3.5 Wachstumsmodelle

Maturaskript BHS – Teil B (12 Seiten)

Cluster: HAK (W2)

Grundkompetenzen:

- **B_W_3.5** geeignete Modelle für die Beschreibung von Änderungsprozessen (linear, exponentiell, beschränkt, logistisch) aufstellen, mit den zugehörigen Funktionen Berechnungen durchführen und sie grafisch darstellen, Ansätze, Lösungswege und Ergebnisse interpretieren; im Kontext argumentieren

Prof. πegischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben (**Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool**)** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info*: bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, …) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**" die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. A_263) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**" und „**GeoGebra**" erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**" erstellt.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

B_W_3.5 Änderungsprozesse

Abbau von Arzneimitteln * (B_340)

Bei der Einnahme von Arzneimitteln gelangen Wirkstoffe über den Verdauungstrakt in den Blutkreislauf, wo diese dann abgebaut werden.

a) Nach Einnahme einer Tablette kann die Wirkstoffmenge im Blut näherungsweise durch die Funktion m beschrieben werden:

$m(t) = 20 \cdot (1 - e^{-0{,}05 \cdot t}) - 0{,}125 \cdot t$ mit $t \geq 0$

t … Zeit nach der Einnahme in Minuten (min)
$m(t)$ … Wirkstoffmenge im Blut zur Zeit t in Milligramm (mg)

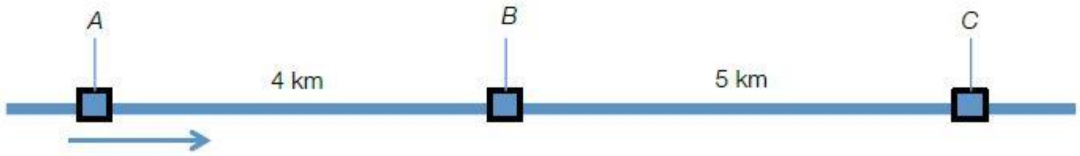
– Ermitteln Sie, zu welchem Zeitpunkt der Wirkstoff vollständig abgebaut ist.
– Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die momentane Änderungsrate der Wirkstoffmenge im Blut 0,5 mg/min beträgt.
– Argumentieren Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass die Funktion m negativ gekrümmt ist.

Ammonium im Fluss (B_105)

Die Selbstreinigungskraft eines fließenden Gewässers hängt von dessen Sauerstoffgehalt ab. Bleibt der Sauerstoffgehalt konstant, erfolgt der Abbau von Ammonium exponentiell.

a) Bei konstanter Fließgeschwindigkeit baut ein bestimmter Fluss nach jeweils 2 Kilometern (km) 50 % des Ammoniums ab. Am Punkt A beträgt der Ammoniumgehalt 1 Milligramm pro Liter (mg/L). Durch Einleitung von Abwasser erhöht sich der Ammoniumgehalt am Punkt B um 0,4 mg/L und am Punkt C um 0,5 mg/L.

Die nachstehende Grafik zeigt schematisch den Verlauf dieses Flusses.



– Übertragen Sie den Ammoniumgehalt in Milligramm pro Liter (mg/L) während der ersten 6 Kilometer in ein Koordinatensystem. Wählen Sie Punkt A als Startpunkt.

Bei konstanter Fließgeschwindigkeit lässt sich der Abbau von Ammonium durch folgende Funktion N beschreiben:

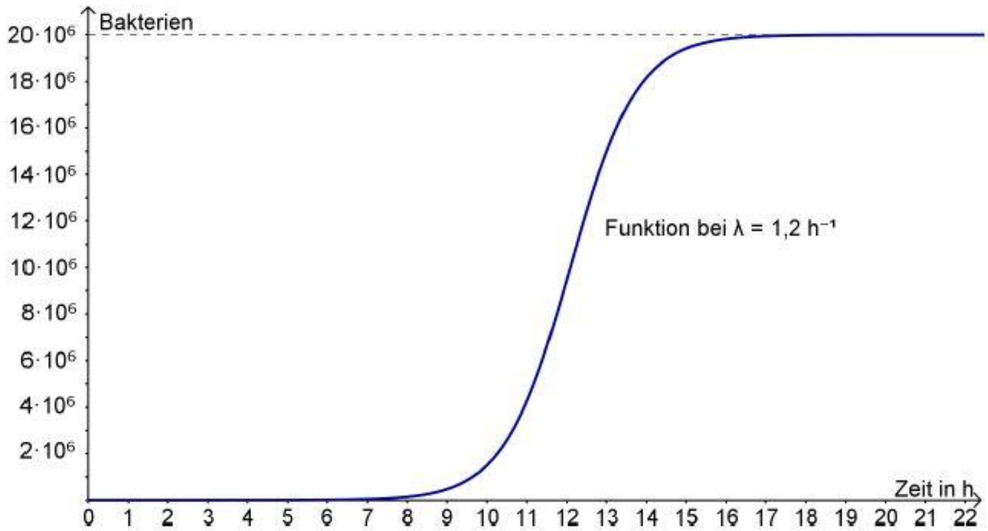
$$N(s) = N_0 \cdot e^{-0{,}3466 \cdot s}$$

s … Fließstrecke in km
$N(s)$ … Ammoniumgehalt nach der Fließstrecke s in mg/L
N_0 … Anfangsgehalt an Ammonium in mg/L

– Berechnen Sie, wie hoch der Ammoniumgehalt in mg/L unmittelbar nach dem Punkt C ist.

Bakterien (B_172)

c) Ein Bakterienwachstum verläuft nicht unbeschränkt exponentiell, sondern erreicht wegen der begrenzten Ressourcen eine Sättigungsmenge.



Die obenstehende Grafik zeigt das Wachstum einer Bakterienpopulation mit folgender Funktion N:

$$N(t) = \frac{20 \cdot 10^6}{1 + 20 \cdot 10^5 \cdot e^{-\lambda \cdot t}} \quad \text{mit} \quad \lambda = 1{,}2\ \text{h}^{-1}$$

t … Zeit in Stunden (h)
$N(t)$ … Anzahl der Bakterien nach t Stunden
λ … Wachstumsparameter in h^{-1}

– Skizzieren Sie in der Grafik den Verlauf der Kurve für $\lambda = 1{,}5\ \text{h}^{-1}$.

Betrachten Sie den Teilausdruck $e^{-\lambda \cdot t}$ des Nenners der Funktion N.

– Erklären Sie, welchen Einfluss eine Veränderung von $\lambda = 1{,}2\ \text{h}^{-1}$ auf $\lambda = 1{,}5\ \text{h}^{-1}$ auf den Teilausdruck $e^{-\lambda \cdot t}$ hat.
– Erklären Sie, welchen Einfluss die Veränderung im Teilausdruck $e^{-\lambda \cdot t}$ auf die gesamte Funktion N hat.

E-Reader * (B_224)

Ein Unternehmen bringt einen neuen E-Reader auf den Markt. Die nachstehende Tabelle beschreibt die Entwicklung der Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader in einer bestimmten Region.

Zeit in Wochen	Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader
1	179
2	364
3	674
4	981
5	1310
6	1700
7	2055
8	2280
9	2470
10	2500
11	2540
12	2545

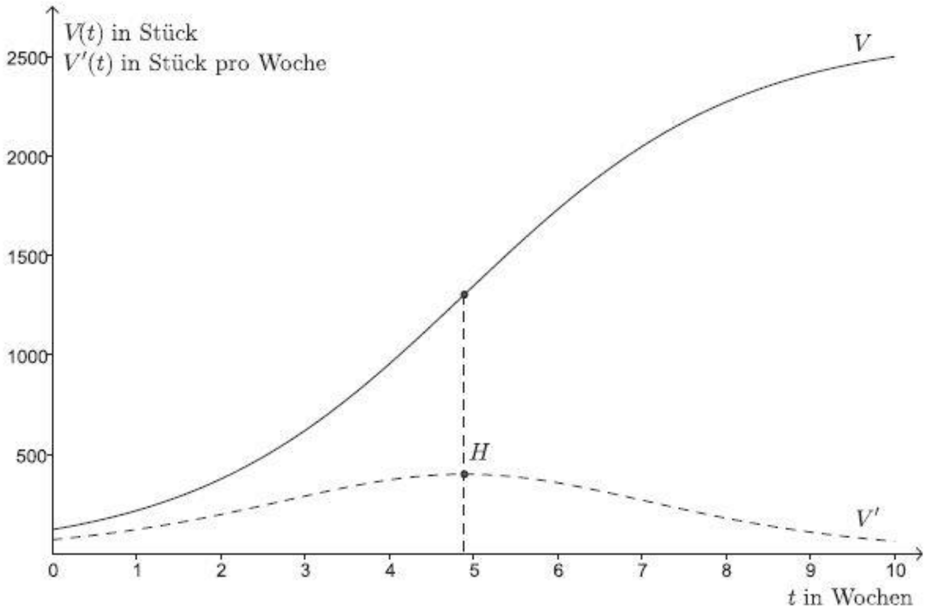
c) Betrachtet man alle 12 Zahlenpaare, so lässt sich die Entwicklung der Anzahl der insgesamt verkauften E-Reader näherungsweise durch eine logistische Funktion V beschreiben:

$$V(t) = \frac{2608}{1 + 20{,}28 \cdot e^{-0{,}6151 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Wochen
$V(t)$ ... Anzahl der bis zur Zeit t insgesamt verkauften E-Reader

– Begründen Sie anhand der gegebenen Funktion, warum die Funktionswerte sich mit wachsendem t dem maximalen Wert 2608 annähern.
– Berechnen Sie, um wie viel der logistische Funktionswert $V(8)$ vom gegebenen Tabellenwert bei 8 Wochen abweicht.

In der nachstehenden Grafik sind die logistische Funktion V sowie deren Ableitungsfunktion V' grafisch dargestellt.



– Interpretieren Sie die Bedeutung der Koordinaten des Hochpunktes H der Ableitungsfunktion V' im Sachzusammenhang.

Großtrappen (B_131)

Ein LIFE-Projekt in Ostösterreich widmet sich dem Schutz der Großtrappen, einer gefährdeten Vogelart. Zu Beginn des Beobachtungszeitraums wurden in Niederösterreich und im Burgenland 140 Tiere gezählt. 5 Jahre später waren es bereits 244.

b) Nehmen Sie ein begrenztes exponentielles Wachstum mit einer Obergrenze von $G = 1\,000$ an. Es gilt folgende Funktion:

$$y(t) = G - c \cdot e^{\lambda \cdot t}$$

t … Zeitdauer in Jahren (a)
$y(t)$ … Anzahl der Tiere nach t Jahren
c … Anzahl der Tiere, um die der Anfangsbestand bis zur Obergrenze zunehmen kann

– Berechnen Sie den Stand der Population nach 20 Jahren unter der Voraussetzung, dass die Entwicklung der Vogelpopulation diesem Modell folgt.

c) In der Realität wird das Wachstum der Großtrappen-Population besser durch die folgende logistische Funktion beschrieben:

$$y(t) = \frac{1000}{1 + 6{,}143 \cdot e^{-0{,}1369 \cdot t}}$$

t … Zeitdauer in Jahren (a)
$y(t)$ … Anzahl der Tiere nach t Jahren

– Stellen Sie diese Funktion grafisch dar.
– Lesen Sie aus der Grafik ungefähr ab, wann sich der Bestand seit dem Beginn der Beobachtungszeit auf 280 Tiere verdoppelt hat.
– Überprüfen Sie durch Ablesung des Zeitraums bis zur nächsten Verdopplung, ob die Zeitdauer, in der sich der jeweilige Bestand an Tieren verdoppelt, in diesem Modell konstant bleibt.

Grönlandwale (B_195)

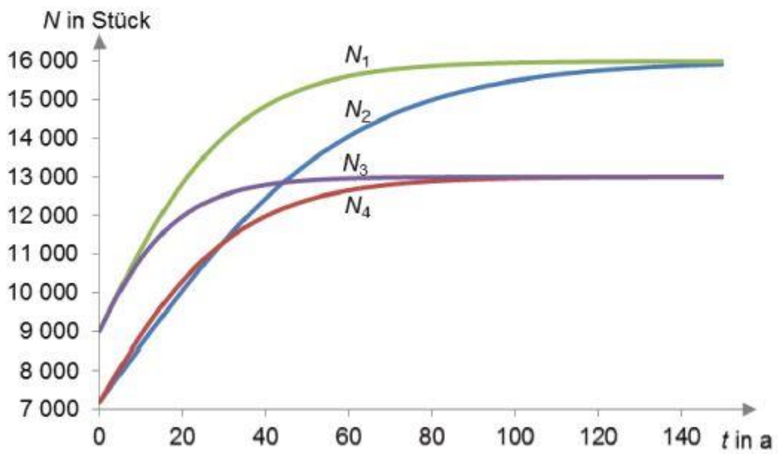
Grönlandwale sind eine vom Aussterben bedrohte Tierart. Noch existierende Populationen stehen unter strengstem Schutz. Das Wachstum der Populationen wird genau beobachtet.

Aus langjährigen Beobachtungen der größten heute lebenden Population kann für deren zukünftiges Wachstum unter gleichbleibenden Umweltbedingungen die folgende Funktion angegeben werden:

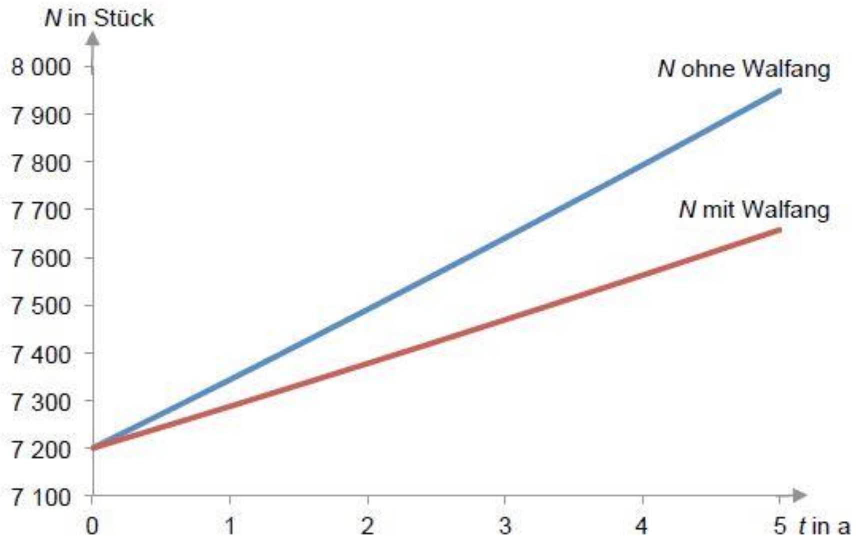
$$N(t) = \frac{16\,000}{1 + \frac{11}{9} \cdot e^{-0{,}0363 \cdot t}}$$

t … Zeit in Jahren (a) mit $t = 0$ im Jahr 2007
$N(t)$ … Anzahl der Wale in Stück nach t Jahren

a) – Lesen Sie ab, welcher der folgenden Funktionsgraphen zur angegebenen Funktion passt.
– Begründen Sie Ihre Auswahl.



c) Trotz Naturschutz gesteht die Internationale Walfangkommission IWC den Inuit (Volksgruppe in Grönland) Fangquoten für den Eigenbedarf für bestimmte Grönlandwalbestände zu. So wurde von 2008 bis 2012 der Fang einer genau bestimmten Anzahl an Tieren für die oben beschriebene Walpopulation erlaubt. In der untenstehenden Grafik ist die voraussichtliche Entwicklung der Walpopulation ohne und mit jährlichem Abfischen dargestellt.



– Erklären Sie, warum sich der Abstand der beiden Exponentialfunktionen mit jedem Jahr vergrößert.

Höhenwachstum von Fichten * (B_350)

Der Zusammenhang zwischen dem Alter und der durchschnittlichen Höhe von Fichten kann näherungsweise mithilfe einer Funktion h beschrieben werden:

$h(t) = a \cdot e^{-\frac{b}{t}}$

t ... Alter in Jahren
$h(t)$ ... durchschnittliche Höhe im Alter t in Metern (m)
$a > 0$ ... Parameter in m
$b > 0$ ... Parameter in Jahren

a) – Begründen Sie mathematisch, warum $e^{-\frac{b}{t}}$ für $t = 0$ nicht definiert ist.
– Begründen Sie mathematisch, warum die durchschnittliche Höhe in diesem Modell a nicht überschreiten kann.

Für einen 80-jährigen Fichtenbestand beträgt die durchschnittliche Höhe der Fichten 19,24 m. Der Parameter a ist gleich 28 m.

– Berechnen Sie den Parameter b.
– Berechnen Sie anhand dieses Modells, um wie viel Prozent die durchschnittliche Höhe in den nächsten 20 Jahren zunehmen wird.

Infrarotheizung (B_030)

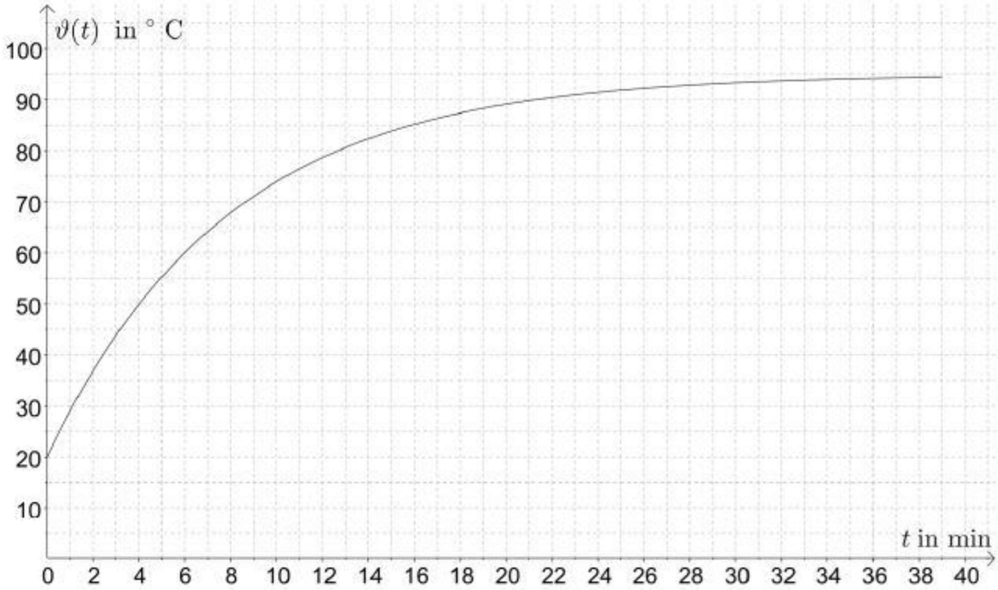
Heutzutage werden immer häufiger Infrarotheizungen in Wohnräumen eingesetzt.

a) Der Erwärmungsvorgang des Heizleiters der Infrarotheizung lässt sich durch die Funktion ϑ näherungsweise beschreiben:

$\vartheta(t) = c \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot t}) + b$

t ... Zeit nach Beobachtungsbeginn in Minuten (min)
λ ... Zeitkonstante der Infrarotheizung in min^{-1}
$\vartheta(t)$ ... Temperatur des Heizleiters der Infrarotheizung zur Zeit t in °C

– Ermitteln Sie mithilfe der nachstehenden Grafik die Parameter b, c und λ der Funktion ϑ.



– Begründen Sie anhand der Funktion ϑ, warum die Temperatur nie über $(c + b)$ °C ansteigen kann.

Kfz-Bestand (1) * (B_300)

Die nachstehende Tabelle gibt den Kraftfahrzeug-Bestand (Kfz-Bestand) in Österreich für ausgewählte Jahre im Zeitraum von 1992 bis 2012 jeweils zum Jahresende an.

Ende des Jahres ...	Kfz-Bestand in Millionen
1992	4,5
1997	5,2
2002	5,4
2007	5,8
2012	6,3

Datenquelle: Statistik Austria (Hrsg.): *Statistisches Jahrbuch Österreichs 2015*. Wien: Verlag Österreich 2014, S. 446.

c) Der Kfz-Bestand kann nicht unbeschränkt wachsen.

Die zeitliche Entwicklung des Kfz-Bestands kann in einem Modell beschränkten Wachstums durch die Funktion K_B beschrieben werden:

$K_B(t) = 9 - b \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

t ... Zeit in Jahren, $t = 0$ für das Ende des Jahres 1992
$K_B(t)$ ... Kfz-Bestand zur Zeit t in Millionen

Der Graph der Funktion K_B soll durch die Datenpunkte für die Jahre 1992 und 2012 verlaufen.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem, mit dem die Parameter b und λ der Funktion K_B ermittelt werden können.
2) Ermitteln Sie die Parameter b und λ.
3) Ermitteln Sie mithilfe dieses Modells eine Prognose für den Kfz-Bestand am Ende des Jahres 2020.

Küchengerät * (B_557)

Ein neues Küchengerät wird auf den Markt gebracht.

a) Die zeitliche Entwicklung der Verkaufszahlen dieses Küchengeräts soll durch die beschränkte Wachstumsfunktion N_1 beschrieben werden.

$N_1(t) = S \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot t})$

t ... Zeit ab Verkaufsbeginn in Wochen
$N_1(t)$ ... insgesamt verkaufte Menge bis zur Zeit t in Stück
S ... Sättigungsmenge in Stück
λ ... positiver Parameter

1) Argumentieren Sie mathematisch anhand der Funktionsgleichung, dass gilt: $N_1(0) = 0$

Die Sättigungsmenge beträgt 5 000 Stück. Eine Woche nach Verkaufsbeginn wurden bereits 350 Stück verkauft.

2) Berechnen Sie λ.

Vereinfacht kann die zeitliche Entwicklung der Verkaufszahlen dieses Küchengeräts für einen eingeschränkten Zeitraum auch durch die Funktion N_2 beschrieben werden.

$N_2(t) = 350 \cdot t$

t ... Zeit ab Verkaufsbeginn in Wochen
$N_2(t)$ ... insgesamt verkaufte Menge bis zur Zeit t in Stück

Jemand hat die Gleichungen $N_1(t) = N_2(t)$ und $N_1'(t) = N_2'(t)$ nach t gelöst.

3) Ordnen Sie den beiden Gleichungen jeweils die zutreffende Aussage aus A bis D zu.

$N_1(t) = N_2(t)$	
$N_1'(t) = N_2'(t)$	

A	Die Lösungsmenge dieser Gleichung ist $\{0; 1\}$.
B	Die Lösung dieser Gleichung liegt im Intervall $]0; 1[$.
C	Die Lösung dieser Gleichung liegt im Intervall $[1; \infty[$.
D	Die Lösungsmenge dieser Gleichung ist $\{0\}$.

Niedrigzinsphase * (B_568)

Infolge der Finanzmarktkrise 2008 entstand eine über Jahre andauernde Phase niedriger Zinsen.

d) Die Europäische Zentralbank legt einen sogenannten *Leitzinssatz* fest. Seit der Finanzmarktkrise 2008 ist der Leitzinssatz gesunken (siehe nachstehende Tabelle):

Zeit ab 1.1.2008 in Jahren	0	1	2	3	4	5	6	7
Leitzinssatz in Prozent	4,00	2,50	1,00	1,00	1,00	0,75	0,25	0,05

Datenquelle: https://www.finanzen.net/leitzins/@historisch [21.10.2020].

Die zeitliche Entwicklung des Leitzinssatzes soll mithilfe von exponentieller Regression durch die Funktion L modelliert werden.

$L(t) = a \cdot b^t$

t ... Zeit ab 1.1.2008 in Jahren
$L(t)$ ... Leitzinssatz zur Zeit t in Prozent

1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der Funktion L auf.
2) Ermitteln Sie den Zeitraum, in dem sich der Leitzinssatz gemäß der Funktion L jeweils halbiert.

Sinkende Kugeln * (B_407)

Die Sinkgeschwindigkeit einer in einer Flüssigkeit sinkenden Metallkugel kann durch eine Funktion v beschrieben werden:

$v(t) = g \cdot \tau \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ mit $t \geq 0$

t ... Zeit ab Beginn des Sinkens in Sekunden (s)
$v(t)$ ... Sinkgeschwindigkeit zur Zeit t in Metern pro Sekunde (m/s)
τ ... Zeitkonstante in s mit $\tau > 0$
g ... Erdbeschleunigung ($g \approx 9{,}81$ m/s²)

a) – Begründen Sie mathematisch, warum die Sinkgeschwindigkeit ständig zunimmt.

Sozialausgaben (2) * (B_482)

Sozialausgaben sind Geldleistungen, die der Staat Personen in bestimmten Lebenslagen zur Verfügung stellt.

Die Sozialausgaben in Österreich für ausgewählte Jahre im Zeitraum von 1990 bis 2015 sind in der nachstehenden Tabelle angegeben (Werte gerundet).

Jahr	Sozialausgaben in Milliarden Euro
1990	35,5
1995	51,0
2000	59,8
2005	71,2
2010	87,8
2015	102,5

Datenquelle: Statistik Austria (Hrsg.): *Statistisches Jahrbuch Österreichs 2017.* Wien: Verlag Österreich 2016, S. 224.

b) 1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang:

$$\sqrt[5]{\frac{87{,}8}{71{,}2}} - 1 \approx 0{,}043$$

Eine Sozialwissenschaftlerin geht von der Annahme aus, dass die Sozialausgaben in Österreich seit dem Jahr 2015 jährlich um 2,5 % bezogen auf das jeweilige Vorjahr steigen.

Dieses Modell soll durch eine Funktion S_2 beschrieben werden.

t ... Zeit ab 2015 in Jahren
$S_2(t)$ ... Sozialausgaben zur Zeit t in Milliarden Euro

2) Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion S_2.
Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2015.

Startkapital (B_146)

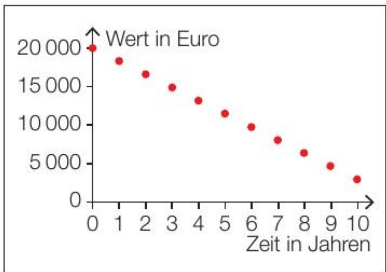
Simon möchte sich selbstständig machen. Er setzt für die Gründung seines Unternehmens als Startkapital seine Ersparnisse und einen Kredit ein.

c) Simon kauft vom Startkapital zu Beginn des Jahres für sein Unternehmen eine Maschine um € 20.000. Die Maschine verliert gegenüber dem Vorjahr jährlich 25 % ihres Wertes.

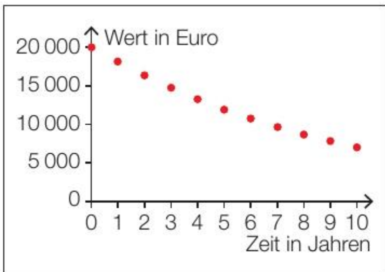
– Stellen Sie die Funktionsgleichung auf, die den Wert der Maschine jeweils zu Beginn jedes Jahres beschreibt. Wählen Sie t = 0 für den Beginn desjenigen Jahres, in dem die Maschine gekauft wird.
– Geben Sie eine passende Definitionsmenge zu dieser Funktion an.

Die nachstehenden grafischen Darstellungen sollen den Wert der Maschine zu Beginn jedes Jahres darstellen.

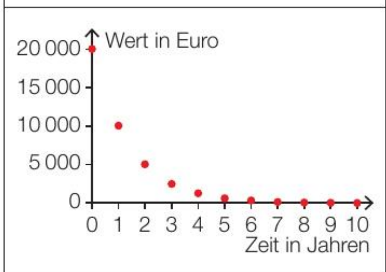
– Kreuzen Sie die korrekte Darstellung an. *[1 aus 5]*



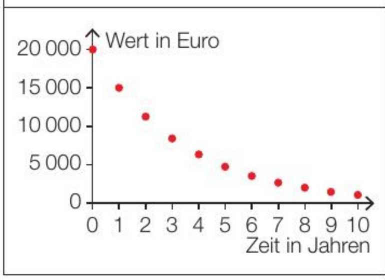
☐



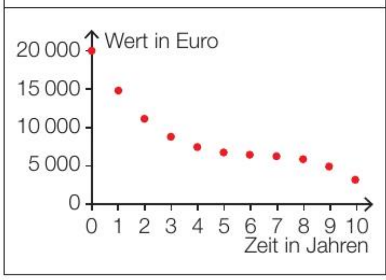
☐



☐



☐

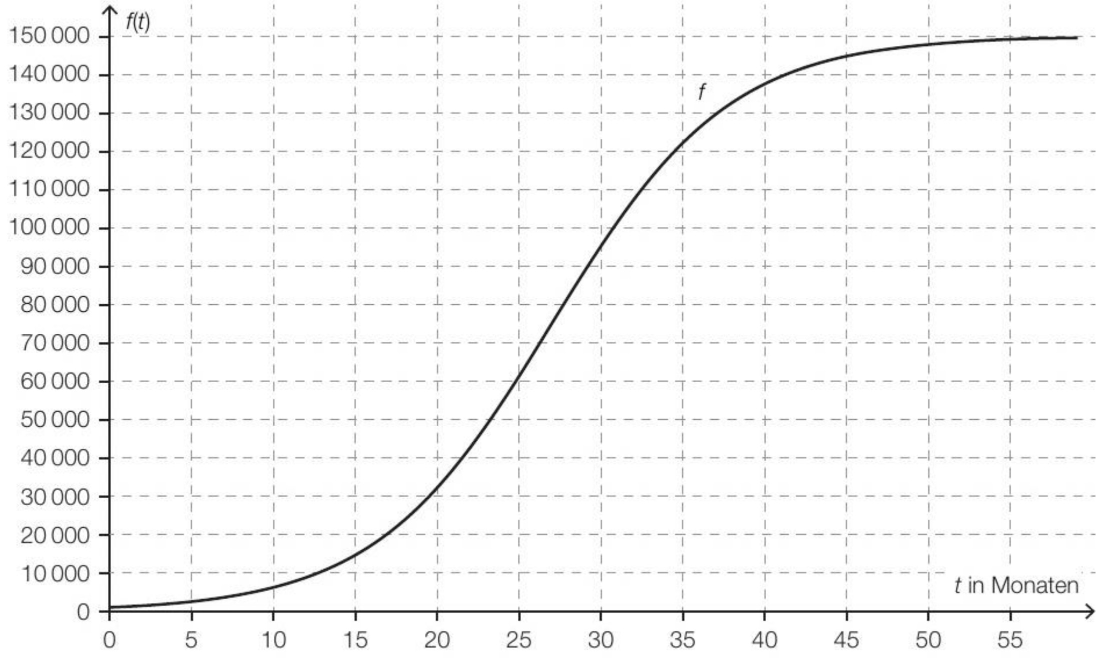


☐

Streaming * (B_501)

Ein Fernsehsender entschließt sich, einen Streaming-Dienst für Filme auf den Markt zu bringen.
Damit können Filme über das Internet abgespielt werden.
Die Zeit nach der Markteinführung in Monaten wird mit t bezeichnet.

c) Die über einen längeren Zeitraum betrachtete zeitliche Entwicklung der Anzahl der Kunden kann näherungsweise durch die logistische Funktion f beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Zeitpunkt des stärksten Wachstums der Anzahl der Kunden ab.

Für die Funktion f gilt: $f(t) = \dfrac{150\,000}{1 + c \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$

Bei der Markteinführung ($t = 0$) nutzen 1 000 Kunden dieses Angebot.

2) Ermitteln Sie die Parameter c und λ der Funktion f.

Thermometer * (B_540)

Ein digitales Thermometer wird zur Messung der Temperatur des Wassers in einem Becken verwendet. Ausgehend von einem Startwert nähert sich die angezeigte Temperatur der tatsächlichen Temperatur des Wassers an.

b) Zu Beginn einer anderen Messung zeigt das digitale Thermometer eine Temperatur von 33,0 °C an. Nach 4 s zeigt es eine Temperatur von 36,0 °C an.
Der zeitliche Verlauf der angezeigten Temperatur bei dieser Messung kann durch die Funktion g beschrieben werden.

$g(t) = c - a \cdot e^{-0{,}275 \cdot t}$

t … Zeit nach Beginn der Messung in s
$g(t)$ … angezeigte Temperatur zur Zeit t in °C

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Parameter a und c.
2) Berechnen Sie die Parameter a und c.

Waschmittel (1) * (B_376)

Die Firma Blitzweiß produziert ein neues Waschmittel.

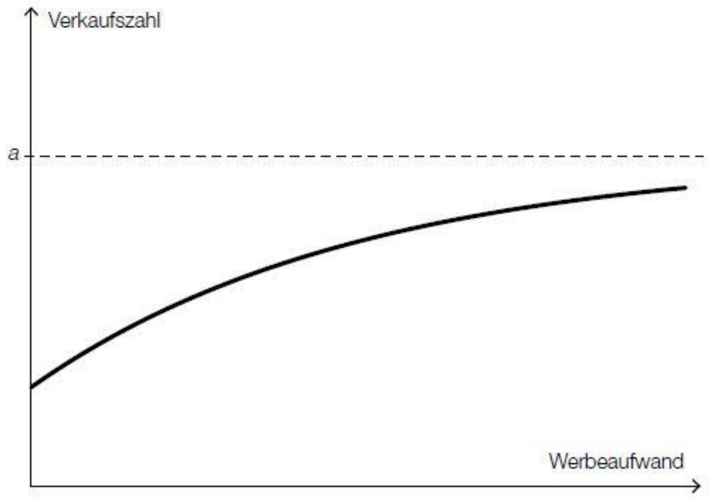
a) Die Abhängigkeit der Verkaufszahlen vom Werbeaufwand x kann für einen Monat modellhaft durch die Funktion V beschrieben werden:

$V(x) = a - b \cdot e^{-\lambda \cdot x}$

a, b, λ sind positive Parameter der Funktion mit $a > b$.

– Ermitteln Sie unter Verwendung der Parameter von V die Verkaufszahl, wenn kein Werbeaufwand betrieben wird.
– Begründen Sie mathematisch, warum für $x \to \infty$ die Funktion V asymptotisch gegen a strebt.

Die folgende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion V für einen bestimmten Wert λ_1:



– Zeichnen Sie den Funktionsverlauf für einen Wert λ_2 mit $\lambda_2 > \lambda_1$ in die obige Abbildung ein. (Die Parameter a und b bleiben unverändert.)

Werbung * (B_440)

Der Campus einer Universität beherbergt 1 200 Studierende. Eine Fast-Food-Kette möchte eine Filiale mit neuen, spezifisch auf Studierende abgestimmten Produkten am Campusgelände eröffnen. Es kursiert ein Gerücht, dass ein berühmter Hollywoodstar bei der Eröffnung der Filiale anwesend sein wird.

Die Funktion N_G beschreibt näherungsweise die Anzahl der Studierenden, die von dem Gerücht erfahren haben:

$N_G(t) = \dfrac{1200}{1 + 1199 \cdot e^{-0{,}99 \cdot t}}$

t ... Zeit nach Aufkommen des Gerüchts in Tagen
$N_G(t)$ ... Anzahl der Studierenden, die vom Gerücht bis zum Zeitpunkt t erfahren haben

b) Auf einem anderen vergleichbaren Campus wird gleichzeitig eine Werbekampagne mit Plakaten gestartet.
Die Funktion N_W beschreibt näherungsweise die Anzahl der Studierenden, die durch die Werbekampagne erreicht werden:

$N_W(t) = 1200 \cdot (1 - e^{-0{,}077 \cdot t})$

t ... Zeit nach Beginn der Werbekampagne in Tagen ($t \geq 1$)
$N_W(t)$ ... Anzahl der Studierenden, die durch die Werbekampagne bis zum Zeitpunkt t erreicht wurden

1) Bestimmen Sie denjenigen Zeitpunkt t ($t \geq 1$), zu dem gleich viele Studierende vom Gerücht erfahren haben, wie von der Werbekampagne erreicht wurden.

Öffentlicher Verkehr in Wien * (B_515)

b) Die Anzahl der pro Jahr verkauften Jahreskarten für öffentliche Verkehrsmittel in Wien lässt sich für den Zeitraum von 2011 bis 2016 näherungsweise durch die Funktion N beschreiben.

$N(t) = 815\,000 - 450\,000 \cdot a^t$

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2011
$N(t)$ … Anzahl der pro Jahr verkauften Jahreskarten zur Zeit t
a … Parameter mit $0 < a < 1$

1) Erklären Sie, warum der Ordinatenabschnitt (Achsenabschnitt auf der vertikalen Achse) des Graphen der Funktion N nicht vom Parameter a abhängt.

Im Jahr 2015 wurden 700 000 Jahreskarten verkauft.

2) Berechnen Sie den Parameter a.

Es wird davon ausgegangen, dass die Funktion N auch die zukünftige Entwicklung der Anzahl der pro Jahr verkauften Jahreskarten richtig beschreibt.

3) Interpretieren Sie die Zahl 815 000 in der obigen Gleichung der Funktion N im gegebenen Sachzusammenhang.