

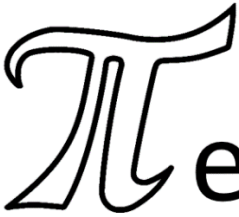
3.4 Tilgungsplan

Maturaskript BHS – Teil B (12 Seiten)

Cluster: HAK (W2)

Grundkompetenzen:

- **3.4** bei Sparformen, Krediten und Schuldtilgung modellieren; zugehörige Berechnungen durchführen, deren Ergebnisse interpretieren; im Kontext argumentieren

Prof.  egischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben** (Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool) gelöst werden, um das Erlernete zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info: *bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, ...) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): <https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/>
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none">1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM2) Gib im Feld „Volltextsuche“ die Nummer ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten. |
|---|

Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. A_263) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**“ und „**GeoGebra**“ erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**“ erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	Weitere Regeln für Lehrpersonen
<ul style="list-style-type: none">▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen.▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen.▪ Sie dürfen mein Materialen NICHT gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden.▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden.▪ Bei einem Missbrauch erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	<p>WICHTIGSTE REGEL: LehrerInnen dürfen die Materialien in Ihrem eigenen Unterricht verwenden:</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen.▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben.▪ Es ist nicht erlaubt, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben.▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

BHS Teil B_W_3.4: Tilgungsplan

- **Gläubiger** = Person, die einen Geldbetrag herleiht
- **Schuldner** = Person, die das ausgeliehene Kapital zurückzahlen muss.
- **Annuität** = der vom Schuldner jährlich zu zahlende gesamte Geldbetrag (Tilgungsquote+Zinsen)
- **Tilgungsquote, Tilgungsbeitrag** = Betrag, um den die Schuld in einem bestimmten Jahr vermindert wird.
- **Restschuld** = Schuld, vermindert um die bis zu einem best. Jahr bezahlten Tilgungsquoten.
- **Tilgungsdauer** = gesamte Zeitraum, über den hinweg die Tilgung der Schuld erfolgt.
- **Tilgungsplan** = tabellarische Aufstellung von Zinsen (auf die Restschuld), Tilgungsquote, Annuität, Restschuld

1) **Einfache, nachschüssige Verzinsung:** $K_n = K_0 * (1 + n * i)$

2) **Zinseszinsrechnung:** $K_n = K_0 * (1 + i)^n$

Zeitabschnitt	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				K_0
1	$K_0 \cdot i$	T_1	$A_1 = K_0 \cdot i + T_1$	$K_1 = K_0 - T_1$
...

Quelle: Formelsammlung

Abfindung * (B_538)

Vier Geschwister haben gemeinsam ein Haus geerbt.

Martha übernimmt das Haus und muss dafür ihren Geschwistern Andreas, Beate und Christian zum Zeitpunkt der Übernahme Geldbeträge in Höhe von jeweils € 80.000 auszahlen. Ein solcher Geldbetrag wird *Abfindung* genannt.

d) Zur Finanzierung der Hausübernahme nimmt Martha einen Kredit auf.

Die vorletzte Zeile des Tilgungsplans lautet:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
15	€ 319,43	€ 9.680,57	€ 10.000,00	€ 966,95

1) Zeigen Sie, dass der Zinssatz 3 % p. a. beträgt.

2) Vervollständigen Sie die nachstehende letzte Zeile des Tilgungsplans.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
16				€ 0,00

Anschaffungen (B_134)

Für die Anschaffung von neuer Hardware in einem Unternehmen muss ein Kredit aufgenommen werden.

- b) Das Angebot einer anderen Bank für die Rückzahlung eines Kredits in Höhe von € 50.000 ist ausschnittsweise im folgenden Tilgungsplan dargestellt:

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 50.000
1	€ 1.112,62	€ 11.387,38	€ 12.500	€ 38.612,62
2	€ 859,22	€ 11.640,78	€ 12.500	€ 26.971,84
3	€ 600,19	€ 11.899,81	€ 12.500	€ 15.072,03
4			€ 12.500	

- Zeigen Sie, dass diesem Tilgungsplan ein effektiver Jahreszinssatz von rund 4,5 % zugrunde liegt.
- Vervollständigen Sie im obigen Tilgungsplan die Zeile für das 4. Semester.

Die Rückzahlung des Kredits soll am Ende des 5. Semesters durch eine Restzahlung abgeschlossen werden.

- Berechnen Sie die Höhe dieser Restzahlung.

Autokauf (2) (B_143)

Ein neues Auto kostet € 66.700.

- b) Frau Specht möchte dasselbe Auto kaufen. Allerdings kann sie nicht den vollen Kaufpreis von € 66.700 zahlen. Sie überlegt daher, das Auto zu leasen. Das Autohaus bietet ihr folgende Konditionen:

Anzahlung: € 13.340
Laufzeit: 36 Monate
monatlich nachschüssige Rate: € 922
Restwert: € 26.000

- Berechnen Sie den effektiven Jahreszinssatz für dieses Leasinggeschäft.

- c) Eine Alternative zu einer Leasingfinanzierung ist die Finanzierung mittels eines Kredits. Für das zum Verkauf stehende Auto (Kaufpreis: € 66.700) wird folgender Kredit angeboten:

Anzahlung: € 13.560
Zinssatz: 5,06 % p. a.
Laufzeit: 60 Monate

- Berechnen Sie, wie hoch bei diesem Angebot die zu leistenden nachschüssigen Monatsraten sind.

Baugrundstücke * (B_090)

Die Preise von Baugrundstücken sind in den letzten Jahren erheblich gestiegen.

- d) Frau Marth nimmt für den Kauf eines Baugrundstücks einen Kredit in Höhe von € 120.000 mit jährlich nachschüssigen Kreditrückzahlungen auf. Der vereinbarte Zinssatz beträgt 2,5 % p. a.

Für die ersten zwei Jahre vereinbart Frau Marth Sonderbedingungen, die im nachstehenden Tilgungsplan dargestellt sind.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 120.000,00
1			€ 0,00	€ 123.000,00
2		€ 0,00		€ 123.000,00

– Ermitteln Sie die Beträge für die beiden grau markierten Zellen im obigen Tilgungsplan.

Ab dem Jahr 3 werden jährliche Annuitäten in Höhe von € 10.000 bezahlt.

– Berechnen Sie, wie viele volle Annuitäten in Höhe von € 10.000 bezahlt werden müssen.

Gerätekauf (B_211)

Familie Kurz benötigt für ihre neue Wohnung Küchengeräte.

- a) In den Preisverhandlungen mit einem Händler werden die nachstehend angeführten Teilzahlungsvarianten diskutiert. Bei allen Teilzahlungsvarianten wird mit dem gleichen konstanten Zinssatz gerechnet.

Die Familie möchte sich für die Teilzahlungsvariante mit dem niedrigsten Barwert entscheiden.

– Kreuzen Sie diese Teilzahlungsvariante an. [1 aus 5]

eine Anzahlung Z und 60 nachschüssige Monatsraten R	<input type="checkbox"/>
eine Anzahlung Z und 60 vorschüssige Monatsraten R	<input type="checkbox"/>
60 nachschüssige Monatsraten $R + \frac{Z}{60}$	<input type="checkbox"/>
60 nachschüssige Monatsraten R und gleichzeitig mit der letzten Monatsrate eine Restzahlung Z	<input type="checkbox"/>
eine Anzahlung $\frac{Z}{2}$, 60 vorschüssige Monatsraten R und eine Restzahlung $\frac{Z}{2}$ am Ende der Laufzeit	<input type="checkbox"/>

Esszimmereinrichtung * (B_558)

Petra möchte eine neue Esszimmereinrichtung kaufen, die € 4.000 kostet.

- c) Petra kann die Esszimmereinrichtung auch über einen Kredit mit einer Laufzeit von 5 Jahren finanzieren.

Dazu wird eine gleichbleibende Annuität berechnet und ein Tilgungsplan erstellt.

Allerdings ist nach 5 Jahren die Schuld noch nicht vollständig getilgt, weil während der Laufzeit eine einmalige Änderung des Zinssatzes stattgefunden hat.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 4.000,00
1	€ 100,00	€ 760,99	€ 860,99	€ 3.239,01
2	€ 80,98	€ 780,01	€ 860,99	€ 2.459,00
3	€ 98,36	€ 762,63	€ 860,99	€ 1.696,37
4	€ 67,85	€ 793,13	€ 860,99	€ 903,24
5	€ 36,13	€ 824,86	€ 860,99	€ 78,38

- 1) Erklären Sie, woran man erkennen kann, dass während der Laufzeit eine Änderung des Zinssatzes stattgefunden hat.
- 2) Berechnen Sie den Zinssatz im Jahr 5.

Der Kredit soll am Ende des Jahres 5 vollständig getilgt werden.
Dadurch verändert sich die letzte Zeile des obigen Tilgungsplans.

- 3) Tragen Sie in der nachstehenden Tabelle die beiden fehlenden Zahlen ein.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
5	€ 36,13			€ 0,00

Hotelrenovierung (1) (B_210)

Ein Hotel wird renoviert.

- b) Für weitere Renovierungsarbeiten benötigt der Hotelbesitzer einen Kredit in Höhe von € 80.000. Seine Hausbank bietet ihm an, dass er den Kreditbetrag innerhalb von 5 Jahren in Form von nachschüssigen Jahresraten in Höhe von € 17.900 begleichen kann.

– Berechnen Sie den effektiven Jahreszinssatz, der diesem Kredit zugrunde liegt.

Der Hotelbesitzer möchte anstelle der Jahresraten den Kredit bei gleicher Laufzeit durch nachschüssige Semesterraten in Höhe von € 8.950 begleichen.

– Argumentieren Sie, warum sich bei dieser Zahlungsvariante ein höherer effektiver Jahreszinssatz ergibt.

Immobilienhandel (B_127)

Eine Immobilie soll verkauft werden. Der Barwert dieser Immobilie wird mit € 4.400.000 veranschlagt.

- b) Der Käufer muss zur Aufbringung des Kaufpreises einen Kredit in der Höhe von € 2.000.000 aufnehmen. Der Kredit soll in 15 Jahren durch gleichbleibende nachschüssige Annuitäten bei einem Zinssatz von 5 % p. a. getilgt werden. (Dieser Zinssatz berücksichtigt auftretende Gebühren und Steuern.)

– Erstellen Sie den Tilgungsplan für die ersten 2 Jahre.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 2.000.000,00
1				
2				

Kredit für einen Wohnkauf * (B_223)

Frau Simon möchte eine Wohnung kaufen. Sie benötigt dazu einen Kredit und holt deswegen bei Banken verschiedene Angebote ein.

- c) Bank C bietet Frau Simon einen Kredit über € 120.000 an, den sie durch nachschüssige Quartalsraten mit dem Zinssatz 1 % p. q. zurückzahlen soll. Die Bank legt ihr den folgenden Tilgungsplan vor:

Quartal	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 120.000,00
1	€ 1.200,00	€ 986,26	€ 2.186,26	€ 119.013,74

- Dokumentieren Sie, wie der Zinssatz 1 % p. q. aus dem Tilgungsplan ermittelt werden kann.
- Berechnen Sie die Laufzeit des Kredits.
- Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Zinsanteil, Tilgungsanteil und Annuität.

Kreditkonditionen (B_122)

Frau Mitter benötigt einen Kredit. Etwaige Nebengebühren und Steuern werden im Folgenden nicht berücksichtigt.

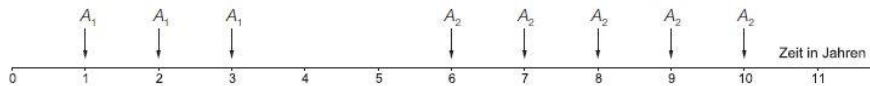
- b) Frau Mitter hat die Möglichkeit, einen Teil aus eigenen Ersparnissen zu finanzieren und einen Kredit in Höhe von € 80.000 bei einem Zinssatz von 4,2 % p. a. aufzunehmen. Die Bank erwartet monatlich vorschüssige Rückzahlungen in Höhe von je € 550. Die Rückzahlung beginnt 3 Jahre nach Kreditaufnahme.

- Berechnen Sie, wie viele Jahre und Monate nach Kreditaufnahme die Schuld beglichen ist, wenn die Restzahlung 1 Monat nach der letzten Vollrate fällig ist.
- Stellen Sie diese Situation mit den entsprechenden Rückzahlungsbeträgen grafisch in einer Zeitlinie dar.

Kreditrückzahlung * (B_206)

Für den Kauf eines Grundstücks nimmt Herr Maier einen Kredit auf. Ursprünglich vereinbart er mit seiner Bank, diesen innerhalb von 10 Jahren in Form von gleich hohen, nachschüssigen, jährlichen Annuitäten A_1 zurückzuzahlen. Dieser Plan ändert sich jedoch.

Der tatsächliche Verlauf der vollständigen Rückzahlung von Herrn Maier ist auf der nachstehenden Zeitachse dargestellt.



- a) In den ersten 3 Jahren läuft die Kredittilgung nach dem ursprünglichen Plan. Für das 3. Jahr der Rückzahlung ergeben sich folgende Einträge im Tilgungsplan:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
3	€ 3.703,15	€ 13.881,45	€ 17.584,60	€ 109.556,81

- Berechnen Sie den zugrunde liegenden jährlichen Zinssatz dieser Kredittilgung.
- Berechnen Sie die ursprüngliche Kredithöhe.

- d) Am Ende des 5. Jahres beträgt die verbleibende Schuld € 116.228,82. Eine weitere Rückzahlungsvariante, die die Laufzeit verlängert hätte, wäre gewesen: Herr Maier zahlt weiterhin jährlich Annuitäten in Höhe von € 17.584,60. Die Bank verlangt ab dem 6. Jahr Zinsen in Höhe von 3,5 % p. a.

Die vorletzte Zeile des sich daraus ergebenden Tilgungsplans lautet:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
	€ 969,26	€ 16.615,34	€ 17.584,60	€ 11.077,75

- Bestimmen Sie, in welchem Jahr (vom Zeitpunkt der Aufnahme des Kredits) die Zahlung erfolgt, die in dieser Zeile des Tilgungsplans dargestellt ist.
- Ermitteln Sie die letzte Zeile dieses Tilgungsplans.

Küchenkauf * (B_453)

Frau Tomić will eine neue Küche um € 30.000 kaufen.

- b) Frau Tomić benötigt für den Kauf der Küche einen Kredit in Höhe von € 20.000. Ein Bekannter von Frau Tomić bietet an, ihr das Geld zu einem fixen Zinssatz von 4 % p. a. zu leihen. Für die Rückzahlung vereinbaren sie, dass am Ende des 1. Semesters nur die Zinsen zu bezahlen sind, danach sind Semesterraten in Höhe von jeweils € 2.000 fällig.

- 1) Berechnen Sie den äquivalenten Semesterzinssatz.
- 2) Vervollständigen Sie die Zeilen für die Semester 1 und 2 des nachstehenden Tilgungsplans.

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Semesterrate	Restschuld
0	---	---	---	€ 20.000
1				
2				

- 3) Erklären Sie, warum die folgende Behauptung richtig ist: „Eine Verdoppelung der Semesterrate führt nicht zu einer Verdoppelung des Tilgungsanteils.“

Lagerhalle * (B_484)

Für den Kauf einer Lagerhalle benötigt ein Unternehmen € 180.000. Es werden verschiedene Möglichkeiten für die Finanzierung überprüft.

- a) Das Unternehmen konnte in den vergangenen Jahren Rücklagen bilden, die mit einem positiven jährlichen Zinssatz i verzinst werden:
Vor 4 Jahren konnte das Unternehmen € 50.000 zurücklegen, vor 3 Jahren konnte es € 70.000 zurücklegen.

Es soll derjenige Betrag X ermittelt werden, der für den Kauf der Lagerhalle heute noch fehlt.

- 1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Betrags X .

$$X = \underline{\hspace{10cm}}$$

- 2) Berechnen Sie den Betrag X für den Zinssatz $i = 2,5\%$ p. a.

- b) Das Unternehmen kann den Kauf der Lagerhalle mit einem Kredit in Höhe von € 180.000 finanzieren.

Der Kredit soll durch 40 nachschüssige Quartalsraten bei einem Zinssatz von 1% p. q. getilgt werden.

- 1) Berechnen Sie die Höhe einer Quartalsrate.

- c) Ein anderes Kreditangebot enthält Sonderkonditionen für die Jahre 1 und 2.

Diese Sonderkonditionen können dem Tilgungsplan entnommen werden:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 180.000
1	€ 5.400	€ -5.400	€ 0	€ 185.400
2	€ 5.562			€ 180.000

- 1) Ermitteln Sie den Jahreszinssatz für dieses Kreditangebot.
2) Erklären Sie mithilfe der Einträge im Tilgungsplan, warum der Tilgungsanteil im Jahr 1 negativ ist.
3) Vervollständigen Sie die Zeile für das Jahr 2 im obigen Tilgungsplan.

Maschinenring (B_182)

Vier landwirtschaftliche Betriebe, die Weizen anbauen, haben sich zu einem Maschinenring zusammengeschlossen.

- a) Man geht davon aus, dass der jetzige Mähdrescher noch genau 10 Jahre verwendet werden kann. Daher plant man, dann einen neuen Mähdrescher um einen voraussichtlichen Kaufpreis von € 150.000 zu erwerben.

Für die Anschaffung haben die Betriebe gemeinsam bereits € 30.000 an Rücklagen gebildet und wollen den Rest in Form von vorschüssigen Jahresraten ansparen.

Der Zinssatz wird mit 1,5 % p. a. angenommen.

- Veranschaulichen Sie das Finanzierungskonzept mithilfe einer Zeitlinie.
- Berechnen Sie die Höhe der Jahresraten.

Es wird überlegt, mit der Ratenzahlung erst in 5 Jahren zu beginnen.

- Argumentieren Sie, warum die neuen Raten für die restlichen 5 Jahre in diesem Fall mehr als doppelt so hoch sein müssen, als wenn sofort mit dem Ansparen begonnen wird.

Niedrigzinsphase * (B_568)

Infolge der Finanzmarktkrise 2008 entstand eine über Jahre andauernde Phase niedriger Zinsen.

- a) Für einen Kredit mit jährlich nachschüssigen Annuitäten in Höhe von je € 12.000 wurde in der Zeit vor der Niedrigzinsphase ein fixer Jahreszinssatz i vereinbart.

Die Zeile des Tilgungsplans für das Jahr 7 ist gegeben:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
7	€ 3.628,87	€ 8.371,13	€ 12.000,00	€ 78.030,55

- 1) Berechnen Sie den Jahreszinssatz i .
- 2) Berechnen Sie die Höhe des Kredits.

Nach dem Jahr 7 wird mit der Bank über einen neuen Zinssatz verhandelt. Mit dem ursprünglichen Zinssatz ergibt sich im Tilgungsplan folgende Zeile für das Jahr 8:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
8	Z_8	T_8	€ 12.000,00	K_8

Mit dem neuen, niedrigeren Zinssatz ergibt sich im Tilgungsplan folgende Zeile für das Jahr 8:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
8	Z_{neu}	T_{neu}	€ 12.000,00	K_{neu}

Diese beiden Zeilen für das Jahr 8 werden verglichen.

- 3) Tragen Sie jeweils das richtige Zeichen („<“ oder „>“) ein.

$$Z_{\text{neu}} \text{ ______ } Z_8 \quad T_{\text{neu}} \text{ ______ } T_8 \quad K_{\text{neu}} \text{ ______ } K_8$$

b) Bei Tilgungsplänen können verschiedene Sonderfälle auftreten.

1) Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils eine Fortsetzung aus A bis D so zu, dass zutreffende Aussagen entstehen.

Wenn der Tilgungsanteil in einem bestimmten Jahr gleich 0 ist,	
Wenn der Tilgungsanteil in einem bestimmten Jahr negativ ist,	

A	so wird die Restschuld in diesem Jahr vollständig beglichen.
B	so ist die Restschuld in diesem Jahr niedriger als im vorhergehenden Jahr.
C	so werden in diesem Jahr nur die anfallenden Zinsen beglichen.
D	so wird in diesem Jahr weniger als die anfallenden Zinsen zurückgezahlt.

Obsthändler * (B_489)

Ein Obsthändler plant die Renovierung seiner Geschäftsräume.

b) Der Obsthändler überlegt, die Renovierung erst in 2 Jahren durchzuführen, um bis dahin Geld anzusparen. Er geht davon aus, dass er monatlich nachschüssig € 2.400 auf ein Konto einzahlen könnte. Dadurch möchte er innerhalb von 2 Jahren € 60.000 ansparen.

- 1) Berechnen Sie denjenigen effektiven Jahreszinssatz i , bei dem der Obsthändler sein Sparziel genau erreichen würde.
- 2) Begründen Sie ohne Berechnung, warum der zugehörige effektive Jahreszinssatz niedriger ist, wenn die monatlichen Einzahlungen vorschüssig erfolgen.

Parkgarage * (B_485)

Eine Baugesellschaft errichtet eine Parkgarage.

Es wird eine Nutzungsdauer von 40 Jahren angenommen.

Die Baugesellschaft rechnet mit einem kalkulatorischen Zinssatz von 4 % p. a.

a) Die Baugesellschaft rechnet mit jährlich nachschüssigen Betriebskosten in Höhe von jeweils € 64.000.

1) Berechnen Sie den Barwert der Betriebskosten für die gesamte Nutzungsdauer.

b) Die Wartungskosten (in €) werden mit W_1 nach 10 Jahren, W_2 nach 20 Jahren und W_3 nach 30 Jahren veranschlagt.

1) Erstellen Sie mithilfe von W_1 , W_2 und W_3 eine Formel zur Berechnung des Barwerts B der gesamten Wartungskosten.

$$B = \underline{\hspace{10cm}}$$

W_1 und W_2 werden mit jeweils € 60.000 veranschlagt. Der Barwert B beträgt € 92.582,56.

2) Berechnen Sie W_3 .

Photovoltaik (2) (B_153)

- a) Eine Bank bietet Frau Zangerl einen Kredit über € 12.560 für die Finanzierung einer Photovoltaikanlage an. Dieser Kredit soll in 15 Jahren durch nachschüssige Monatsraten in Höhe von je € 98 getilgt werden. Eine Bearbeitungsgebühr von 3 % der Kreditsumme wird bei der Auszahlung des Kredits von der Kreditsumme abgezogen. (Weitere Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)

– Ermitteln Sie den effektiven Jahreszinssatz dieses Angebots.

Produktionserweiterung * (B_337)

Ein Industriebetrieb erwägt die Erweiterung seiner Produktpalette.

- b) Für eine neue Produktionshalle wird ein Kredit benötigt. Die ersten 5 Jahre garantiert die Bank einen fixen Jahreszinssatz i , für die restliche Laufzeit wird ein Jahreszinssatz i' angenommen.

Die nachstehende Tabelle zeigt einen Auszug aus dem Tilgungsplan der Annuitätenschuld.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
5	€ 2.121,44	€ 7.878,56	€ 10.000,00	
6	€ 2.513,44	€ 7.486,56	€ 10.000,00	
...				
12	€ 527,12	€ 9.472,88	€ 10.000,00	€ 3.705,01
13				

- Beschreiben Sie, wie man aus dem Tilgungsplan ablesen kann, dass der Zinssatz i' größer als i ist.
– Berechnen Sie die Zeile für das Jahr 13 des Tilgungsplans, wenn man davon ausgeht, dass die Schuld am Ende dieses Jahres vollständig getilgt wird.

Reisebus * (B_516)

Ein Reiseunternehmen plant, einen neuen Reisebus anzuschaffen.

- c) Für den Ankauf des Reisebusses nimmt das Reiseunternehmen einen Kredit zu einem Zinssatz von 3 % p. a. auf. Die Rückzahlung des Kredits erfolgt durch gleichbleibende jährliche Annuitäten.

Einige Werte des Tilgungsplans sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
2				€ 35.331,00
3	€ 1.059,93	€ 2.440,07		

- 1) Tragen Sie in der obigen Tabelle die Höhe der Annuität in die grau markierte Zelle ein.

Bei der weiteren Tilgung des Kredits verbleibt ein Restbetrag, der ein Jahr nach der letzten Vollrate bezahlt wird.

- 2) Ermitteln Sie die Höhe dieses Restbetrags.

Renovierungskredit * (B_349)

Frau Eberharter muss für die Renovierung ihrer Wohnung einen Kredit in Höhe von € 30.000 aufnehmen. Dazu holt sie verschiedene Angebote von Privatpersonen und von Banken ein. (Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)

- d) Frau Eberharter vereinbart für einen Kredit mit einer Bank Sonderkonditionen. Die Bank erstellt dazu einen Tilgungsplan. Ein Auszug dieses Tilgungsplans ist in der nachstehenden Tabelle dargestellt.

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 30.000,00
1	€ 660,00	€ -660,00	€ 0,00	€ 30.660,00
2	€ 674,52	€ 0,00	€ 674,52	€ 30.660,00
3	€ 674,52	€ 5.325,48	€ 6.000,00	€ 25.334,52

- Interpretieren Sie die Bedeutung der beiden auftretenden Beträge in Höhe von € 0,00 im gegebenen Sachzusammenhang.

Seegrundstück * (B_415)

Für den Kauf eines Seegrundstücks benötigt der Käufer einen Kredit in Höhe von € 865.000. (Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)

- b) Ein anderes Kreditinstitut stellt einen Tilgungsplan zur Rückzahlung des Kredits auf. Ein Ausschnitt dieses Tilgungsplans ist in der nachstehenden Tabelle dargestellt.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 865.000
1	€ 51.467,50	€ 53.532,50		
2	€ 48.282,32	€ -48.282,32		
...				

- Ermitteln Sie die Annuität und die Restschuld im Jahr 1.

Im Jahr 2 sind die beiden Einträge in den Spalten „Zinsanteil“ und „Tilgungsanteil“ bis auf das Vorzeichen gleich.

- Beschreiben Sie die Auswirkungen auf die Restschuld im Jahr 2.

Startkapital (B_146)

Simon möchte sich selbstständig machen. Er setzt für die Gründung seines Unternehmens als Startkapital seine Ersparnisse und einen Kredit ein.

- b) Simon benötigt zusätzlich zu seinen Ersparnissen ein Kapital in Höhe von € 45.000. Die Bank bietet ihm einen entsprechenden Kredit mit dem folgenden Tilgungsplan:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 45.000,00
1	€ 1.665,00	€ 9.000,00	€ 10.665,00	€ 36.000,00
2	€ 1.332,00	€ 9.000,00		€ 27.000,00
3	€ 999,00	€ 9.000,00	€ 9.999,00	€ 18.000,00
4	€ 666,00	€ 9.000,00	€ 9.666,00	€ 9.000,00
5	€ 333,00	€ 9.000,00	€ 9.333,00	€ 0,00

– Ermitteln Sie die fehlende Zahl im Tilgungsplan.

In einem anderen Angebot soll diese Schuld bei einem Zinssatz von 4 % p. a. durch 5 nachschüssige Jahresraten getilgt werden.

– Berechnen Sie die zugehörige Ratenhöhe.

Wohnanlage * (B_502)

Eine Wohnanlage wird saniert.

- c) Eine andere Bank unterbreitet den Wohnungseigentümern zur Rückzahlung eines Kredits ein Angebot, bei dem der Kredit bei einem fixen Jahreszinssatz in 5 Jahren vollständig getilgt wird.

Im Folgenden ist ein Teil des Tilgungsplans dargestellt.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	---	---	---	€ 20.000,00
1	€ 600,00		€ 600,00	
2	€ 600,00		€ 5.500,00	€ 15.100,00
3			€ 5.500,00	€ 10.053,00
4			€ 5.500,00	€ 4.854,59
5				€ 0,00

- 1) Berechnen Sie den Jahreszinssatz des Kredits.
- 2) Tragen Sie im obigen Tilgungsplan die fehlenden Beträge in die grau markierten Zellen ein.

Wohnungsrenovierung (B_139)

Im Zuge einer Wohnungsrenovierung benötigt Thomas einen Kredit in Höhe von € 30.000.

c) Das Angebot einer dritten Bank ist in folgendem Tilgungsplan dargestellt:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	0	0	0	€ 30.000,00
1	€ 1.350,00	€ 491,75	€ 1.841,75	€ 29.508,25
2	€ 1.327,88	€ 513,87	€ 1.841,75	€ 28.994,38

- Erklären Sie die Begriffe und den Zusammenhang von Zinsanteil und Tilgungsanteil.
- Berechnen Sie den Jahreszinssatz, der dem Tilgungsplan zugrunde liegt.

Zinsentwicklung * (B_528)

Die Zinssätze für Kredite und Spareinlagen unterliegen zeitabhängigen Schwankungen.

b) Bei Abschluss eines Kreditvertrags kann festgelegt werden, ob der Zinssatz während der gesamten Laufzeit konstant bleibt oder ob sich der Zinssatz entsprechend der aktuellen Marktlage immer wieder verändert.

In der nachstehenden Tabelle ist ein Ausschnitt aus einem Tilgungsplan dargestellt.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 50.000,00
1	€ 2.100,00	€ 4.900,00	€ 7.000,00	€ 45.100,00
2	€ 1.894,20	€ 5.105,80	€ 7.000,00	€ 39.994,20
3	€ 1.399,80		€ 7.000,00	

- 1) Überprüfen Sie nachweislich, ob sich der Zinssatz innerhalb der dargestellten 3 Jahre verändert hat.
- 2) Tragen Sie in der obigen Tabelle die beiden fehlenden Beträge im Jahr 3 ein.