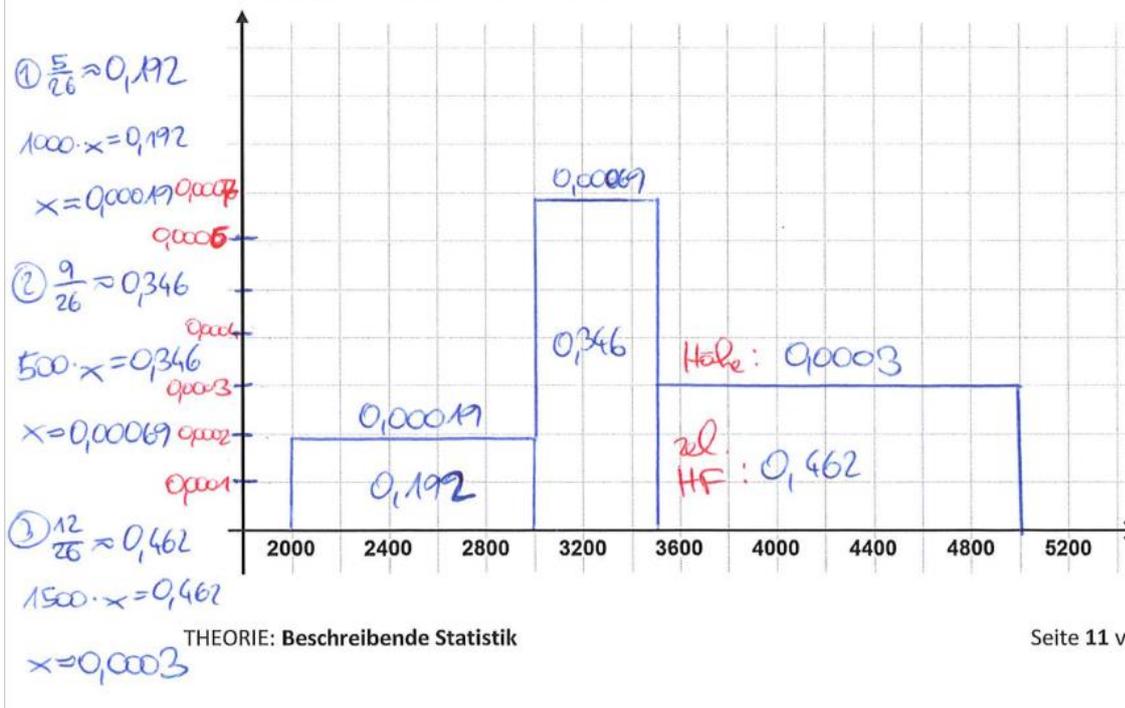
↓

$\rightarrow 1000 \cdot x = 5 \Rightarrow x \approx 0,005$
 $\rightarrow 500 \cdot x = 9 \Rightarrow x \approx 0,018$
 $\rightarrow 1500 \cdot x = 12 \Rightarrow x \approx 0,008$

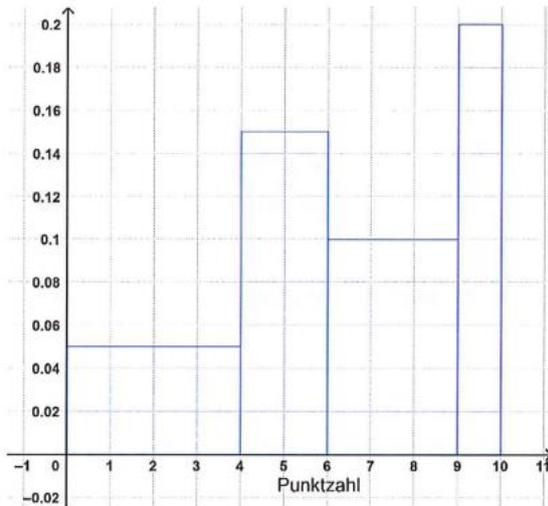
a. Zeichne ein Histogramm, sodass die Fläche der Rechtecke die absoluten Häufigkeiten darstellen.



b. Zeichne ein Histogramm, sodass die Fläche der Rechtecke die relativen Häufigkeiten darstellen. Skaliere die y-Achse passend.



Bsp. 8)



Bsp. 12) 20 Schülerinnen und Schüler haben eine Vokabel-Wiederholung mitgeschrieben. Bei der Wiederholung wurden 10 Vokabeln abgeprüft. Für jede richtige Übersetzung gibt es einen Punkt. Das Histogramm veranschaulicht die Ergebnisse der Schülerinnen und Schüler. Die Flächen der Rechtecke geben die relativen Häufigkeiten der Schülerinnen und Schüler an, deren Punktzahl im jeweiligen Bereich liegt.

Bemerkungen:

- Höhe Klasse 1 = 0,05
- Höhe Klasse 2 = 0,15
- Die vierte Klasse umfasst das Intervall: [9; 10]

a. Berechne die relativen, prozentuellen und absoluten Häufigkeiten der einzelnen Bereiche.

12) ① $[0; 4)$: $4 \cdot 0,05 = 0,2 = 20\%$ $\rightarrow 0,2 \cdot 20 = 4 \text{ SuS}$ (abs. HF)

② $[4; 6)$: $2 \cdot 0,15 = 0,3 = 30\%$ $\rightarrow 0,3 \cdot 20 = 6 \text{ SuS}$

③ $[6; 9)$: $3 \cdot 0,1 = 0,3 = 30\%$ $\rightarrow 6 \text{ SuS}$

④ $[9; 10]$: $1 \cdot 0,2 = 0,2 = 20\%$ $\rightarrow 4 \text{ SuS}$

Bsp. 9)

$$\bar{x} = \frac{\text{SUMME}}{10} = \frac{152,13}{10} \approx \underline{\underline{15,21 \text{ m}}}$$

Bsp. 10)

$$\begin{array}{l} \text{♂: } 24 \\ \text{♀: } 27 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{♂: } 24 \\ \text{♀: } 27 \end{array}} \right\} 51 \text{ SoS}$$

(9)

$$b) \bar{x} = \frac{11 \cdot 0 + 15 \cdot 1 + 11 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 6}{51} \approx 1,8 \text{ Punkte}$$

$$c) \text{♂: } \bar{x} = \frac{7 \cdot 0 + 6 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 6}{24} \approx 1,7 \text{ Punkte}$$

$$\text{♀: } \bar{x} = \frac{4 \cdot 0 + 9 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 6}{27} \approx 1,9 \text{ Punkte}$$

Die Burachen haben durchschnittlich 1,7 P bei der WH erreicht.

Die Mädels — " — 1,9 P. — " —

Bsp. 11)

$$\bar{x} = \frac{20 \cdot 0 + 27 \cdot 1 + 50 \cdot 2}{97} \approx \underline{\underline{1,3 \text{ Punkte}}}$$

Bsp. 12)

$$15,4 \cdot x = 308 \quad | : 15,4$$

$$\underline{\underline{x = 20 \text{ SoS}}}$$

Bsp. 13)

$$\begin{array}{r} \text{Summe (13)} = 13 \cdot 295 = 38,35 \\ + 3,58 \\ \hline 41,93 \end{array} \rightarrow \bar{x} = \frac{41,93}{14} \approx \underline{\underline{2,995 \text{ m}}}$$

Bsp. 14)

$$\text{SUMME: } 6 \cdot 73,5 = 441 \text{ kg}$$

x

$$\rightarrow 441 - x = \underline{81,9 \text{ kg}}$$

b. Ein weiterer Jugendlicher ist übergewichtig und wiegt 113,8 kg. Berechne das arithmetische Mittel aller Jugendlichen. Um wie viele % steigt das arithmetische Mittel an?

$$\text{neue Summe} = 441 + 113,8 = 554,8 \Rightarrow x_{\text{neu}} = \frac{554,8}{7} \approx 79,3 \text{ kg}$$

$$G = 73,5 \text{ kg}$$

100%

ges.: p

$$A = G \cdot \frac{p}{100} \Leftrightarrow p = 100 \cdot \frac{A}{G}$$

$$p = 100 \cdot \frac{79,3}{73,5} = 107,9\%$$

$$A = 79,3 \text{ kg}$$

\Rightarrow Das arithm. Mittel steigt um ca. 7,9% an.

Bsp. 23) Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Bsp. 15)

a) 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 8

$$\text{MEDIAN} = \frac{3+4}{2} = 3,5$$

$$\text{arithm. MW} = \frac{\text{SUMME}}{12} = \frac{48}{12} = 4$$

b) 14, 18, 19, 22, 22, 24, 27, 28

$$\text{arithm. MW} = \frac{174}{8} = 21,75$$

$$\text{MEDIAN} = \frac{22+22}{2} = 22$$

c) 110, 111, 111, 111, 112, 112, 114, 115, 116

$$\bar{x} = \frac{1012}{9} = 112,4$$

MEDIAN

Bsp. 16)

Aufgabe: Bestimme das arithmetische Mittel und den Median der erreichten Punktzahl.

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 4 + 8 \cdot 3}{24} \approx \underline{5,6 \text{ P}}$$

MEDIAN 1, 2, ..., 12, 13, ..., 24 24 Werte

$$6,6$$

6 Punkte = MEDIAN

Bsp. 17)

Der Median gibt stets den mittleren Wert einer der Größe nach geordneten Datenreihe an.	0
Vergrößert man alle Werte einer Datenreihe x_1, x_2, \dots, x_n um 10, so vergrößert sich der Median um 10.	0
Vergrößert man alle Werte einer Datenreihe x_1, x_2, \dots, x_n um 3, so bleibt der Median gleich.	0
Ist bei einer geordneten Datenreihe die Anzahl der Daten ungerade, so entspricht der Median dem mittleren Wert der Datenreihe.	0
Eine Datenreihe x_1, x_2, \dots, x_n ist gegeben. Vergrößert man den letzten Wert um x_n , so steigt der Median auch an.	0

Bsp. 18)

Datenreihe 1: 3, 4, 6, 8, 10, 15

Datenreihe 2: 17, 28, 39, 58, 68, 75

a. Bestimme jeweils das arithmetische Mittel und den Median.

• $\bar{x}_1 = \frac{46}{6} \approx \underline{7,6} \rightarrow \text{MEDIAN} = \frac{6+8}{2} = \underline{7}$

• $\bar{x}_2 = \frac{285}{6} \approx \underline{47,5} \rightarrow \text{MEDIAN} = \frac{39+58}{2} = \underline{48,5}$

b. Bei beiden Datenreihen kommt jeweils ein Ausreißer hinzu. Berechne erneut das arithmetische Mittel und den Median.

Datenreihe 1: 3, 4, 6, 8, 10, 15, 266

Datenreihe 2: 17, 28, 39, 58, 68, 75, 10 398

• $\bar{x}_1 = \frac{312}{7} \approx \underline{44,6} \quad \text{MEDIAN} = \underline{8}$

• $\bar{x}_2 = \frac{10683}{7} \approx \underline{1526,1} \quad \text{MEDIAN} = \underline{58}$

c. Was fällt dir auf? Welche Auswirkungen hat ein Ausreißer auf das arithmetische Mittel bzw. den Modus?

• Ein Ausreißer hat auf das arithm. Mittel große Auswirkungen, der Median verändert sich maximal nur geringfügig.

Bsp. 19)

Der Median wird durch einen Ausreißer nach oben stärker beeinflusst als das arithmetische Mittel.	<input type="radio"/>
Das arithmetische Mittel beschreibt den mittleren Wert einer Datenreihe.	<input type="radio"/>
Ein Ausreißer hat ^{keine} keine Auswirkung ^{en} auf den Median. ^{haben}	<input checked="" type="radio"/>
Ein Ausreißer hat große Auswirkungen auf das arithmetische Mittel.	<input checked="" type="radio"/>
Vergrößert man alle Werte einer Datenreihe x_1, x_2, \dots, x_n um 2, so vergrößert sich der Median nicht.	<input type="radio"/>

Bsp. 20)

Bsp. 29) Bestimme den Modus der Datenreihe.

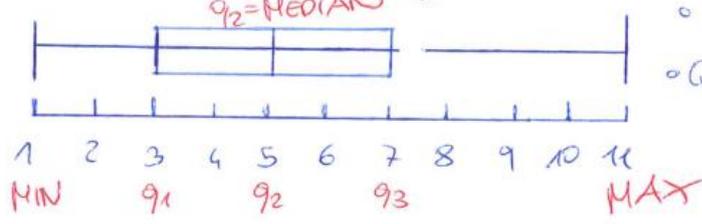
- a. Datenreihe 1: 3, 5, 1, 6, 2, 3, 4, 2, 7, 8, 4, 3 \rightarrow MODUS = 3
- b. Datenreihe 2: 14, 18, 22, 27, 19, 22, 28, 24 \rightarrow MODUS = 22
- c. Datenreihe 3: 110, 111, 111, 111, 112, 114, 116, 112, 115, 117 \rightarrow MODUS = 111

Bsp. 21)

3205 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 11

(17)

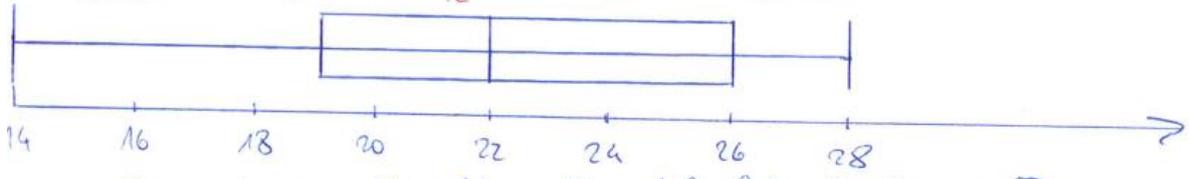
MIN=1
MAX=11



◦ Spannweite = $11 - 1 = 10$
◦ Quartilsabstand: $7 - 3 = 4$

b) 14, 15, 18, 19, 20, 22, 22, 23, 24, 26, 27, 27, 28

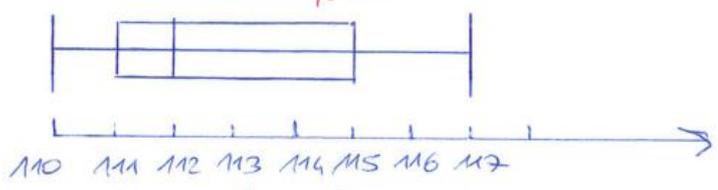
(13)



Spannweite = $28 - 14 = 14$ Quartilsabstand = $26 - 19 = 7$

c) 110, 111, 111, 111, 112 | 112, 114, 115, 116, 117

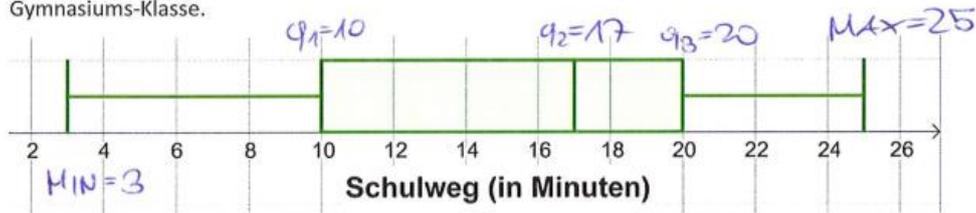
(10)



Spannweite = 7
Quartilsabstand = 4

Bsp. 22

Bsp. 34) Der Boxplot veranschaulicht die Dauer des Schulweges der Schülerinnen und Schüler einer Gymnasiums-Klasse.



- Lies alle statistischen Kennzahlen ab.
- Berechne den Quartilsabstand und interpretiere diesen Wert im gegebenen Kontext.

$\rightarrow = 10$ Ca. 50% der SuS brauchen zw. 10 & 20 min auf ihrem Schulweg

- Vervollständige den Lückentext:

(i) Ca. 50% Prozent der Schülerinnen und Schüler benötigen maximal 17 Minuten, um in die Schule zu kommen.

(ii) Ca. 75% Prozent der Schülerinnen und Schüler benötigen mindestens 10 Minuten auf ihrem Schulweg.

(iii) Ca. 25% Prozent der Schülerinnen und Schüler benötigen maximal 10 Minuten auf ihrem Schulweg.

- Wie viele Schülerinnen und Schüler benötigen mindestens 20 Minuten für ihren Schulweg. Begründe deine Antwort.

X Absolute HF können aus dem Boxplot nicht ermittelt werden.

THEORIE: Beschreibende Statistik

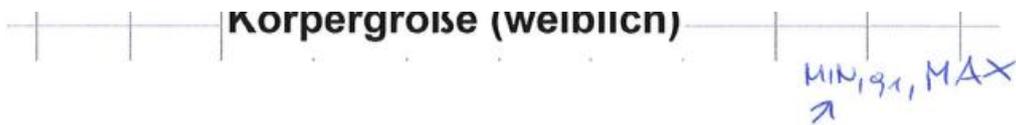
Seite 22 von 27

Bsp. 23)

JA
 MIN, MAX, $q_1, q_2 = \text{MEDIAN}, q_3$
 SPANNW., QUARTILSABSTAND

NEIN
 arithm. Mittel, Modus

Bsp. 24)



- a. Lies die statistischen Kennzahlen der beiden Boxplots ab. Beschreibe Unterschiede bzw. Gemeinsamkeiten. *q₂ gleich, q₃ gleich!*
- b. Kreuze zutreffende Aussagen an.

*richtig!
ca.
min!*

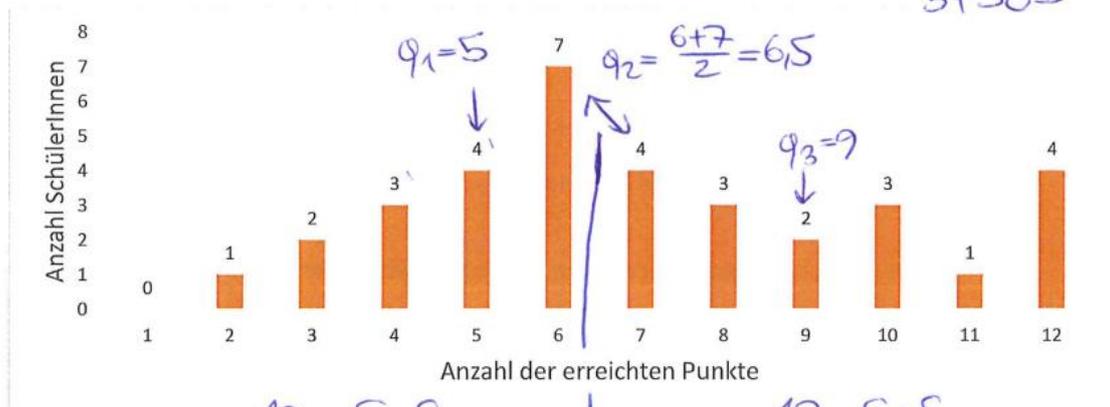
Ca. 25 % der Frauen sind mindestens 178 cm groß.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Spannweite bei den Männern ist kleiner als bei den Frauen.	<input type="checkbox"/>
Obwohl das Maximum bei den Frauen geringer ist, ist der Median bei beiden Datenreihen gleich.	<input checked="" type="checkbox"/>
50 % der Männer weisen eine Größe zwischen 172 cm und 178 cm auf.	<input type="checkbox"/>
Mindestens ein Mann ist größer als 189 cm.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Körpergröße von ca. 50 % der Männer beträgt mindestens 176 cm.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Quartilsabstand ist bei den Frauen größer.	<input checked="" type="checkbox"/>
Mindestens ein Viertel der Frauen sind 170 cm oder kleiner.	<input checked="" type="checkbox"/>
Genau 25 % der Männer sind maximal 172 cm groß.	<input type="checkbox"/>

- c. Kannst du aus dem Boxplot herauslesen, wie viele Frauen kleiner als 176 cm sind?

NEIN!

Bsp. 25)

Bsp. 38) Bei einem Test konnten 12 Punkte erreicht werden. Das nachfolgende Säulendiagramm veranschaulicht die Ergebnisse:



Aufgabenstellung: Stelle die erreichten Punktzahlen der Schülerinnen und Schüler mit einem Boxplot dar.

Bsp. 26)

39) ① $MW = \frac{17}{5} = 3,4$

② Spannweite = $6 - 1 = 5$

Stand. abw. ③ $\sigma = \sqrt{\frac{(3-3,4)^2 + (5-3,4)^2 + (1-3,4)^2 + (6-3,4)^2 + (2-3,4)^2}{5}}$

$\sigma \approx 1,855$

④ Varianz = $\sigma^2 \approx 3,44$

b) ① $MW = \frac{2585}{6} \approx 430,8$

② Spannweite = $1120 - 15 = 1105$

③ $\sigma = \sqrt{\frac{(140-430,8)^2 + (15-430,8)^2 + (260-430,8)^2 + (1120-430,8)^2 + (923-430,8)^2 + (127-430,8)^2}{6}}$

$\sigma \approx 427,43$

④ Varianz = $\sigma^2 = 182\,696,5$

c) ① $MW = \frac{785}{7} \approx 112,1$

② Spannweite = 6

③ $\sigma = \sqrt{\frac{(110-112,1)^2 + 3 \cdot (111-112,1)^2 + (112-112,1)^2 + (114-112,1)^2 + (116-112,1)^2}{7}}$

$\sigma \approx 1,96$

④ Varianz = $\sigma^2 \approx 3,84$

Bsp. 27)

+ größer - kleiner = bleibt gleich	Arithmetisches Mittel	Median	Spannweite	Standardabweichung	Minimum
Aufgabe a	—	=	+	+	—
Aufgabe b	+	+	=	=	+
Aufgabe c	+	=	+	+	=
Aufgabe d	=	=	+	+	—
Aufgabe e	+	+	+	+	+
Aufgabe f	=	=	=	=	=

Bsp. 28)

Der Quartilsabstand wird stärker durch einen Ausreißer nach oben beeinflusst als die Spannweite.	<input type="radio"/>
Die Standardabweichung beschreibt, wie stark die Daten um das arithmetische Mittel streuen.	<input checked="" type="radio"/>
Ein Ausreißer hat keine Auswirkung auf die Standardabweichung.	<input type="radio"/>
Die Spannweite, die Varianz, die Standardabweichung und der Quartilsabstand sind Kennzahlen für die Streuung der Daten.	<input checked="" type="radio"/>
Vergrößert man alle Werte einer Datenreihe x_1, x_2, \dots, x_n um 2, so vergrößert sich die Standardabweichung auch um 2.	<input type="radio"/>

Bsp. 29)

$$3a) 2150S$$

$$b) \frac{12}{21} = 0,571 \approx \underline{57,1\%}$$

$$c) 550S$$

Bsp. 30)

$$1a) 0,13 \cdot 3000 = 390P.$$

$$b) (0,44 + 0,14) \cdot 3000 = 1740P.$$

c) 29% d) 44% e) JA: Bei einem Einkommen ≥ 3000 € wohnen die meisten in einem Haus.
Bei < 3000 € wohnt die Mehrheit in einer Wohnung.