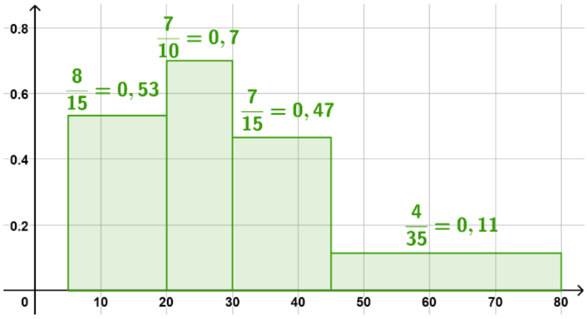
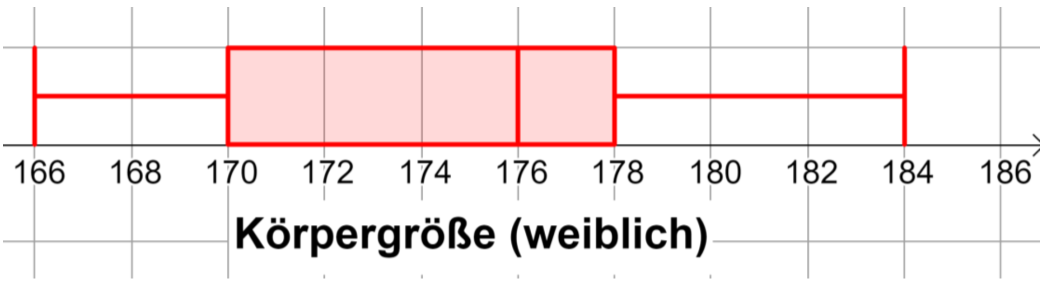
WS1 Beschreibende Statistik

Maturaskript AHS (39 Seiten)

Grundkompetenzen:



- **WS1.1** Werte aus tabellarischen und elementaren grafischen Darstellungen ablesen (bzw. zusammengesetzte Werte ermitteln, d. h. aus den Grafiken ablesbare Daten zur Berechnung weiterer Kennzahlen verwenden können) und im jeweiligen Kontext angemessen interpretieren können
- **WS1.2** Tabellen und einfache statistische Grafiken erstellen, zwischen Darstellungsformen wechseln können
- **WS 1.3** statistische Kennzahlen (absolute und relative Häufigkeiten; arithmetisches Mittel, Median, Modus, Quartile, Spannweite, empirische Varianz/Standardabweichung) im jeweiligen Kontext interpretieren können; die angeführten Kennzahlen für einfache Datensätze ermitteln können
- **WS 1.4** Definition und wichtige Eigenschaften des arithmetischen Mittels und des Medians angeben und nutzen, Quartile ermitteln und interpretieren können, die Entscheidung für die Verwendung einer bestimmten Kennzahl begründen können



Prof. πegischer

Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben (**Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool**)** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

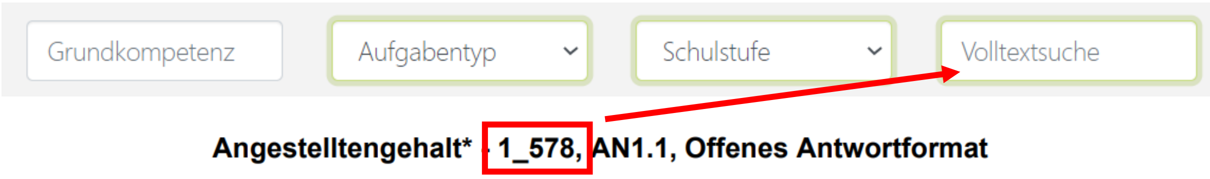
Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info*: bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, …) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=M

2) Gib im Feld „**Volltextsuche**" die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.



Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. 1_578) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**" und „**GeoGebra**" erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**" erstellt.

Lizenzbedingungen:

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien

WS1 – Beschreibende Statistik

[Video]

1. Darstellung von Daten:

a. Urliste / Strichliste

Die erhobenen Daten werden meist in einer **ungeordneten Urliste** dargestellt (ohne Ordnung). Möchte man eine Urliste übersichtlich darstellen, so kann man eine **Strichliste** verwenden. Folgende Häufigkeiten können berechnet werden:

- **Absolute Häufigkeit:** Gesamtanzahl, wie oft der Wert in der Urliste vorkommt

Bemerkung: Aus der absoluten Häufigkeit kann man noch nicht darauf schließen, ob ein **Merkmal wirklich häufig auftritt** oder **nicht**, da es immer auf die **Gesamtanzahl n** der untersuchten Werte ankommt.

Eine absolute Häufigkeit von 50 für $n = 60$ sehr groß, für $n = 200\,000$ dagegen sehr klein. In solchen Fällen ist es hilfreich zu wissen, wie viel **Prozent** der Gesamtmenge n dieses Merkmal besitzen:

- **Relative Häufigkeit**: Absolute Häufigkeit durch Gesamtanzahl

$$Relative\ Häufigkeit = \frac{Absolute\ Häufigkeit}{Gesamtanzahl}$$

Die relative Häufigkeit nimmt stets einen **Wert zwischen 0 und 1** an.

- **Prozentuelle Häufigkeit**: Relative Häufigkeit mal 100

$$Prozentuelle\ Häufigkeit = Relative\ Häufigkeit \cdot 100$$

Die prozentuelle Häufigkeit nimmt stets einen **Wert zwischen 0 % und 100 %** an.

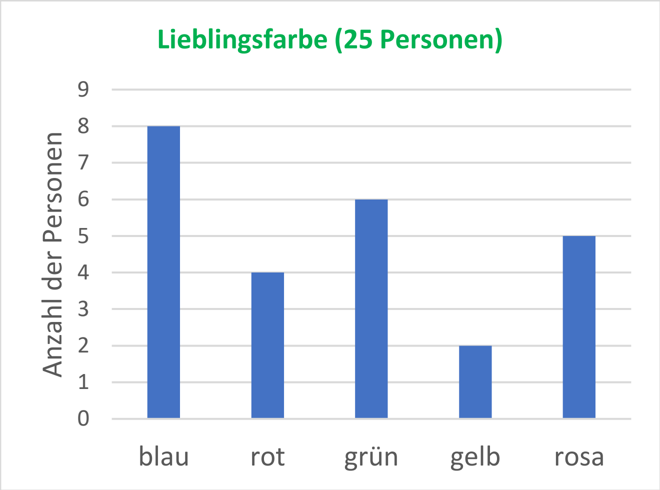
Urliste: blau, rot, blau, grün, gelb, rosa, gelb, rosa, blau, rot, blau, grün, grün, grün, rosa, blau, rosa, blau, blau, blau, rot, rosa, rot, grün, grün

Lieblingsfarbe	Strichliste	Absolute HF	Relative HF	Prozentuelle HF
blau	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\,\vert\vert\vert$	8	$\frac{8}{25} = 0{,}32$	32 %
rot	$\vert\vert\vert\vert$	4	$\frac{4}{25} = 0{,}16$	16 %
grün	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\,\vert$	6	$\frac{6}{25} = 0{,}24$	24 %
gelb	$\vert\vert$	2	$\frac{2}{25} = 0{,}08$	8 %
rosa	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}$	5	$\frac{5}{25} = 0{,}20$	20 %

b. Statistische Diagramme

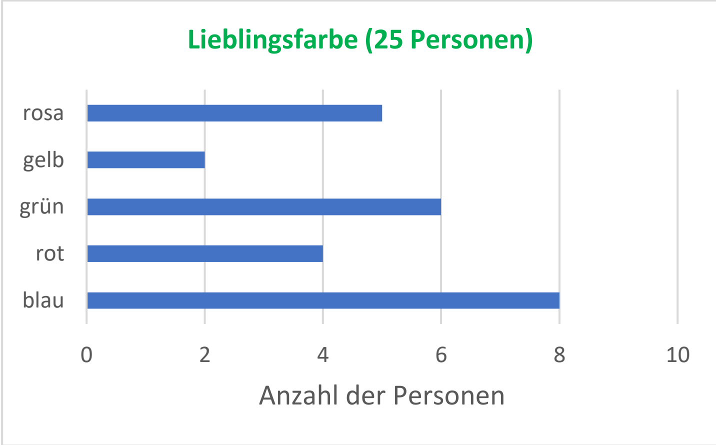
Säulendiagramm

In Säulendiagrammen gibt die y-Achse die Häufigkeit (absolut, relativ, prozentuell) eines Merkmales auf der x-Achse an.



Balkendiagramm

Beim Balkendiagramm ist es im Gegensatz zum Säulendiagramm genau umgekehrt.
Die x-Achse gibt die Häufigkeit eines Merkmals auf der y-Achse an.

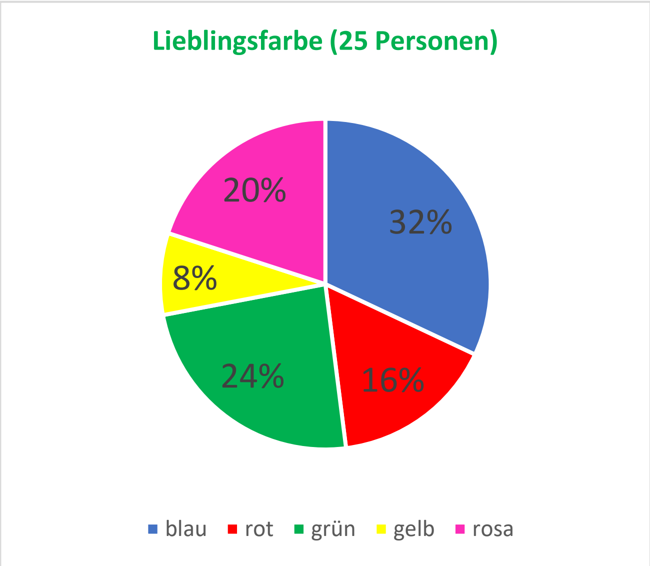


Kreisdiagramm

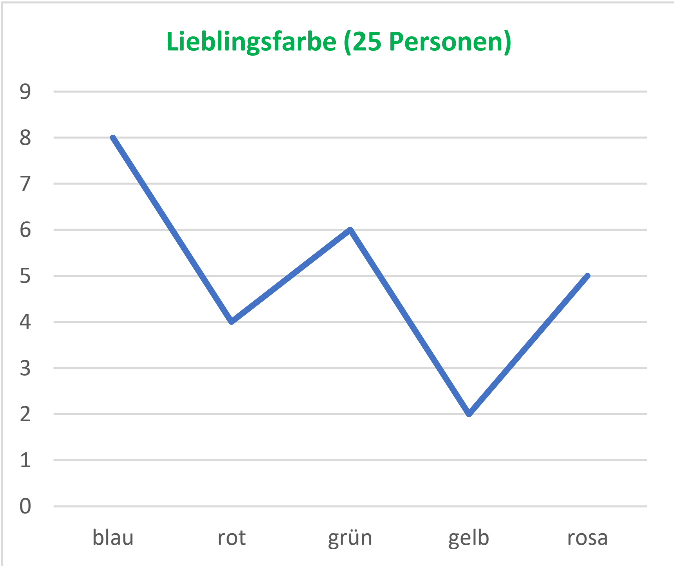
Ein Kreissegment entspricht der prozentuellen Häufigkeit eines Merkmales.

Größe des Winkels

$$Winkel\ (in\ Grad) = Relative\ HF \cdot 360°$$



Liniendiagramm



Bsp. 1) Von einer Schulklasse mit 17 Schülerinnen und Schülern werden die Noten der jeweils letzten Schularbeit in den Fächern Mathematik, Englisch, Deutsch und Sportkunde aufgelistet.

Aufgabe: Stelle die Liste geordnet dar und berechne die absolute, relative und prozentuelle Häufigkeit der jeweiligen Schulnote. Veranschauliche die Situation mit dem gewünschten Diagramm.

a. Mathematik: 2, 3, 5, 1, 5, 4, 3, 3, 1, 5, 5, 5, 4, 3, 1, 2, 5 (Darstellung: Kreisdiagramm)

b. Englisch: 1, 2, 5, 4, 3, 1, 5, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2 (Darstellung: Säulendiagramm)

Bsp. 2) Bei einer Befragung einer Strichprobe zur nächsten politischen Wahl geben 1345 Personen an, dass sie Partei A wählen werden. 235 sind sicher, Partei B zu wählen. Weitere 567 Personen werden Partei C ihre Stimme geben. 867 sind aktuell noch unentschlossen, werden aber zur Wahl gehen. 2412 Personen werden von ihrem Wahlrecht nicht Gebrauch machen.

a. Wie viele Personen haben an der Befragung teilgenommen?
b. Berechne die relative und prozentuelle Häufigkeit der Wahlmöglichkeiten.
c. Wie hoch ist die Wahlbeteiligung in %?
d. Stelle die Befragung mit Hilfe eines Säulendiagramms und eines Kreisdiagramms dar.

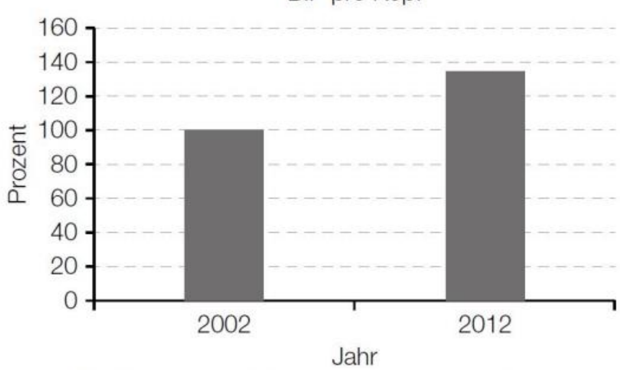
Bsp. 3) Bei einer klassenübergreifenden Deutsch-Schularbeit aller achten Klassen wurden folgende Leistungen erzielt:

	männlich	Weiblich
Sehr Gut	15,1 %	31,9 %
Gut	20,8 %	21,3 %
Befriedigend	28,3 %	14,9 %
Genügend	17,0 %	17,0 %
Nicht Genügend	18,9 %	14,9 %
Anzahl	53	47

a. Berechne, wie viele Schülerinnen und Schüler ein (i) Sehr Gut bzw. (ii) Genügend geschrieben haben.
b. Berechne, wie viele Prozent aller Schülerinnen und Schüler ein (i) Sehr Gut, (ii) Gut, (iii) Befriedigend, (iv) Genügend bzw. (v) Nicht Genügend geschrieben haben. Stelle diese Daten in einem Prozentstreifen (10 cm) dar.
c. Veranschauliche die prozentuellen Häufigkeiten aller erhobenen Daten (männlich, weiblich, alle Schülerinnen und Schüler) in einem Säulendiagramm (pro Note: drei Säulen).

Bruttoinlandsprodukt* - 1_656, WS1.1, Offenes Antwortformat

Die nachstehende Grafik zeigt die relative Veränderung des BIP pro Kopf in Österreich von 2012 bezogen auf 2002.



Geben Sie an, ob ausschließlich anhand der Daten in der gegebenen Grafik der Wert der relativen Änderung des nominalen Bruttoinlandsprodukts in Österreich von 2012 bezogen auf 2002 ermittelt werden kann, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

BIP 2018* - 1_776, WS1.1, Halboffenes Antwortformat

Im Jahr 2018 betrug das Bruttoinlandsprodukt (BIP) von Österreich rund 385,71 Milliarden Euro.

Datenquelle: https://de.statista.com/statistik/daten/studie/14390/umfrage/bruttoinlandsprodukt-in-oesterreich/ [21.11.2019].

Übersteigen die Einnahmen aus Exporten die Ausgaben aus Importen, so spricht man von einem Leistungsbilanzüberschuss, andernfalls von einem Leistungsbilanzdefizit. In der nachstehenden Abbildung sind für einige Länder diese Überschüsse bzw. Defizite als Leistungsbilanzsalden in Prozent des jeweiligen BIP für das Jahr 2018 angeführt.

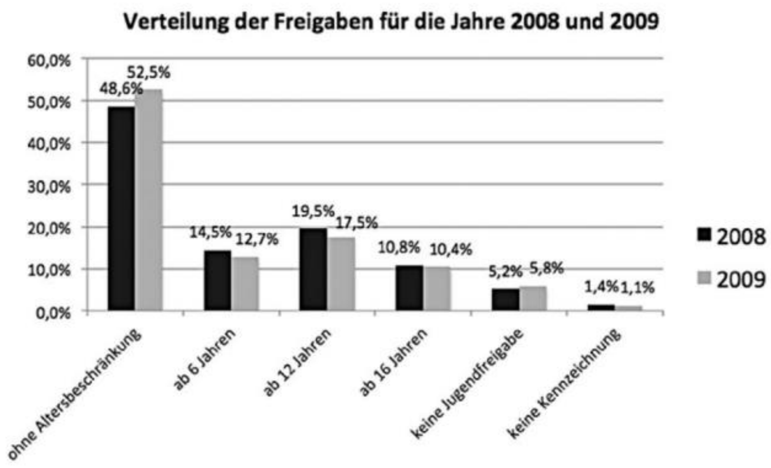
Datenquelle: https://www.oenb.at/isaweb/report.do?report=10.18 [21.11.2019].

Berechnen Sie den Leistungsbilanzüberschuss (in Milliarden Euro) von Österreich im Jahr 2018.

Leistungsbilanzüberschuss: ______________________________ Milliarden Euro

Computer- und Videospiele* - 1_355, WS1.1, 2 aus 5

Computer- und Videospiele müssen vor ihrer Markteinführung ein Einstufungsverfahren durchlaufen, bei dem festgelegt wird, welches Mindestalter für den Erwerb des Spiels erreicht sein muss. Im Jahr 2009 wurden 3 100 Spiele dieser Einstufung unterzogen. Im Jahr 2008 waren es um 114 Spiele weniger. Die nachstehende Graphik stellt die Ergebnisse der Auswertungen dar.



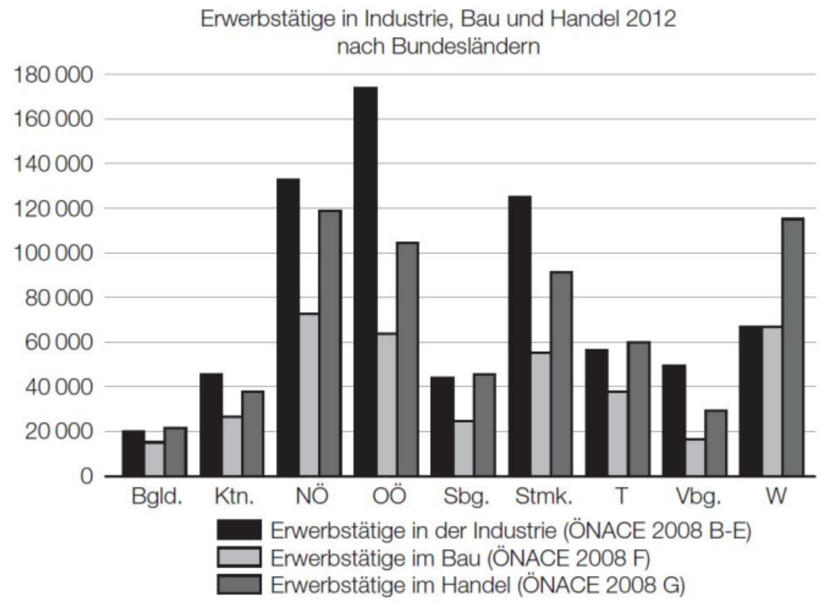
Datenquelle: http://www.usk.de/pruefverfahren/statistik/jahresbilanz-2009/ [21.05.2014].

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Anzahl der im Jahr 2009 ohne Altersbeschränkung freigegebenen Spiele hat sich im Vergleich zum Jahr 2008 um etwa 10 % verringert.	☐
Die Anzahl der in der Kategorie „freigegeben ab 16 Jahren" eingestuften Spiele ist in den beiden Jahren 2008 und 2009 nahezu gleich.	☐
Im Jahr 2008 wurde annähernd jedes dritte Spiel für Kinder ab 6 Jahren freigegeben.	☐
Im Jahr 2009 wurden weniger als 500 Spiele der Kategorie „freigegeben ab 12 Jahren" zugeordnet.	☐
Im Jahr 2008 erhielt etwa jedes zwanzigste Spiel keine Jugendfreigabe.	☐

Erwerbstätige* - 1_680, WS1.1, 2 aus 5

Die nachstehende Grafik zeigt die Anzahl der im Jahr 2012 in Österreich Erwerbstätigen in drei Bereichen. Die Grafik weist die Daten nach Bundesländern getrennt aus.



Quelle: STATISTIK AUSTRIA, Mikrozensus-Arbeitskräfteerhebung 2012. Erstellt am 22.05.2013.

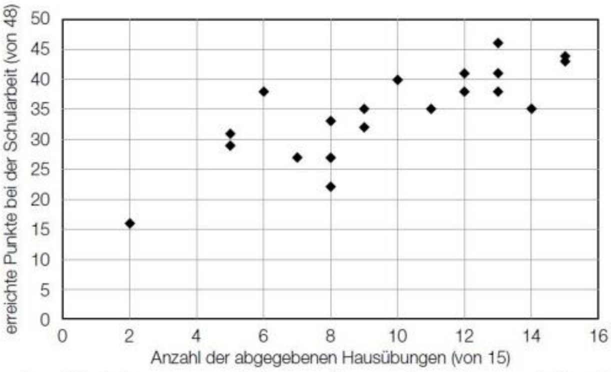
Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die sich aus der Grafik ableiten lassen.

In jedem Bundesland gab es mehr Erwerbstätige im Handel als im Bau.	☐
In der Industrie hatte Oberösterreich (OÖ) mehr Erwerbstätige als jedes andere Bundesland.	☐
Wien (W) hatte mehr Erwerbstätige im Handel als in Industrie und Bau zusammen.	☐
Vorarlberg (Vbg.) hatte in allen drei Bereichen zusammen mehr Erwerbstätige als die Steiermark (Stmk.) alleine in der Industrie.	☐
Im Handel hatte Burgenland (Bgld.) mehr Erwerbstätige als jedes andere Bundesland.	☐

Hausübungen und Schularbeit* - 1_632, WS1.1, 2 aus 5

In einer Klasse, in der ausschließlich Mädchen sind, waren bis zu einer Schularbeit 15 Hausübungen abzugeben. Bei der Schularbeit waren maximal 48 Punkte zu erreichen.

Im nachstehenden Punktwolkendiagramm werden für jede der insgesamt 20 Schülerinnen dieser Klasse die Anzahl der abgegebenen Hausübungen und die Anzahl der bei der Schularbeit erreichten Punkte dargestellt.

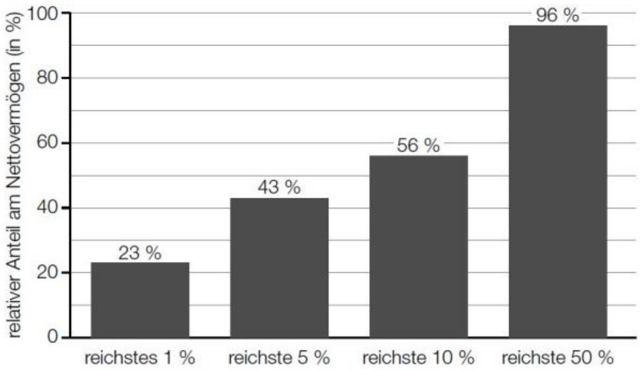


Zwei der nachstehenden fünf Aussagen interpretieren das dargestellte Punktwolkendiagramm korrekt. Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Nur Schülerinnen, die mehr als 10 Hausübungen abgegeben haben, konnten mehr als 35 Punkte bei der Schularbeit erzielen.	☐
Die Schülerin mit der geringsten Punkteanzahl bei der Schularbeit hat die wenigsten Hausübungen abgegeben.	☐
Die Schülerin mit den meisten Punkten bei der Schularbeit hat alle Hausübungen abgegeben.	☐
Schülerinnen mit mindestens 10 abgegebenen Hausübungen haben bei der Schularbeit im Durchschnitt mehr Punkte erzielt als jene mit weniger als 10 abgegebenen Hausübungen.	☐
Aus der Anzahl der bei der Schularbeit erreichten Punkte kann man eindeutig auf die Anzahl der abgegebenen Hausübungen schließen.	☐

Vermögensverteilung* - 1_1197, WS1.1, Lückentext Lückentext

Die nachstehende Abbildung zeigt, welche relativen Anteile am österreichischen Nettovermögen die reichsten Teile der Bevölkerung im Jahr 2017 besaßen.



Datenquellen: https://awblog.at/vermoegensverteilung-oesterreich/ [04.05.2020], https://www.vienna.at/vermoegensverteilung-in-oesterreich-arm-und-reich-wird-meist-vererbt/6468838 [30.05.2020].

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Im Jahr 2017 besaßen die ____①____ der Bevölkerung insgesamt ____②____ des österreichischen Nettovermögens.

①	
ärmsten 50 %	☐
reichsten 6 %	☐
ärmsten 95 %	☐

②	
43 %	☐
mehr als 60 %	☐
4 %	☐

Video

c. Stängel-Blatt-Diagramm und Histogramm

Urliste 2 (Anreisedauer in Minuten mit dem Bus zur Schule):

15, 18, 36, 26, 20, 11, 76, 45, 71, 33, 25, 15, 22, 27, 31, 18, 15, 14, 31, 32, 35, 37, 20, 29, 64, 05

Stängel-Blatt-Diagramm:

Eine weitere Darstellungsmöglichkeit bietet ein Stängel-Blatt-Diagramm. Dabei wird das Diagramm in einen „**Stamm**“ und in „**Blätter**“ zerlegt. Sinnvoll ist ein Stängel-Blatt-Diagramm, wenn **zahlreiche verschiedene** Zahlen vorkommen:

Stamm = Zehnerziffer	**Blätter** = Einerziffer
0	5
1	1, 4, 5, 5, 5, 8, 8
2	0, 0, 2, 5, 6, 7, 9
3	1, 1, 2, 3, 5, 6, 7
4	5
5	
6	4
7	1, 6

Histogramm:

Möchte man diese Daten nun in einem Diagramm darstellen, so sind die bisherigen Möglichkeiten (Säulendiagramm, Balkendiagramm, Kreisdiagramm, Liniendiagramm, …) **nicht sinnvoll**, da zu viele verschiedene Daten vorhanden sind. Bei so einer Thematik werden oft Histogramme verwendet. Bei einem Histogramm werden die erhobenen Daten in **Klassen** eingeteilt. Mögliche Klasseneinteilungen wären folgende:

Einteilung mit gleich großen Klassen

Faustregel 1: Bestimmung der Anzahl der Klassen:

Sind n Elemente vorhanden, so kann mit Hilfe folgender Faustregel die Anzahl der Klassen bestimmt werden:

$$Anzahl\ Klassen\ \boldsymbol{k} \approx \sqrt{\boldsymbol{n}} \approx \sqrt{26} \approx 5{,}1 \approx 5\ Klassen$$

Faustregel 2: Breite jeder Klasse

$$Breite\ jeder\ Klasse\ b \geq \frac{(Maximum - Minimum)}{k}$$

$$b \geq \frac{76-5}{5} = 14{,}2 \rightarrow Breite = 15$$

Klassen (Zeitdauer)	Absolute HF
$[5; 20)$	8
$[20; 35)$	11
$[35; 50)$	4
$[50; 65)$	1
$[65; 80)$	2

Individuelle Einteilung der Klassen

Sind die Elemente in der Datenreihe einseitig wie bei diesem Beispiel verteilt, so bietet sich eine individuelle Klasseneinteilung an:

Zeitdauer	Absolute HF
[0;20)	8
[20;30)	7
[30;45)	7
[45;80)	4

Bei einem Histogramm dürfen die Klassen **verschieden breit** sein (siehe oben: Klasse 4: [45;80) - 35 min).

Für das Zeichnen eines Histogramms mit verschieden breiten Klasse beachte die Bemerkungen:

Bemerkungen:

- Sind die Klassen des Histogramms **gleich breit**, so ist das Histogramm ähnlich zum **Säulendiagramm**. Die Höhe der Säule entspricht der Häufigkeit (meist: absolute Häufigkeit).

- Sind die Klassen **verschieden breit**, so entspricht der **Flächeninhalt** jedes Rechtecks der **Häufigkeit** (relativ, absolut oder prozentuell). Der Fläche eines Rechtecks (=Häufigkeit) wird stets mit Länge mal Breite berechnet:

$$Häufigkeit = Rechtecksbreite \cdot Rechteckshöhe$$

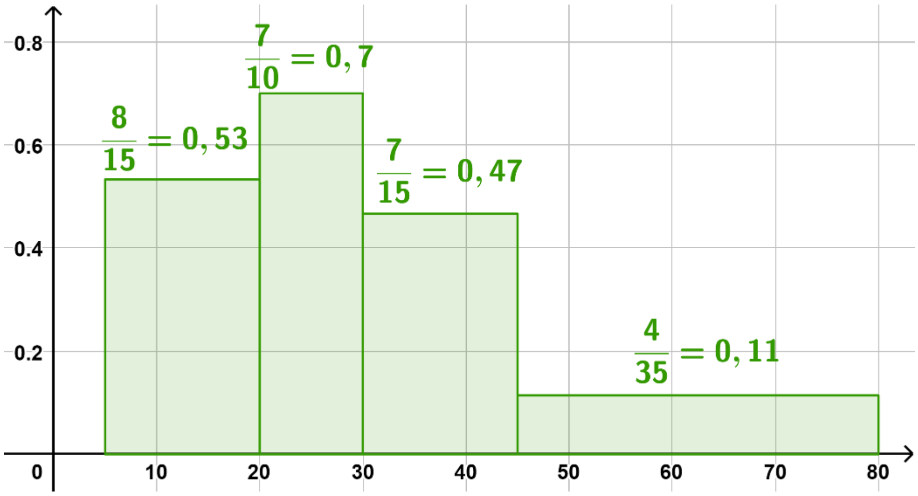
- Um die Höhe des Rechtecks berechnen zu können, wird die Formel umgeformt:

$$Rechteckshöhe = \frac{Häufigkeit}{Rechtecksbreite}$$

- Sind die Klassen eines Histogramms gleich breit, so kann der Flächeninhalt der einzelnen Rechtecke trotzdem die Häufigkeit angeben (Achte auf die Angabe!).

Darstellungsmöglichkeiten eines Histogramms mit verschieden breiten Klassen:

1) Darstellung der Fläche als absolute Häufigkeit



$$Rechteckshöhe = \frac{Absolute\ Häufigkeit}{Rechtecksbreite}$$

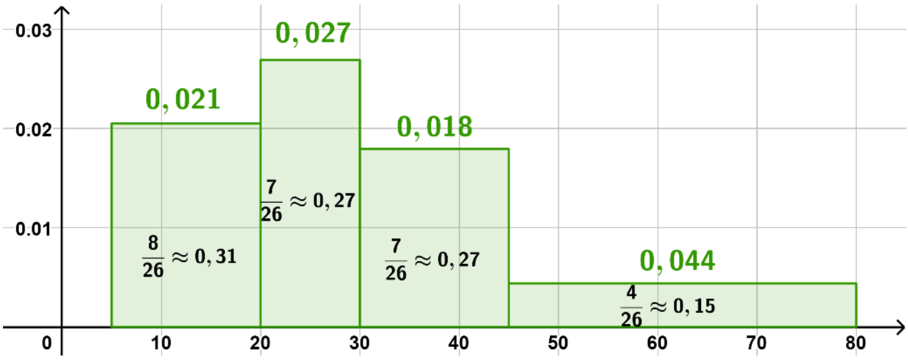
Höhe - Klasse 1: $[5; 20)$

$$Rechteckshöhe = \frac{8}{15} \approx 0{,}53$$

Absolute HF - Klasse 2: $[20; 30)$

$$Absolute\ HF = 10 \cdot 0{,}7 = 7$$

2) Darstellung der Fläche als relative Häufigkeit



$$Rechteckshöhe = \frac{Relative\ Häufigkeit}{Rechtecksbreite}$$

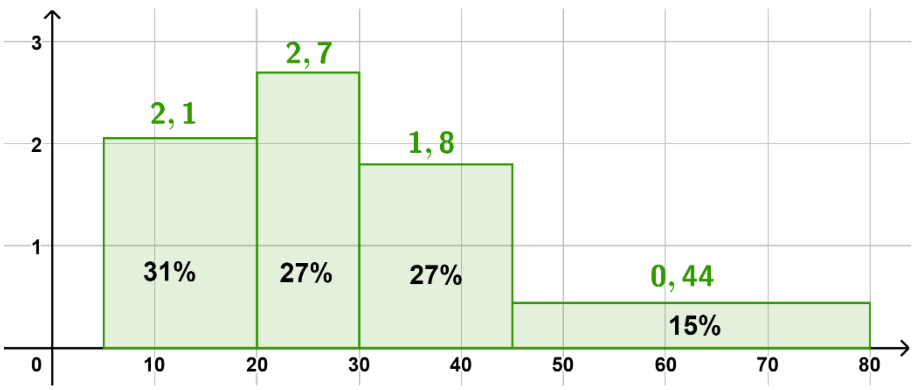
Höhe - Klasse 1: $[5; 20)$
Relative Häufigkeit im ersten Bereich: $\frac{8}{26} \approx 0{,}308$

$$Rechteckshöhe = \frac{0{,}308}{15} \approx 0{,}021$$

Relative HF - Klasse 2: $[20; 30)$

$$Relative\ HF = 10 \cdot 0{,}027 = 0{,}27$$

3) Darstellung der Fläche als prozentuelle Häufigkeit



$$Rechteckshöhe = \frac{Prozentuelle\ Häufigkeit}{Rechtecksbreite}$$

Höhe - Klasse 1: $[5; 20)$
Prozentuelle Häufigkeit im ersten Bereich: $\frac{8}{26} \cdot 100 \approx 30{,}8\%$

$$Rechteckshöhe = \frac{30{,}8}{15} \approx 2{,}1$$

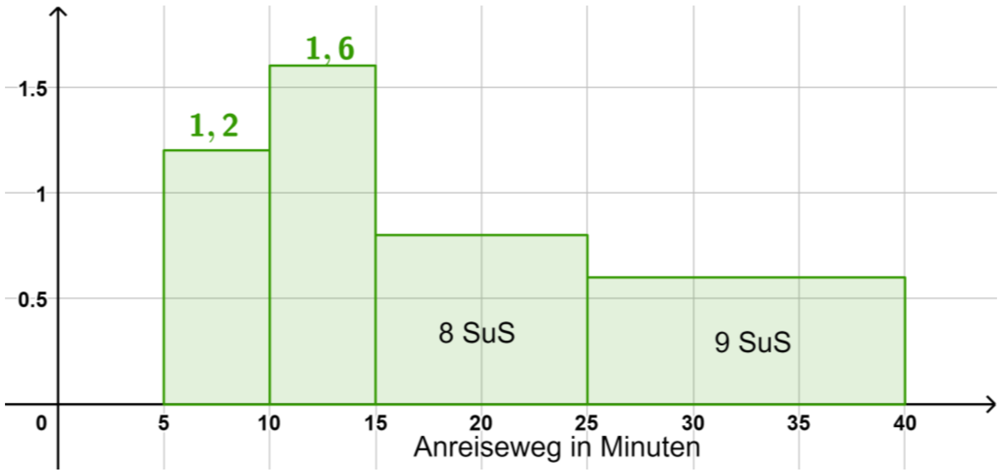
Prozentuelle HF - Klasse 2: $[20; 30)$

$$Prozentuelle\ HF = 10 \cdot 2{,}7 = 27\ \%$$

Vergleich: Stängel-Blatt-Diagramm & Histogramm

	Stängel-Blatt-Diagramm	Histogramm
Vorteile	Alle Daten werden dargestellt.	Übersichtliche Veranschaulichung von Klassen
Nachteile	Etwas unübersichtlich bei vielen Daten.	**Informationsverlust**: Keine Angabe welche exakten Daten auftreten (nur die Klassen!)

Bsp. 4) Das nachstehende Histogramm veranschaulicht die Dauer des Anreiseweges von 31 befragten Schülerinnen und Schülern. Die Fläche eines Rechtecks gibt die Anzahl der SchülerInnen – kurz SuS (=absolute HF) an, deren Anreiseweg in diesem Intervallbereich liegt.



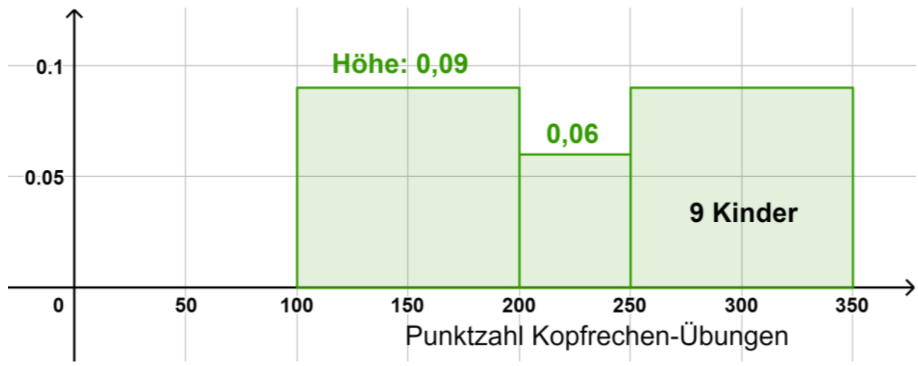
a. In welche Klassen wurde das Histogramm eingeteilt?

b. Von wie vielen Schülerinnen und Schülern liegt die Anreisedauer im Intervall (i) $[5; 10)$ bzw. (ii) $[10; 15)$?

c. Berechne die Rechteckshöhe der dritten und vierten Klasse.

d. Gib die relative und prozentuelle Häufigkeit der Schülerinnen und Schüler an, die für den Anreiseweg mindestens 10, aber weniger als 15 Minuten benötigen.

Bsp. 5) Im Fach Mathematik konnten die Schülerinnen und Schüler bei Kopfrechen-Übungen im Laufe des Jahres Punkte sammeln. Das Histogramm veranschaulicht die erreichten Punkte der 21 Kinder am Ende des Jahres. Die Fläche eines Rechtecks gibt die Anzahl der Kinder an, deren Punktzahl in diesem Bereich liegt.



a. In welche Klassen wurde das Histogramm eingeteilt?

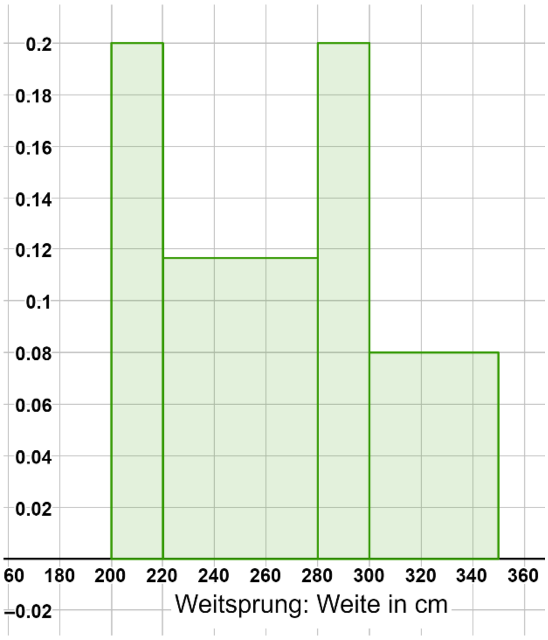
b. Gib an, wie viele Punkte jede Schülerin bzw. jeder Schüler mindestens erreicht hat.

c. Begründe: Hat eine Schüler bzw. ein Schüler die Höchstpunktezahl von 350 erreicht?

d. Wie viele Kinder haben am Ende des Jahres (i) mindestens 100, aber weniger als 200 (ii) mindestens 200, aber weniger als 250 Punkte gesammelt?

e. Berechne die Rechteckshöhe der dritten Klasse.

f. Gib die relative und prozentuelle Häufigkeit der Kinder an, die eine Punktzahl aus folgendem Intervall erreicht haben: $[100; 250)$.



Bsp. 6) Das Histogramm veranschaulicht die Weitsprung-Weite von Schülerinnen und Schülern der fünften Schulstufe bei einem Wettkampf. Die Fläche eines Rechtecks gibt die Anzahl der Kinder an, deren Sprungweite in diesem Bereich liegt.

- **Höhe** von Klasse $[220; 280)$: $0{,}11\dot{6}$

a. In welche Klassen wurde das Histogramm eingeteilt. Was bedeuten die Werte eines Intervalls im Kontext?

b. Berechne die Anzahl der Kinder der jeweiligen Klassen.

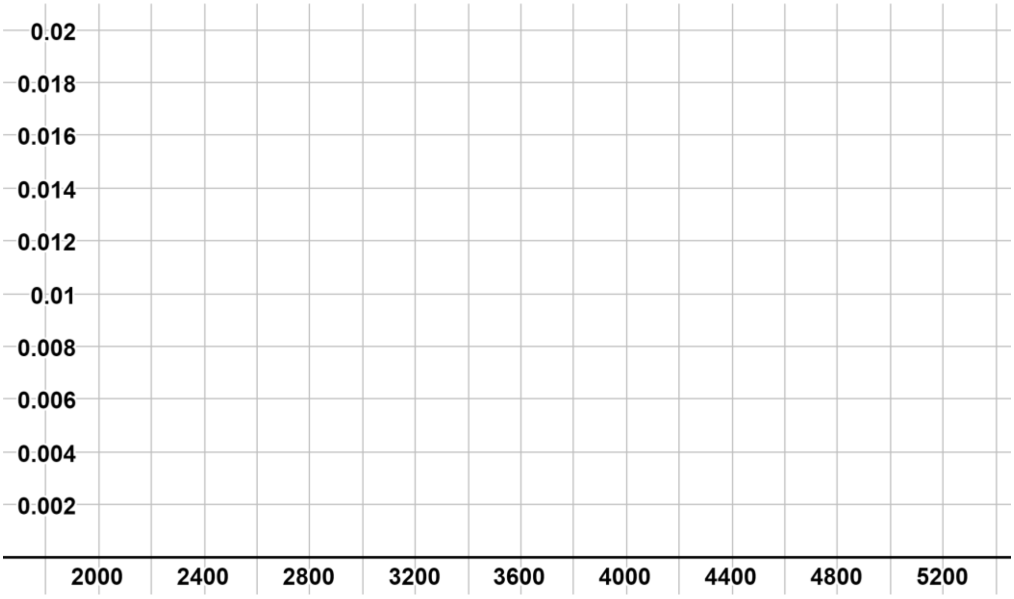
c. Wie viele Kinder haben am Wettkampf teilgenommen?

d. Berechne die prozentuelle Häufigkeit, dass ein Kind mindestens 2,2m, jedoch weniger als 2,8m gesprungen ist.

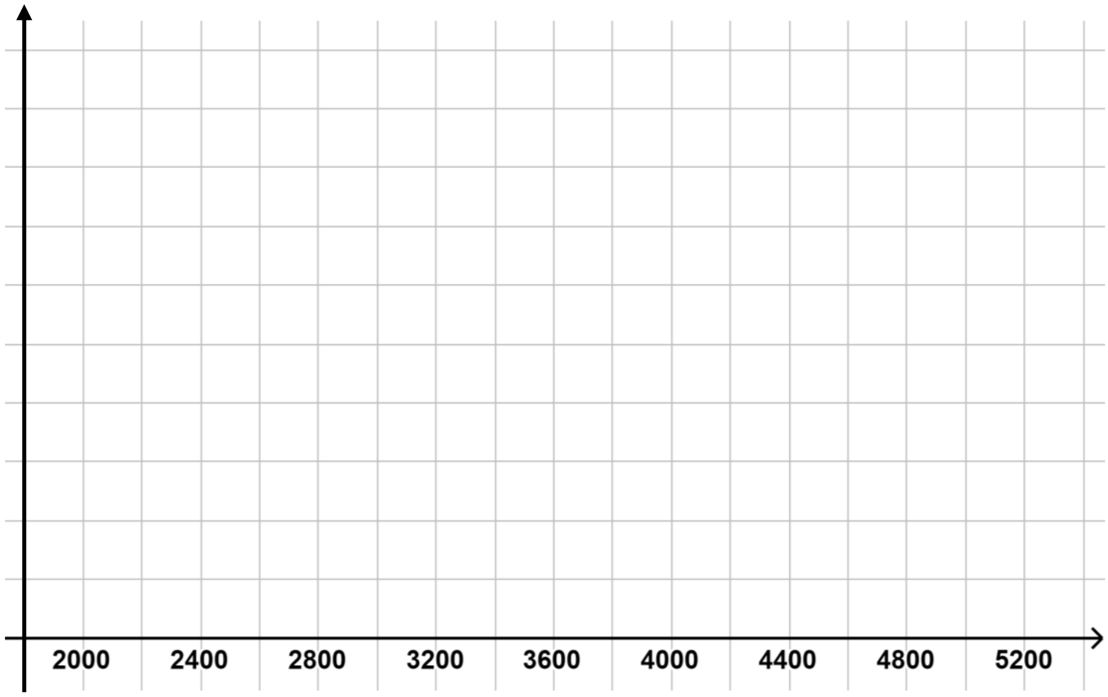
Bsp. 7) Bei einer anonymen Mitarbeiterbefragung haben die Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter einer Firma ihr monatliches Bruttogehalt angegeben:

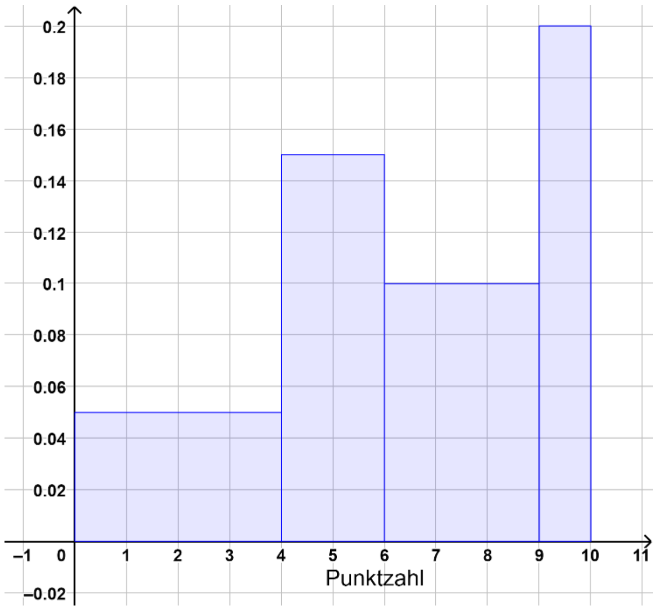
Monatliches Bruttogehalt in €	Anzahl der Personen
$[2000; 3000)$	5
$[3000; 3500)$	9
$[3500; 5000)$	12

a. Zeichne ein Histogramm, sodass die Fläche der Rechtecke die absoluten Häufigkeiten darstellen.



b. Zeichne ein Histogramm, sodass die Fläche der Rechtecke die relativen Häufigkeiten darstellen. Skaliere die y-Achse passend.





Bsp. 8) 20 Schülerinnen und Schüler haben eine Vokabel-Wiederholung mitgeschrieben. Bei der Wiederholung wurden 10 Vokabeln abgeprüft. Für jede richtige Übersetzung gibt es einen Punkt. Das Histogramm veranschaulicht die Ergebnisse der Schülerinnen und Schüler. Die Flächen der Rechtecke geben die relativen Häufigkeiten der Schülerinnen und Schüler an, deren Punktzahl im jeweiligen Bereich liegt.

Bemerkungen:

- Höhe Klasse 1 = 0,05
- Höhe Klasse 2 = 0,15
- Die vierte Klasse umfasst das Intervall: $[9; 10]$

a. Berechne die relativen, prozentuellen und absoluten Häufigkeiten der einzelnen Bereiche.

Stängel-Blatt-Diagramme* - 1_584, WS1.1, 2 aus 5

Die nachstehenden Stängel-Blatt-Diagramme zeigen die Anzahl der Kinobesucher/innen je Vorstellung der Filme *A* und *B* im Lauf einer Woche. In diesen Diagrammen ist die Einheit des Stängels 10, die des Blattes 1.

Film *A*	
2	0, 3, 8
3	6, 7
4	1, 1, 5, 6
5	2, 6, 8, 9
6	1, 8

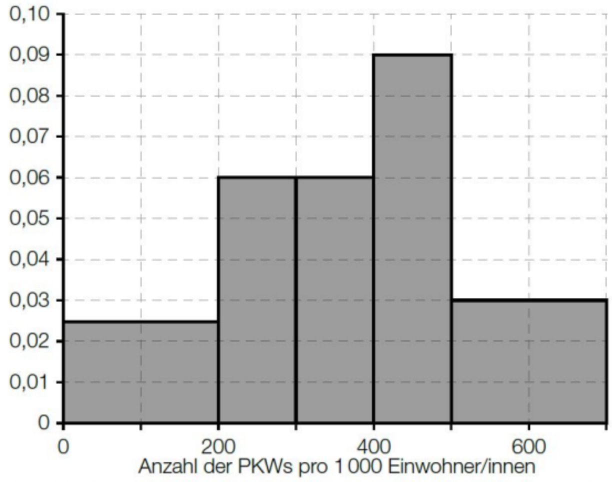
Film *B*	
2	1
3	1, 4, 5
4	4, 5, 8
5	0, 5, 7, 7
6	1, 2
7	0

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die bezogen auf die dargestellten Stängel-Blatt-Diagramme mit Sicherheit zutreffen.

Es gab in dieser Woche mehr Vorstellungen des Films *A* als des Films *B*.	☐
Der Median der Anzahl der Kinobesucher/innen ist bei Film *A* größer als bei Film *B*.	☐
Die Spannweite der Anzahl der Kinobesucher/innen ist bei Film *B* kleiner als bei Film *A*.	☐
Die Gesamtanzahl der Kinobesucher/innen in dieser Woche war bei Film *B* größer als bei Film *A*.	☐
In einer Vorstellung des Films *B* waren mehr Kinobesucher/innen als in jeder einzelnen Vorstellung des Films *A*.	☐

PKW-Dichte* - 1_728, WS1.1, Halboffenes Antwortformat

In 32 europäischen Ländern wurde die Anzahl der Personenkraftwagen (PKWs) pro 1 000 Einwohner/innen erhoben. Aus diesen Daten ist das nachstehende Histogramm erstellt worden. Dabei sind die absoluten Häufigkeiten der Länder als Flächeninhalte von Rechtecken dargestellt.



Geben Sie an, in wie vielen Ländern die Anzahl der PKWs pro 1 000 Einwohner/innen zwischen 500 und 700 PKWs liegt.

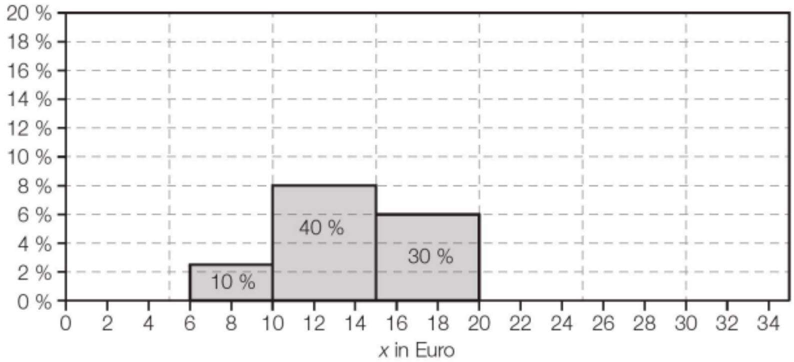
Anzahl der Länder = ________________

Histogramm* - 1_752, WS1.2, Konstruktionsformat

Ein Betrieb hat insgesamt 200 Beschäftigte. In der nachstehenden Tabelle sind die Stundenlöhne dieser Beschäftigten in Klassen zusammengefasst.

Stundenlohn x in Euro	Anzahl der Beschäftigten
$6 \leq x < 10$	20
$10 \leq x < 15$	80
$15 \leq x < 20$	60
$20 \leq x \leq 30$	40

Der Flächeninhalt eines Rechtecks im unten stehenden Histogramm ist der relative Anteil der Beschäftigten in der jeweiligen Klasse.
Ergänzen Sie im nachstehenden Histogramm die fehlende Säule so, dass die obigen Daten dargestellt sind.



2. Statistische Kennzahlen

Video

Statistische Kennzahlen werden in Zentral- und Streuungsmaße unterteilt. Mit diesen Kennzahlen können Datenreihen untersucht und analysiert werden.

2.1 Zentralmaße

a. Arithmetisches Mittel $\bar{x}$

Sind Daten $x_1, x_2, \dots, x_n$ aus einer Datenreihe gegeben, so gilt für das arithmetische Mittel $\bar{x}$**:**

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

(Summe aller Werte, dividiert durch die Anzahl)

Das arithmetische Mittel gibt den mittleren/durchschnittlichen Wert einer Datenreihe an.

Berechnung des arithmetischen Mittels über die absoluten Häufigkeiten

Sind die absoluten Häufigkeiten $H_1, H_2, \dots, H_3$ der Daten $x_1, x_2, \dots, x_n$ gegeben, so kannst du das arithmetische Mittel mit folgender Formel berechnen:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot H_1 + x_2 \cdot H_2 + \dots + x_n \cdot H_n}{n}$$

Berechnung des arithmetischen Mittels über die relativen Häufigkeiten

Sind die relativen Häufigkeiten $h_1, h_2, \dots, h_n$ mit $h_n = \frac{H_n}{n}$ der Daten $x_1, x_2, \dots, x_n$ gegeben, so kannst du das arithmetische Mittel mit folgender Formel berechnen:

$$\bar{x} = x_1 \cdot h_1 + x_2 \cdot h_2 + \dots + x_n \cdot h_n$$

Bemerkung: Die **drei Formeln** liefern allesamt **dasselbe Ergebnis**! Es hängt jedoch davon ab, in welcher Form die Werte gegeben sind.

Musterbeispiel 1:

Eine Kinderärztin hat im Laufe eines Tages das Gewicht von sieben Kindern im Alter zwischen 2 und 4 Jahren gemessen und folgende Werte erhalten:

$$17{,}8\ kg \mid 20{,}5\ kg \mid 15{,}7\ kg \mid 16{,}3\ kg \mid 20{,}1\ kg \mid 17{,}6\ kg \mid 18{,}0\ kg$$

Aufgabenstellung: Berechne das durchschnittliche Gewicht.

Bemerkung: Wenn alle Daten in einer Liste angegeben sind, ist es sinnvoll, die Basis-Formel zu verwenden:

$$Arithmetisches\ Mittel = \frac{Summe\ aller\ Werte}{Anzahl\ der\ Werte}$$

$$\bar{x} = \frac{17{,}8 + 20{,}5 + 15{,}7 + 16{,}3 + 20{,}1 + 17{,}6 + 18{,}0}{7} = \frac{126}{7} = \mathbf{18{,}0\ kg}$$

Musterbeispiel 2:

Bei einer Vokabel-Wiederholung wurden sieben Vokabeln abgeprüft. Für jede richtige Übersetzung gibt es einen Punkt. Die Tabelle veranschaulicht die Ergebnisse der Wiederholung.

Punktzahl	0 Punkte	1 Punkt	2 Punkte	3 Punkte	4 Punkte	5 Punkte	6 Punkte	7 Punkte
Anzahl SchülerInnen	1	3	4	2	7	4	1	3

Aufgabenstellung: Berechne die durchschnittliche Punktzahl der Schülerinnen und Schüler.

Bemerkung: Es sind die absoluten Häufigkeiten der möglichen Punktzahlen gegeben. Insgesamt haben 25 Schülerinnen und Schüler teilgenommen ($n = 25$). Anwendung der Formel:

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 3}{25} = \frac{92}{25} = 3{,}68\ Punkte$$

Bsp. 9) Bei einem Kugelstoß-Wettkampf haben 10 Athleten teilgenommen. Von den Teilnehmern wurde jeweils die Höchstweite notiert:

$13{,}49m \mid 12{,}88m \mid 16{,}79m \mid 10{,}11m \mid 18{,}43m \mid 17{,}55m \mid 13{,}13m \mid 16{,}45m \mid 15{,}59m \mid 17{,}71m$

Aufgabe: Berechne die durchschnittliche Weite aller Teilnehmer am Wettkampf.

Bsp. 10) Bei einer Wiederholung gibt es für jede richtige Antwort einen Punkt. Sechs Fragen kamen zur Wiederholung. Die Ergebnisse aus zwei Klassen wurden mit Hilfe einer Tabelle dargestellt. Dabei wurde zwischen Jungen und Mädchen unterschieden:

Punktzahl	0 Punkte	1 Punkt	2 Punkte	3 Punkte	4 Punkte	5 Punkte	6 Punkte
Anzahl SchülerInnen (männlich)	7	6	5	3	0	2	1
Anzahl SchülerInnen (weiblich)	4	9	6	4	3	0	1

a. Wie viele Schüler und wie viele Schülerinnen haben an der Wiederholung teilgenommen?

b. Berechne die Punktezahl, die von allen Teilnehmerinnen und Teilnehmern durchschnittlich erreicht wurde.

c. Berechne die mittlere Punktezahl, die von den (i) Jungen bzw. (ii) Mädchen erreicht wurde. Interpretiere dies Werte im gegebenen Kontext.

Bsp. 11) Alle Schülerinnen und Schüler einer Schulstufe mussten versuchen, ein Beispiel im Fach Mathematik zu lösen. Dabei konnte man 0, 1 oder 2 Punkte erreichen. Die Tabelle zeigt die Auswertung des Beispiels. Berechne die Punktzahl, die durchschnittlich erreicht wurde.

Punkte	**0 Punkte**	**1 Punkt**	**2 Punkte**
Anzahl der SuS	20	27	50

Bsp. 12) Bei einer schriftlichen Wiederholung (maximal: 20 Punkte) haben die Schülerinnen und Schüler durchschnittlich 15,4 Punkte erreicht. Wie viele SchülerInnen haben daran teilgenommen, wenn alle zusammen 308 Punkte erzielt haben?

Bsp. 13) Bei einem Weitsprungwettkampf beträgt die durchschnittliche Sprungweite der 13 teilnehmenden Kindern 2,95 m. Das vierzehnte Kind der Schulklasse war leider erkrankt und hat den Wettkampf in der darauffolgenden Woche nachgeholt. Dabei wurde eine Weite von 3,58 m erzielt. Berechne das arithmetische Mittel aller 14 Schülerinnen und Schüler dieser Klasse.

Bsp. 14) Bei einer Messung des Körpergewichts haben sechs Jugendliche ein durchschnittliches Gewicht von 73, 5 kg aufgewiesen.

a. Fünf der sechs Werte sind gegeben: 65, 8 kg; 78,9 kg, 80,2 kg, 80,5 kg, 53,7 kg. Wie schwer muss der sechste Jugendliche sein?
b. Ein weiterer Jugendlicher ist übergewichtig und wiegt 113,8 kg. Berechne das arithmetische Mittel aller Jugendlichen. Um wie viele % steigt das arithmetische Mittel an?

b. Median

Video

Der Median (auch Zentralwert genannt) wird bei einer der **Größe nach geordneten Datenreihe** bestimmt:

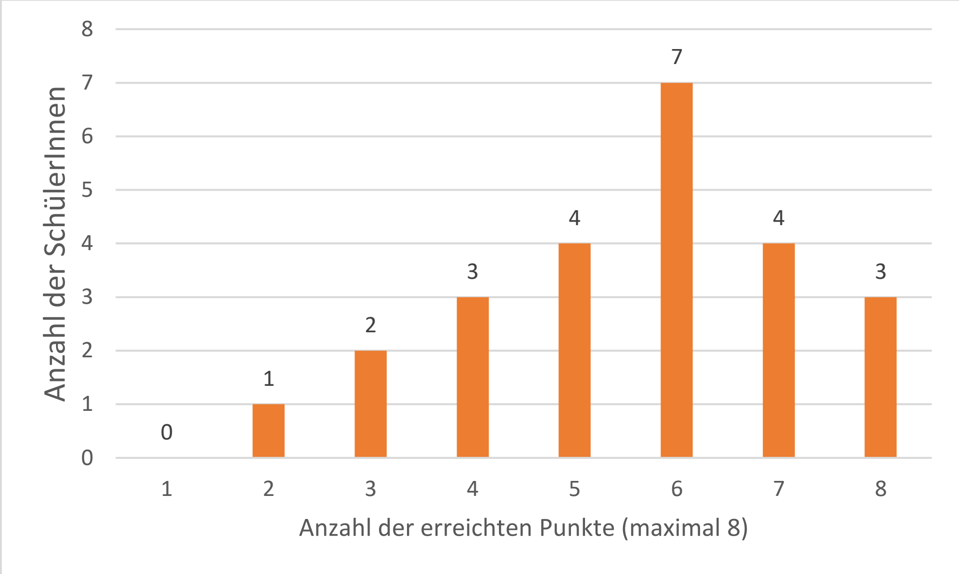
Anzahl der Daten: ungerade	**Anzahl der Daten: gerade**
Median entspricht dem mittleren Wert $3, 6, 6, \mathbf{7}, 8, 9, 10$ **Median** = 7	Median entspricht dem arithmetischen Mittel aus den mittleren zwei Werten $3, 6, 6, \mathbf{7}, \mathbf{8}, 9, 10, 11$ **Median** = $\frac{7+8}{2} = 7{,}5$

Bemerkung: Ist eine Datenreihe ungeordnet, musst du sie zuerst sortieren.

Bsp. 15) Berechne das arithmetische Mittel und den Median der Datenreihe.

a. Datenreihe 1: 3, 5, 1, 6, 2, 3, 4, 2, 7, 8, 4, 3
b. Datenreihe 2: 14, 18, 22, 27, 19, 22, 28, 24
c. Datenreihe 3: 110, 111, 111, 111, 112, 114, 116, 112, 115

Bsp. 16) Bei einem Test konnten 8 Punkte erreicht werden. Das nachfolgende Säulendiagramm veranschaulicht die Ergebnisse:



Aufgabe: Bestimme das arithmetische Mittel und den Median der erreichten Punktzahl.

Bsp. 17) Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Der Median gibt stets den mittleren Wert einer der Größe nach geordneten Datenreihe an.	O
Vergrößert man alle Werte einer Datenreihe $x_1, x_2, \ldots, x_n$ um 10, so vergrößert sich der Median um 10.	O
Vergrößert man alle Werte einer Datenreihe $x_1, x_2, \ldots, x_n$ um 3, so bleibt der Median gleich.	O
Ist bei einer geordneten Datenreihe die Anzahl der Daten ungerade, so entspricht der Median dem mittleren Wert der Datenreihe.	O
Eine Datenreihe $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ist gegeben. Vergrößert man den letzten Wert um x_n, so steigt der Median auch an.	O

Thematik: Ausreißer

Video

Bsp. 18) Zwei Datenreihen sind gegeben.

Datenreihe 1: 3, 4, 6, 8, 10, 15

Datenreihe 2: 17, 28, 39, 58, 68, 75

a. Bestimme jeweils das arithmetische Mittel und den Median.

b. Bei beiden Datenreihen kommt jeweils ein Ausreißer hinzu. Berechne erneut das arithmetische Mittel und den Median.

Datenreihe 1: 3, 4, 6, 8, 10, 15, **266**

Datenreihe 2: 17, 28, 39, 58, 68, 75, **10 398**

c. Was fällt dir auf? Welche Auswirkungen hat ein Ausreißer auf das arithmetische Mittel bzw. den Median?

Bsp. 19) Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Der Median wird durch einen Ausreißer nach oben stärker beeinflusst als das arithmetische Mittel.	O
Das arithmetische Mittel beschreibt den mittleren Wert einer Datenreihe.	O
Ein Ausreißer kann Auswirkungen auf den Median haben.	O
Ein Ausreißer hat große Auswirkungen auf das arithmetische Mittel.	O
Vergrößert man alle Werte einer Datenreihe $x_1, x_2, \dots, x_n$ um 2, so vergrößert sich der Median nicht.	O

Es gilt:

- Das **arithmetische Mittel** $\bar{x}$ wird durch einzelne **Ausreißer stark beeinflusst**.
- Der **Median** wird von einem einzelnen Ausreißer **nicht wirklich beeinflusst**. Es kann zu einer minimalen Änderung kommen (oder: der Median bleibt gleich).

c. Modus

Video

Der Modus (auch Modalwert genannt) ist der **häufigste Wert** in einer **Datenreihe.**

Bemerkung: Es kann auch mehrere Modalwerte geben.

Beispiel: Gegeben ist die Datenreihe $\{1; 2; 2; 3; 5\} \rightarrow Modus = 2$

Bsp. 20) Bestimme den Modus der Datenreihe.

a. Datenreihe 1: 3, 5, 1, 6, 2, 3, 4, 2, 7, 8, 4, 3

b. Datenreihe 2: 14, 18, 22, 27, 19, 22, 28, 24

c. Datenreihe 3: 110, 111, 111, 111, 112, 114, 116, 112, 115, 117

Arithmetisches Mittel* - 1_609, WS1.3, Offenes Antwortformat

In einer Klasse sind 25 Schüler/innen, von denen eine Schülerin als außerordentliche Schülerin geführt wird.

Bei einem Test beträgt das arithmetische Mittel der von allen 25 Schülerinnen und Schülern erreichten Punkte 12,6. Das arithmetische Mittel der von den nicht als außerordentlich geführten Schülerinnen und Schülern erreichten Punkte beträgt 12,5.
Berechnen Sie, wie viele Punkte die als außerordentlich geführte Schülerin bei diesem Test erreicht hat!

Datenliste* - 1_729, WS1.3, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist die nachstehende geordnete Datenliste. Einer der Werte ist k mit $k \in \mathbb{R}$.

1	2	3	5	k	8	8	8	9	10

Geben Sie den Wert k so an, dass das arithmetische Mittel der gesamten Datenliste den Wert 6 annimmt.

k = ______________

Median und Modus* - 1_450, WS1.3, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist eine ungeordnete Liste von 19 natürlichen Zahlen:

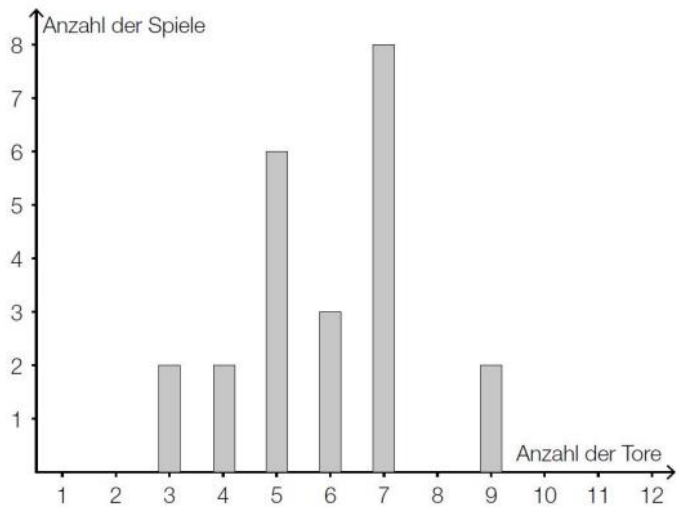
5, 15, 14, 2, 5, 13, 11, 9, 7, 16, 15, 9, 10, 14, 3, 14, 5, 15, 14
Geben Sie den Median und den Modus dieser Liste an!

Median: ______________________________

Modus: ______________________________

Eishockeytore* - 1_474, WS1.3, Offenes Antwortformat

In der österreichischen Eishockeyliga werden die Ergebnisse aller Spiele statistisch ausgewertet. In der Saison 2012/13 wurde über einen bestimmten Zeitraum erfasst, in wie vielen Spielen jeweils eine bestimmte Anzahl an Toren erzielt wurde. Das nachstehende Säulendiagramm stellt das Ergebnis dieser Auswertung dar.



Bestimmen Sie den Median der Datenliste, die dem Säulendiagramm zugrunde liegt!

Freizeitverhalten von Jugendlichen* - 1_704, WS1.3, Halboffenes Antwortformat

Es wurden 400 Jugendliche zu ihrem Freizeitverhalten befragt. Von allen Befragten gaben 330 an, Mitglied in einem Sportverein zu sein, 146 gaben an, ein Instrument zu spielen, und 98 gaben an, sowohl Mitglied in einem Sportverein zu sein als auch ein Instrument zu spielen.

Das Ergebnis dieser Befragung ist in der nachstehenden Tabelle eingetragen.

	spielt Instrument	spielt kein Instrument	gesamt
Mitglied in Sportverein	98		330
kein Mitglied in Sportverein			
gesamt	146		400

Geben Sie die relative Häufigkeit h der befragten Jugendlichen an, die weder Mitglied in einem Sportverein sind noch ein Instrument spielen!

h = ______________________________

Median Klassenschülerzahlen* - 1_681, WS1.3, Offenes Antwortformat

In einem Gymnasium wurden in den 24 Unterstufenklassen folgende Klassenschülerzahlen erhoben:

Klassenschülerzahl	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Anzahl Klassen	1	2	1	2	3	2	4	6	3

Ermitteln Sie den Median der Klassenschülerzahlen in der Unterstufe dieses Gymnasiums!

Geordnete Urliste* - 1_162, WS1.3, 2 aus 5

9 Kinder wurden dahingehend befragt, wie viele Stunden sie am Wochenende fernsehen. Die nachstehende Tabelle gibt ihre Antworten wieder.

Kind	Fernsehstunden
Fritz	2
Susi	2
Michael	3
Martin	3
Angelika	4
Paula	5
Max	5
Hubert	5
Lisa	8

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Median würde sich erhöhen, wenn Fritz um eine Stunde mehr fernsehen würde.	☐
Der Median ist kleiner als das arithmetische Mittel der Fernsehstunden.	☐
Die Spannweite der Fernsehstunden beträgt 3.	☐
Das arithmetische Mittel würde sich erhöhen, wenn Lisa anstelle von 8 Stunden 10 Stunden fernsehen würde.	☐
Der Modus ist 8.	☐

Mittlere Fehlstundenanzahl* - 1_523, WS1.3, Offenes Antwortformat

In einer Schule gibt es vier Sportklassen: $S1$, $S2$, $S3$ und $S4$. Die nachstehende Tabelle gibt eine Übersicht über die Anzahl der Schüler/innen pro Klasse sowie das jeweilige arithmetische Mittel der während des ersten Semesters eines Schuljahres versäumten Unterrichtsstunden.

Klasse	Anzahl der Schüler/innen	arithmetisches Mittel der versäumten Stunden
$S1$	18	45,5
$S2$	20	63,2
$S3$	16	70,5
$S4$	15	54,6

Berechnen Sie das arithmetische Mittel $\bar{x}_{ges}$ der versäumten Unterrichtsstunden aller Schüler/innen der vier Sportklassen für den angegebenen Zeitraum!

Buntes Spielzeug (b) - 2_078, WS2.3 WS1.3, Offenes Antwortformat

Spielzeugteile werden von einer Maschine in den Farben Rot, Gelb und Blau eingefärbt.

b) Die einfärbigen Spielzeugteile einer Produktion werden vermessen und ihre jeweiligen Längen werden tabellarisch erfasst.

rote Spielzeugteile	
Länge in cm	Anzahl
4,5	20
5,6	10
6,0	20
6,5	15
25,3	5

gelbe Spielzeugteile	
Länge in cm	Anzahl
5,5	25
10,0	7
14,5	13

blaue Spielzeugteile	
Länge in cm	Anzahl
7,0	70

1) Ermitteln Sie den Median der Längen der gelben Spielzeugteile.

2) Zeigen Sie, dass das arithmetische Mittel der Längen der blauen Spielzeugteile gleich groß ist wie das arithmetische Mittel der Längen der roten Spielzeugteile.

Arithmetisches Mittel* - 1_329, WS1.4, Offenes Antwortformat

Neun Athleten eines Sportvereins absolvieren einen Test. Das arithmetische Mittel der neun Testergebnisse $x_1, x_2, \ldots, x_9$ ist $\bar{x} = 8$. Ein zehnter Sportler war während der ersten Testdurchführung abwesend. Er holt den Test nach, sein Testergebnis ist $x_{10} = 4$.
Berechnen Sie das arithmetische Mittel der ergänzten Liste $x_1, x_2, \ldots, x_{10}$!

Eigenschaften des arithmetischen Mittels - 1_140, WS1.4, 2 aus 5

Gegeben ist das arithmetische Mittel $\bar{x}$ von Messwerten.

Welche der folgenden Eigenschaften treffen für das arithmetische Mittel zu?
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Antworten an!

Das arithmetische Mittel teilt die geordnete Liste der Messwerte immer in eine untere und eine obere Teilliste mit jeweils gleich vielen Messwerten.	☐
Das arithmetische Mittel kann durch Ausreißer stark beeinflusst werden.	☐
Das arithmetische Mittel kann für alle Arten von Daten sinnvoll berechnet werden.	☐
Das arithmetische Mittel ist immer gleich einem der Messwerte.	☐
Multipliziert man das arithmetische Mittel mit der Anzahl der Messwerte, so erhält man immer die Summe aller Messwerte.	☐

Ergänzung von Werten* - 1_897, WS1.4, Halboffenes Antwortformat

Eine Datenliste enthält folgende Werte:

17, 20, 22, 25, 27, 28, 30, 31

Ergänzen Sie die Datenliste um zwei ganzzahlige Werte a und b so, dass der Median $m = 26$ und das arithmetische Mittel $\bar{x} = 25$ gleich bleiben.

$a =$ ______________________________

$b =$ ______________________________

Gehälter* - 1_849, WS1.4, Offenes Antwortformat

In einem kleinen Betrieb arbeiten sieben Personen. Nachstehend sind deren monatliche Gehälter angegeben: € 1.500, € 2.300, € 1.500, € 1.400, € 4.500, € 2.200, € 1.300.

Es wird eine weitere Person eingestellt, wodurch sich der Median der Gehälter nicht verändert.

Geben Sie unter dieser Voraussetzung das höchstmögliche Gehalt dieser weiteren Person an.

2.2 Boxplot (Kastenschaubild)

Video

Weitere statistische Kennzahlen:

- **Minimum**: kleinster Wert der Datenreihe
- **Maximum**: größter Wert der Datenreihe
- **Spannweite** = Maximum – Minimum
- **Quartile**: Eine Datenreihe wird durch die Quartile $q_1, q_2 = Median, q_3$ in vier gleich große Teile geteilt. In jedem der vier Bereiche liegen ca. 25 % der Daten.
- **Quartilsabstand** $q_3 - q_1$
  In diesem Bereich befinden sich ca. 50 % der Daten.

Ermittlung der Quartile

- Voraussetzung: Datenreihe ist geordnet

Schritt 1: Bestimmung des Medians

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 6, \mathbf{7}, 8, 9, 10, 10, 10, 11, 11, 13$$

$$q_2 = Median = 7$$

Bemerkung: Besteht die Datenreihe aus einer ungeraden Anzahl an Zahlen, so ist der Median der mittlere Wert der geordneten Reihe. Zur Bestimmung von q_1 und q_3 wird der Median nicht mitbetrachtet!

Schritt 2: Der Median unterteilt die Datenreihe in eine linke und rechte Hälfte:

linke Hälfte (ohne Median)

$$1, 2, 3, \mathbf{4}, \mathbf{5}, 6, 6, 6, \quad \mathbf{7}, \quad 8, 9, 10, \mathbf{10}, \mathbf{10}, 11, 11, 13$$

rechte Hälfte (ohne Median)

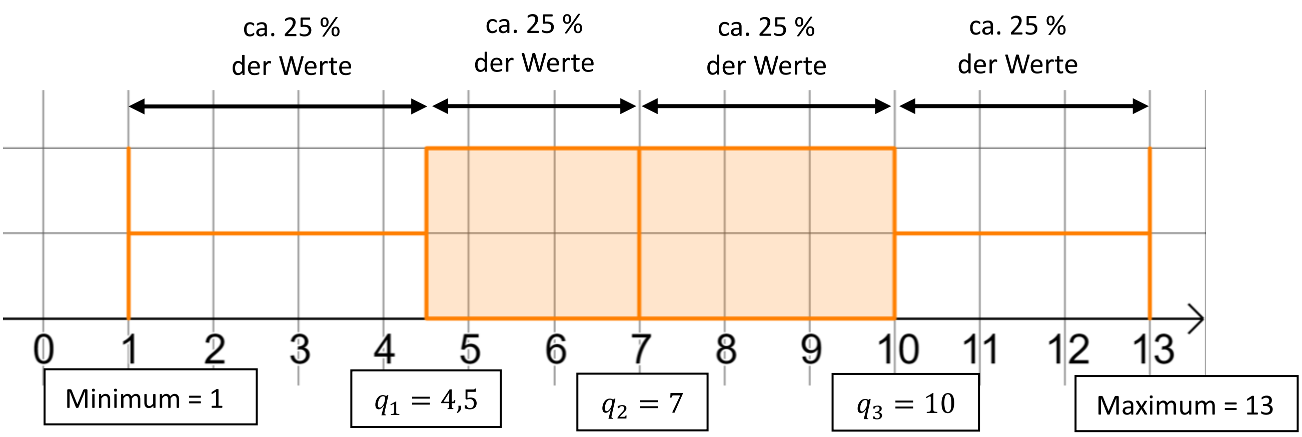
Das **erste Quartil** q_1 entspricht dem **Median der linken Hälfte**. → $q_1 = \frac{4+5}{2} = 4{,}5$

Das **dritte Quartil** q_3 entspricht dem **Median der rechten Hälfte**. → $q_3 = \frac{10+10}{2} = 10$

Darstellung der Kennzahlen mit Hilfe eines Boxplots:

Beispiel: Veranschauliche die Datenreihe mit Hilfe eines Boxplots:

- Minimum = 1; $q_1 = 4{,}5$; $Median = q_2 = 7$; $q_3 = 10$; Maximum = 13



Option 2: Datenreihe besteht aus einer geraden Anzahl an Werten:

Schritt 1: Bestimmung des Medians

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 10, 10, 11, 11$$

$$q_2 = Median = \frac{6+7}{2} = 6{,}5$$

Schritt 2: Der Median unterteilt die Datenreihe in eine linke und rechte Hälfte:

linke Hälfte

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 6 \mid 7, 8, 9, 10, 10, 10, 11, 11$$

rechte Hälfte

Bemerkung: Besteht die Datenreihe aus einer geraden Anzahl an Werten, so ist der Median der Mittelwert der beiden mittleren Zahlen. Zur Bestimmung von q_1 und q_3 wird die Datenreihe zwischen diesen mittleren Werten in eine linke und rechte Hälfte unterteilt. Das gilt auch, wenn die beiden mittleren Werte denselben Wert haben.

Das **erste Quartil** q_1 entspricht dem **Median der linken Hälfte**. → $q_1 = \frac{4+5}{2} = 4{,}5$

Das **dritte Quartil** q_3 entspricht dem **Median der rechten Hälfte**. → $q_3 = \frac{10+10}{2} = 10$

- **Bemerkung 1**: In einigen Lehrbüchern wird statt **ca. 25 %** auch **mind. 25 %** geschrieben.

Warum ist es möglich, dass in einem oder mehreren Bereichen mehr als 25 % der Werte liegen? In Summe könnten dies dann mehr als 100 % sein?!

Begründung: Es kann passieren, dass Werte „doppelt gezählt" werden und zu zwei Bereichen gehören. Wenn ein Wert dem q_1, q_2 oder q_3 entspricht, ist dieser Wert in beiden Bereichen enthalten. (somit insgesamt >100 %).

Beispiel: Der Wert 10 liegt im dritten Bereich, aber auch im vierten Bereich.

- **ABER:** In Ausnahmefällen (ungerade Datenreihe) ist es möglich, dass im ersten bzw. vierten Bereich **WENIGER als 25 %** der Werte liegen -> Betrachte dazu folgende Datenreihe:

$$1, 3, 5, 7, 7, 8, 9, 10, 11$$

$$Minimum = 1, q_1 = 4, q_2 = 7, q_3 = 9{,}5, Maximum = 11$$

- Im ersten und vierten Bereich liegen jeweils nur zwei Werte (von gesamt 9!). Dies entspricht nur ca. 22,2 % und somit weniger als 25 %.
- **Bemerkung 2:** Absolute Häufigkeiten können bei einem Boxplot NICHT herausgelesen werden.

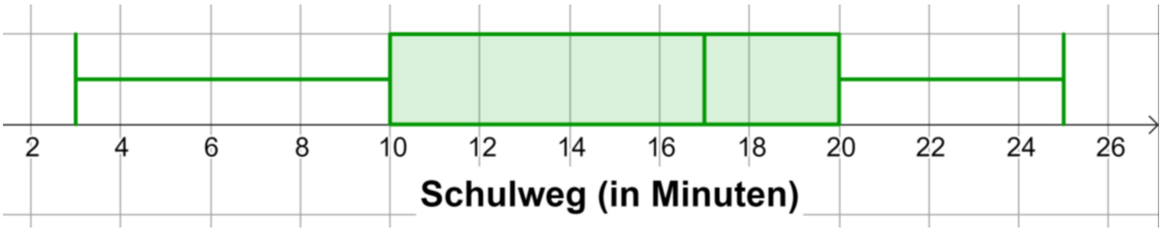
Bsp. 21) Bestimme alle Kennzahlen, die du für den Boxplot benötigst. Zeichne den Boxplot ohne technisches Hilfsmittel. Gib die Spannweite und den Quartilsabstand an.

a. Datenreihe 1: 3, 5, 1, 6, 2, 3, 4, 2, 7, 8, 4, 3, 9, 5, 11, 5, 8

b. Datenreihe 2: 14, 15, 26, 20, 23, 27, 18, 22, 27, 19, 22, 28, 24

c. Datenreihe 3: 110, 111, 111, 111, 112, 114, 116, 112, 115, 117

Bsp. 22) Der Boxplot veranschaulicht die Dauer des Schulweges der Schülerinnen und Schüler einer Gymnasiums-Klasse.



a. Lies alle statistischen Kennzahlen ab.

b. Berechne den Quartilsabstand und interpretiere diesen Wert im gegebenen Kontext.

c. Vervollständige den Lückentext:

(i) ______________________ Prozent der Schülerinnen und Schüler benötigen maximal 17 Minuten, um in die Schule zu kommen.

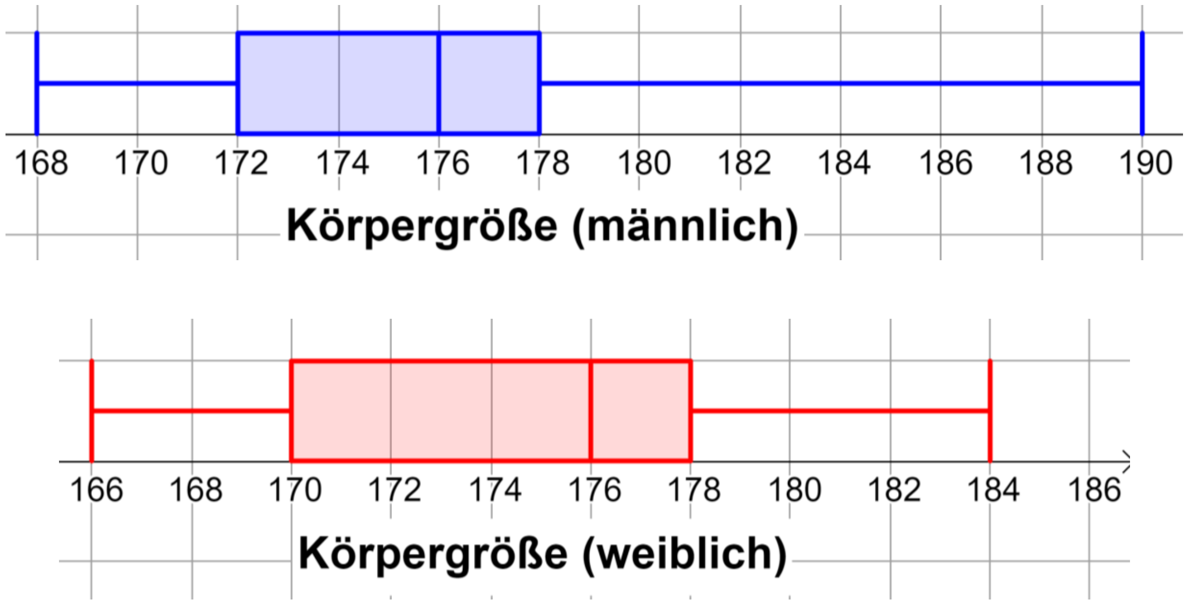
(ii) ______________________ Prozent der Schülerinnen und Schüler benötigen mindestens 10 Minuten auf ihrem Schulweg.

(iii) ______________________ Prozent der Schülerinnen und Schüler benötigen maximal 10 Minuten auf ihrem Schulweg.

d. Wie viele Schülerinnen und Schüler benötigen mindestens 20 Minuten für ihren Schulweg. Begründe deine Antwort.

Bsp. 23) Gib alle Kennzahlen an, die du aus einem Boxplot bestimmen kannst. Welche Kennzahlen kennst du, die du nicht aus einem Boxplot herauslesen kannst?

Bsp. 24) Aus einer Gruppe von Erwachsenen wurde die Körpergröße von Männern und Frauen erhoben. Mithilfe von Boxplots werden die Daten veranschaulicht:



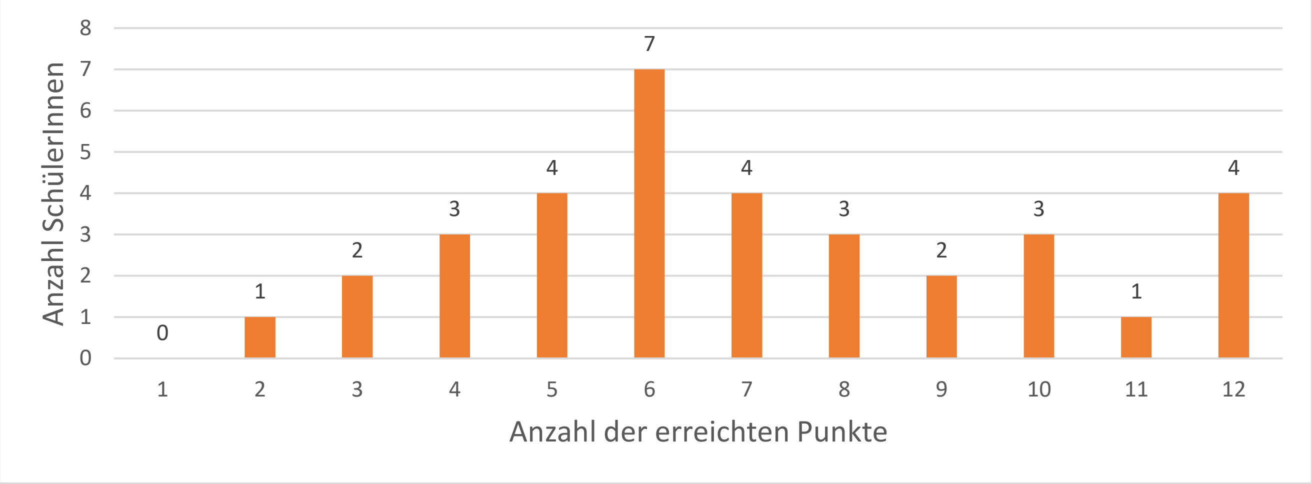
a. Lies die statistischen Kennzahlen der beiden Boxplots ab. Beschreibe Unterschiede bzw. Gemeinsamkeiten.

b. Kreuze zutreffende Aussagen an.

Ca. 25 % der Frauen sind mindestens 178 cm groß.	O
Die Spannweite bei den Männern ist kleiner als bei den Frauen.	O
Obwohl das Maximum bei den Frauen geringer ist, ist der Median bei beiden Datenreihen gleich.	O
50 % der Männer weisen eine Größe zwischen 172 cm und 178 cm auf.	O
Mindestens ein Mann ist größer als 189 cm.	O
Die Körpergröße von ca. 50 % der Männer beträgt mindestens 176 cm.	O
Der Quartilsabstand ist bei den Frauen größer.	O
Mindestens ein Viertel der Frauen sind 170 cm oder kleiner.	O
Genau 25 % der Männer sind maximal 172 cm groß.	O

c. Kannst du aus dem Boxplot herauslesen, wie viele Frauen kleiner als 176 cm sind?

Bsp. 25) Bei einem Test konnten 12 Punkte erreicht werden. Das nachfolgende Säulendiagramm veranschaulicht die Ergebnisse:



Aufgabenstellung: Stelle die erreichten Punktzahlen der Schülerinnen und Schüler mit einem Boxplot dar.

Boxplot und statistische Kennzahlen* - 1_824, WS1.1, 2 aus 5

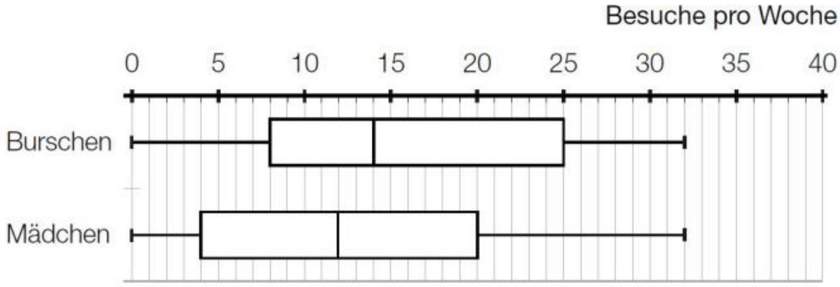
Aus einem Boxplot (Kastenschaubild) können bestimmte statistische Kennzahlen ermittelt werden.

Kreuzen Sie die beiden statistischen Kennzahlen an, die aus einem Boxplot im Allgemeinen <u>nicht</u> ermittelt werden können.

Median	☐
arithmetisches Mittel	☐
Modus	☐
Spannweite	☐
Maximum	☐

Internetplattform* - 1_403, WS1.1, 2 aus 5

Die Nutzung einer bestimmten Internetplattform durch Jugendliche wird für Mädchen und Burschen getrennt untersucht. Dabei wird erfasst, wie oft die befragten Jugendlichen diese Plattform pro Woche besuchen. Die nachstehenden Kastenschaubilder (Boxplots) zeigen das Ergebnis der Untersuchung.

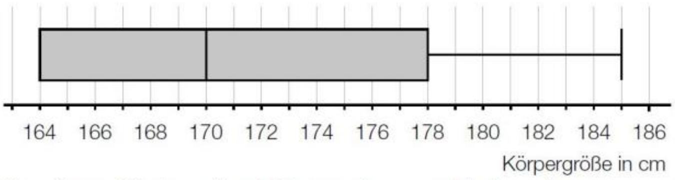


Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Median der Anzahl von Besuchen pro Woche ist bei den Burschen etwas höher als bei den Mädchen.	☐
Die Spannweite der wöchentlichen Nutzung der Plattform ist bei den Burschen größer als bei den Mädchen.	☐
Aus der Grafik kann man ablesen, dass genauso viele Mädchen wie Burschen die Plattform wöchentlich besuchen.	☐
Der Anteil der Burschen, die mehr als 20-mal pro Woche die Plattform nützen, ist zumindest gleich groß oder größer als jener der Mädchen.	☐
Ca. 80 % der Mädchen und ca. 75 % der Burschen nützen die Plattform genau 25-mal pro Woche.	☐

Körpergrößen* - 1_451, WS1.1, 2 aus 5

Die Körpergrößen der 450 Schüler/innen einer Schulstufe einer Gemeinde wurden in Zentimetern gemessen und deren Verteilung wurde in einem Kastenschaubild (Boxplot) grafisch dargestellt.

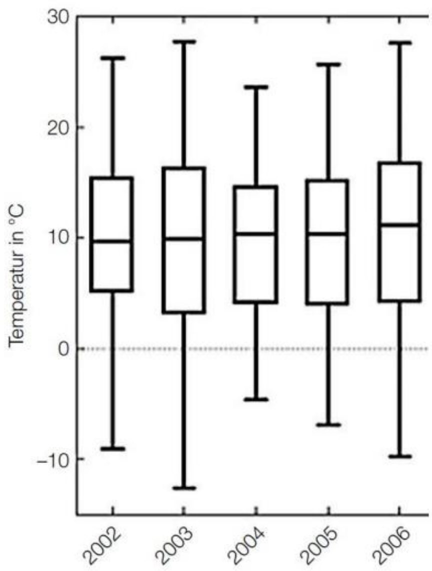


Zur Interpretation dieses Kastenschaubilds werden verschiedene Aussagen getätigt.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

60 % der Schüler/innen sind genau 172 cm groß.	☐
Mindestens eine Schülerin bzw. ein Schüler ist genau 185 cm groß.	☐
Höchstens 50 % der Schüler/innen sind kleiner als 170 cm.	☐
Mindestens 75 % der Schüler/innen sind größer als 178 cm.	☐
Höchstens 50 % der Schüler/innen sind mindestens 164 cm und höchstens 178 cm groß.	☐

Temperaturaufzeichnungen von Braunschweig* - 1_379, WS1.1, 2 aus 5

Die nachstehende Grafik veranschaulicht die jährlichen Temperaturaufzeichnungen der Tagesmitteltemperaturen von Braunschweig (Deutschland) im Zeitraum 2002 – 2006 mithilfe von Kastenschaubildern (Boxplots).

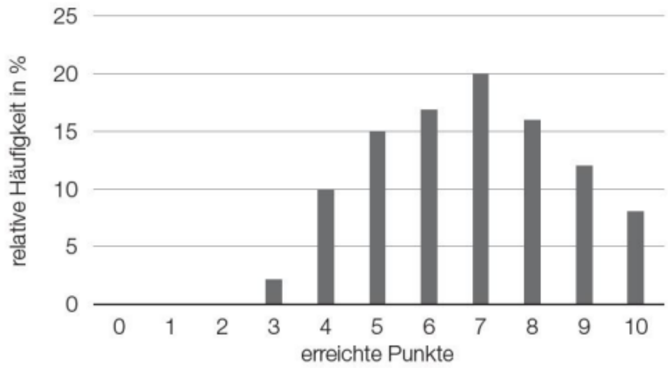


Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

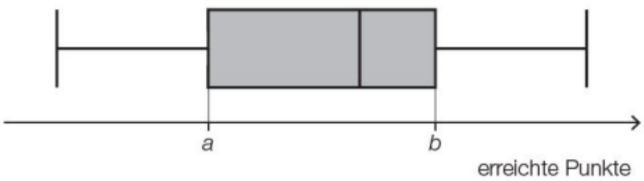
Im Zeitraum 2002 – 2006 lag der Median der jeweiligen Tagesmitteltemperaturen jeweils im Intervall [7 °C; 13 °C].	☐
Im Jahr 2006 lagen mehr als 25 % der Tagesmitteltemperaturen unter 0 °C.	☐
Das Jahr 2002 wies den größten Median der Tagesmitteltemperaturen auf.	☐
Das Jahr 2003 wies die größte Spannweite der Tagesmitteltemperaturen auf.	☐
Im Jahr 2004 betrug die Spannweite der Tagesmitteltemperaturen 10 °C.	☐

Aufnahmetest* - 1_848, WS1.2, Halboffenes Antwortformat

Bei einem bestimmten Aufnahmetest konnten maximal 10 Punkte erreicht werden. Das nachstehende Säulendiagramm zeigt die relativen Häufigkeiten der erreichten Punkte in Prozent.



Die bei diesem Aufnahmetest erreichten Punkte sind im nachstehenden Boxplot dargestellt.



Bestimmen Sie *a* und *b*.

a = ______________________________

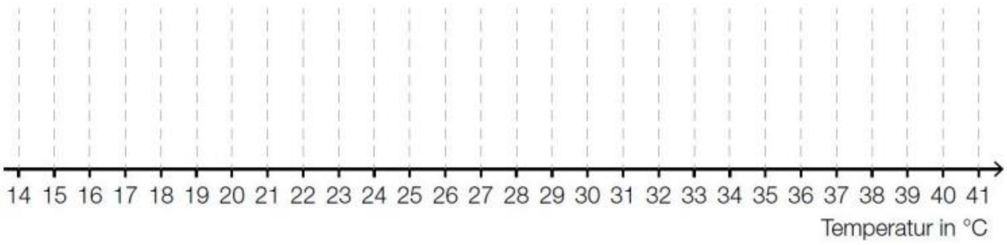
b = ______________________________

Statistische Darstellungen* - 1_608, WS1.2, Konstruktionsformat

Bei einer meteorologischen Messstelle wurden die Tageshöchsttemperaturen für den Zeitraum von einem Monat in einem sehr heißen Sommer aufgezeichnet. Die Messwerte in Grad Celsius können dem nachstehenden Stängel-Blatt-Diagramm entnommen werden.

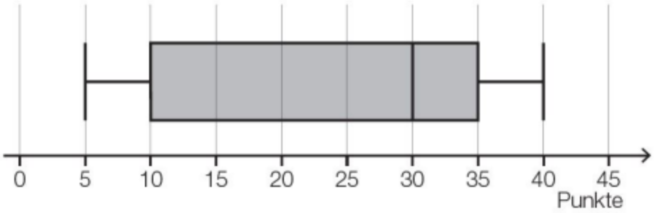
1	9
2	2 2 3 3 3
2	5 6 6 6 6 7 7 7 7 7 7 7
3	1 1 1 2 3 3 3 4 4 4
3	8
4	0 0

Stellen Sie die aufgezeichneten Tageshöchsttemperaturen in einem Kastenschaubild (Boxplot) dar!



Ergebnisse einer Mathematikschularbeit* - 1_872, WS1.2, Halboffenes Antwortformat

Bei einer bestimmten Mathematikschularbeit, bei der 30 Schüler/innen teilnahmen, konnten maximal 48 Punkte erreicht werden.
Die Ergebnisse dieser Mathematikschularbeit sind nachstehend in einem Boxplot und in einem Stängel-Blatt-Diagramm dargestellt.



Zehnerziffer	Einerziffer
0	a, 6, 6, 7, 7, 8, 8
1	0, 1, 5, 5, 9
2	1, 5, 8
3	b, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 7, 8, 8, 9
4	0, 0

Geben Sie a und b an.

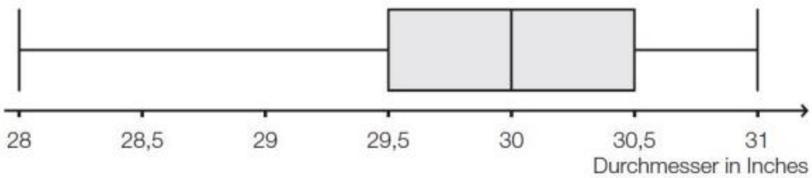
a = __________

b = __________

Riesenpizza (a) - 2_085, WS1.1 WS1.2, Offenes Antwortformat

In den USA wird die Größe einer Pizza durch ihren Durchmesser (in Inches) angegeben.
Im Folgenden werden Pizzen immer als kreisrund angenommen.

a) Bei 30-Inch-Pizzen verschiedener Lieferanten wurde der tatsächliche Durchmesser bestimmt. Die Messergebnisse sind im folgenden Boxplot zusammengefasst:



1) Lesen Sie die Spannweite ab.

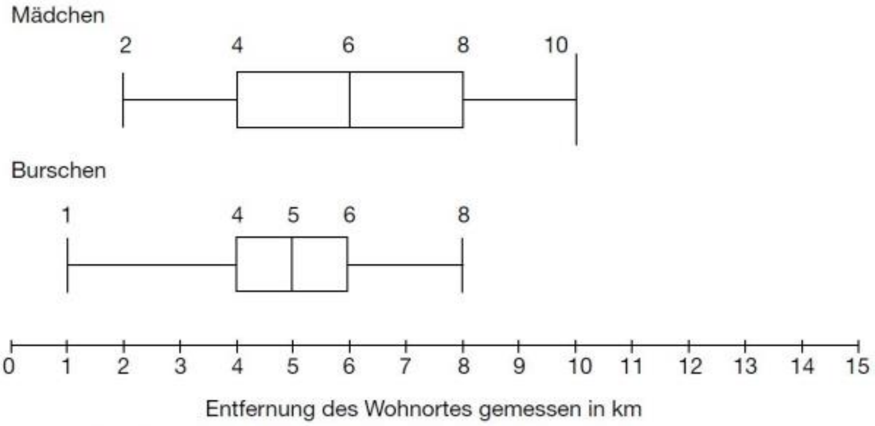
Der Interquartilsabstand ist die Differenz von 3. und 1. Quartil.

In der Fachliteratur wird ein Wert oft als „Ausreißer nach oben" bezeichnet, wenn dieser Wert weiter als das 1,5-Fache des Interquartilsabstands rechts vom 3. Quartil liegt. Solche Ausreißer sind im obigen Boxplot nicht berücksichtigt.

2) Geben Sie an, ab welchem Durchmesser eine Pizza als „Ausreißer nach oben" bezeichnet wird.

Boxplot-Analyse* - 1_330, WS1.3, 2 aus 5

Alle Mädchen und Burschen einer Schulklasse wurden über die Länge ihres Schulweges befragt. Die beiden Kastenschaubilder (Boxplots) geben Auskunft über ihre Antworten.

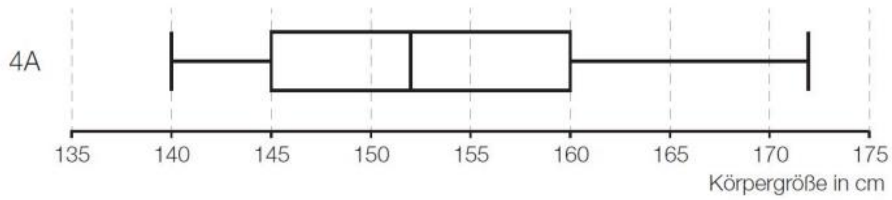


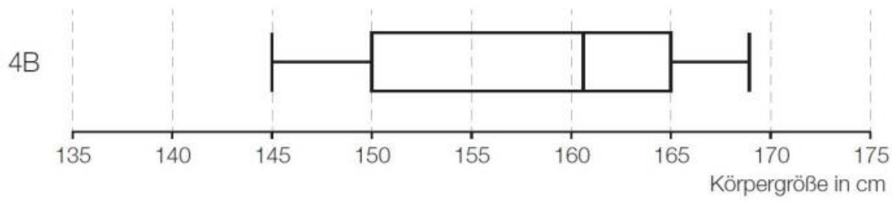
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Mehr als 60 % der befragten Mädchen haben einen Schulweg von mindestens 4 km.	☐
Der Median der erhobenen Daten ist bei Burschen und Mädchen gleich.	☐
Mindestens 50 % der Mädchen und mindestens 75 % der Burschen haben einen Schulweg, der kleiner oder gleich 6 km ist.	☐
Höchstens 40 % der befragten Burschen haben einen Schulweg zwischen 4 km und 8 km.	☐
Die Spannweite ist bei den Umfragedaten der Burschen genauso groß wie bei den Umfragedaten der Mädchen.	☐

Boxplots von Körpergrößen* - 1_800, WS1.3, 2 aus 5

Die nachstehenden Boxplots (Kastenschaubilder) stellen für zwei Klassen (4A und 4B) die Verteilung der Körpergröße der Schulkinder der jeweiligen Klasse dar. Beide Klassen werden von gleich vielen Schulkindern besucht.





Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf jeden Fall zutreffen.

In der 4A ist mehr als die Hälfte der Schulkinder kleiner als 150 cm.	☐
In der 4B sind mehr Schulkinder größer als 160 cm als in der 4A.	☐
Die Spannweite der Körpergröße ist in der 4A größer als in der 4B.	☐
Das größte Schulkind der beiden Klassen besucht die 4B.	☐
In der 4A ist 160 cm die häufigste Körpergröße.	☐

Spenden* - 1_633, WS1.3, Zuordnungsformat

Für einen guten Zweck spenden 20 Personen Geld, wobei jede Person einen anderen Betrag spendet. Diese 20 Geldbeträge (in Euro) bilden den Datensatz $x_1, x_2, \ldots, x_{20}$. Von diesem Datensatz ermittelt man Minimum, Maximum, arithmetisches Mittel, Median sowie unteres (erstes) und oberes (drittes) Quartil.

Frau Müller ist eine dieser 20 Personen und spendet 50 Euro.
Jede der vier Fragen in der linken Tabelle kann unter Kenntnis einer der statistischen Kennzahlen aus der rechten Tabelle korrekt beantwortet werden.

Ordnen Sie den vier Fragen jeweils die entsprechende statistische Kennzahl (aus A bis F) zu!

Ist die Spende von Frau Müller eine der fünf größten Spenden?	
Ist die Spende von Frau Müller eine der zehn größten Spenden?	
Ist die Spende von Frau Müller die kleinste Spende?	
Wie viel Euro spenden die 20 Personen insgesamt?	

A	Minimum
B	Maximum
C	arithmetisches Mittel
D	Median
E	unteres Quartil
F	oberes Quartil

2.3 Streuungsmaße

Video

a. Spannweite

$$Spannweite = Maximum - Minimum$$

b. Empirische Standardabweichung und Empirische Varianz

Es sind die Daten $x_1, x_2, \ldots, x_n$ und deren arithmetischer Mittelwert $\bar{x}$ gegeben. Die empirische Standardabweichung σ gibt an, wie stark die Daten um den Mittelwert $\bar{x}$ streuen.

Es gilt für die empirische Standardabweichung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

Die empirische Varianz ist das Quadrat der Standardabweichung. Es gilt:

$$Varianz = \sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Bsp. 26) Bestimme die Spannweite, die Standardabweichung und die Varianz der Datenreihe. Vergleiche die Werte. Was fällt dir auf?

a. Datenreihe 1: 3, 5, 1, 6, 2

b. Datenreihe 2: 140, 15, 260, 1120, 923, 127

c. Datenreihe 3: 110, 111, 111, 111, 112, 114, 116

Änderung statistischer Kennzahlen* - 1_378, WS1.3, 1 aus 6

Gegeben ist eine geordnete Liste mit neun Werten $a_1, a_2, \ldots, a_9$.

Der Wert a_1 wird um 5 vergrößert, der Wert a_9 wird um 5 verkleinert, die restlichen Werte der Liste bleiben unverändert. Durch die Abänderung der beiden Werte a_1 und a_9 kann sich eine neue, nicht geordnete Liste ergeben.

Kreuzen Sie diejenige statistische Kennzahl an, die sich durch die genannte Änderung in keinem Fall verändert.

arithmetisches Mittel	☐
Median	☐
Modus	☐
Spannweite	☐
Standardabweichung	☐
erstes Quartil	☐

Bsp. 27) Gegeben ist eine geordnete Liste der Daten x_1, x_2, x_3, x_4 mit $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$.

Beantworte die Fragestellung, wenn folgendes geändert wird:

a. x_1 wird um 10 verkleinert.

b. Jeder Wert wird um 5 vergrößert.

c. x_4 wird um 100 vergrößert.

d. x_1 wird um 1 verkleinert und x_4 wird um 1 vergrößert.

e. Jeder Wert verdoppelt sich.

f. x_3 wird um $x_4 - x_3$ größer und x_4 wird um $x_4 - x_3$ kleiner.

Fragestellung: Gib an, ob die gegebenen Kennzahlen größer, kleiner oder gleichbleiben.

(i) Arithmetisches Mittel (ii) Median (iii) Spannweite (iv) Standardabweichung (v) Minimum

+ größer **- kleiner** **= bleibt gleich**	**Arithmetisches Mittel**	**Median**	**Spannweite**	**Standardabweichung**	**Minimum**
Aufgabe a					
Aufgabe b					
Aufgabe c					
Aufgabe d					
Aufgabe e					
Aufgabe f					

Bsp. 28) Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Der Quartilsabstand wird stärker durch einen Ausreißer nach oben beeinflusst als die Spannweite.	O
Die Standardabweichung beschreibt, wie stark die Daten um das arithmetische Mittel streuen.	O
Ein Ausreißer hat keine Auswirkung auf die Standardabweichung.	O
Die Spannweite, die Varianz, die Standardabweichung und der Quartilsabstand sind Kennzahlen für die Streuung der Daten.	O
Vergrößert man alle Werte einer Datenreihe $x_1, x_2, \dots, x_n$ um 2, so vergrößert sich die Standardabweichung auch um 2.	O

Statistische Kennzahlen* - 1_354, WS1.3, 2 aus 5

Um Aussagen über die Daten einer statistischen Erhebung treffen zu können, gibt es bestimmte statistische Kennzahlen.
Welche der folgenden statistischen Kennzahlen geben Auskunft darüber, wie stark die erhobenen Daten streuen? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Kennzahlen an!

Median	☐
Spannweite	☐
Modus	☐
empirische Varianz	☐
arithmetisches Mittel	☐

Statistische Kennzahlen* - 1_426, WS1.3, 2 aus 5

Gegeben ist eine Liste mit n natürlichen Zahlen $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Welche statistischen Kennzahlen der Liste bleiben gleich, wenn jeder Wert der Liste um 1 erhöht wird? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Antworten an!

arithmetisches Mittel	☐
Standardabweichung	☐
Spannweite	☐
Median	☐
Modus	☐

Statistische Kennzahlen* - 1_753, WS1.3, 2 aus 5

Eine Datenliste wird um genau einen Datenwert ergänzt, der größer als alle bisher erfassten Datenwerte ist. Zwei der unten stehenden statistischen Kennzahlen werden dadurch jedenfalls größer.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden statistischen Kennzahlen an.

Spannweite	☐
Modus	☐
Median	☐
3. Quartil	☐
arithmetisches Mittel	☐

Veränderung von Zahlen* - 1_873, WS1.3, Halboffenes Antwortformat

Eine bestimmte Datenliste besteht aus 100 Zahlen $x_1, x_2, \ldots, x_{100}$. Das arithmetische Mittel der Datenliste beträgt 86, deren Minimum 29 und deren Maximum 103.

Eine zweite Datenliste besteht ebenfalls aus 100 Zahlen. Sie entsteht dadurch, dass jede Zahl der ursprünglichen Datenliste um 20 verkleinert wird.

Geben Sie für die zweite Datenliste das arithmetische Mittel und die Spannweite an.

arithmetisches Mittel: ______________________________

Spannweite: ______________________________

Mehrfeldertafel

Video

Mit Hilfe der Mehrfeldertafel können Zusammenhänge zwischen Datenmengen dargestellt werden.

Bsp. 29) Die Mehrfeldertafel veranschaulicht den Zusammenhang über das Abschneiden der Schülerinnen und Schüler bei der letzten Mathematik- & Deutschschularbeit.

	Mathematik: positiv	Mathematik: negativ
Englisch: positiv	12	2
Englisch: negativ	3	4

a. Wie viele Schülerinnen und S chüler gehen in diese Klasse?

b. Wie viele Prozent der Schülerinnen und Schüler haben auf beide Schularbeiten eine positive Note geschrieben?

c. Wie viele Personen haben genau ein Nicht Genügend erhalten?

Bsp. 30) Die Mehrfeldertafel veranschaulicht die Auswertungen einer Umfrage. Dabei wird der Zusammenhang zwischen dem Nettoeinkommen und dem Wohnraum der Personen gezeigt. In der Mehrfeldertafel werden die relativen Häufigkeiten angegeben. Insgesamt wurden 5 000 Personen befragt.

Person…	wohnt in einem eigenen Haus	wohnt in einer Wohnung
Nettoeinkommen: $< 3000€$	0,13	0,29
Nettoeinkommen: $\geq 3000€$	0,44	0,14

a. Wie viele Personen, die weniger als 3000 € verdienen, wohnen in einem Haus?

b. Wie viele Personen verdienen mindestens 3000 € netto?

c. Wie viele Prozent der Personen verdienen weniger als 3000 € und wohnen in einer Wohnung?

d. Wie viele Prozent der Personen wohnen in einem Haus und verdienen mindestens 3000 €?

e. Kann man einen Zusammenhang zwischen Nettoeinkommen und Wohnraum vermuten?