Lösung: Abfindung * (B_538)

d1) Restschuld im Jahr 14: 966,95 + 9680,57 = 10647,52

Zinssatz: $i = \frac{319,43}{10647,52} = 0,030... \approx 3\ \%$

d2)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
16	**€ 29,01**	**€ 966,95**	**€ 995,96**	€ 0,00

Lösung: Anschaffungen (B_134)

b) Semesterzinssatz $i_2 = \frac{1112{,}62}{50000} = 0{,}02225\ldots$

effektiver Jahreszinssatz $i = (1 + i_2)^2 - 1 = 0{,}04499\ldots \approx 4{,}50\ \%$

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 50.000
1	€ 1.112,62	€ 11.387,38	€ 12.500	€ 38.612,62
2	€ 859,22	€ 11.640,78	€ 12.500	€ 26.971,84
3	€ 600,19	€ 11.899,81	€ 12.500	€ 15.072,03
4	€ 335,39	€ 12.164,61	€ 12.500	€ 2.907,42

Die Restschuld vom Ende des 4. Semesters wird ein weiteres Semester aufgezinst. Es sind daher am Ende des 5. Semesters noch € 2.972,11 fällig.

Lösung: Autokauf (2) (B_143)

b) $13340 + 922 \cdot \frac{q_{12}^{36} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{36}} + \frac{26000}{q_{12}^{36}} = 66700$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $q_{12} = 1{,}00401...$

$q = (q_{12})^{12} = 1{,}0492...$

Der Zinssatz beträgt rund 4,9 % p. a.

c) $q_{12} = \sqrt[12]{1{,}0506} = 1{,}00412...$

$66700 - 13560 = R \cdot \frac{q_{12}^{60} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{60}}$

$53140 = R \cdot 53{,}0598...$

$R = 1001{,}51$

Die monatlichen Raten betragen jeweils € 1.001,51.

Lösung: Baugrundstücke * (B_090)

d)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 120.000,00
1		€ –3.000,00	€ 0,00	€ 123.000,00
2		€ 0,00	€ 3.075,00	€ 123.000,00

$$123000 = 10000 \cdot \frac{1{,}025^n - 1}{0{,}025} \cdot \frac{1}{1{,}025^n}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$n = 14{,}88...$

Die volle Annuität in Höhe von € 10.000 muss 14-mal bezahlt werden.

Lösung: Esszimmereinrichtung * (B_558)

c1) Die Zinsen im Jahr 3 sind (trotz gleichbleibender Annuität) höher als im Jahr 2.

c2) $i = \frac{Z_5}{K_4} = \frac{36,13}{903,24} = 0,0400...$

Der Zinssatz im Jahr 5 beträgt rund 4 %.

c3)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
5	€ 36,13	**€ 903,24**	**€ 939,37**	€ 0,00

Lösung: Gerätekauf (B_211)

a)

[...]	
[...]	
[...]	
60 nachschüssige Monatsraten *R* und gleichzeitig mit der letzten Monatsrate eine Restzahlung *Z*	☒
[...]	

Lösung: Hotelrenovierung (1) (B_210)

b) $80000 = 17900 \cdot \frac{(1+i_{eff})^5 - 1}{i_{eff}} \cdot \frac{1}{(1+i_{eff})^5}$

mittels Technologieeinsatz:
$i_{eff} = 0{,}03860...$

Der effektive Jahreszinssatz ist rund 3,86 %.

Bei der halbjährlichen Zahlungsart ergibt sich durch die früher fälligen Zahlungen ein höherer effektiver Jahreszinssatz.

Lösung: Immobilienhandel (B_127)

b) Zunächst wird die Annuität A ermittelt:

$q = 1{,}05$

$$2\,000\,000 = A \cdot \frac{q^{15} - 1}{q - 1} \cdot \frac{1}{q^{15}} \quad \Rightarrow \quad A \approx € \; 192.684{,}58$$

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 2.000.000,00
1	€ 100.000,00	€ 92.684,58	€ 192.684,58	€ 1.907.315,42
2	€ 95.365,77	€ 97.318,81	€ 192.684,58	€ 1.809.996,61

Lösung: Kredit für einen Wohnungskauf * (B_223)

c) Den Quartalszinssatz erhält man, indem man den Zinsanteil im Quartal 1 durch die Kreditsumme dividiert, d. h.:

$$i_4 = \frac{1\,200}{120\,000} = 0{,}01 = 1\ \%$$

Die Kreditsumme ist der Barwert einer nachschüssigen Rente, die Annuität deren Rate.
Äquivalenzgleichung:

$$120\,000 = 2\,186{,}26 \cdot \frac{1{,}01^n - 1}{0{,}01} \cdot \frac{1}{1{,}01^n}$$

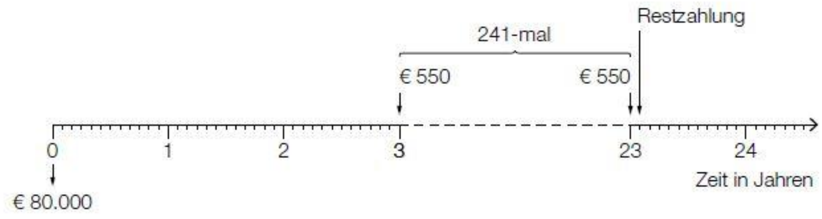
Lösung mittels Technologieeinsatz: $n = 80{,}00...$
Die Laufzeit des Kredits beträgt 80 Quartale.

Die Annuität ist die Summe von Zinsanteil und Tilgungsanteil.

Lösung: Kreditkonditionen (B_122)

b) $80\,000 \cdot 1{,}042^3 = 550 \cdot \frac{q_{12}^{n} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{n-1}}$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$n = 241{,}61...$
Frau Mitter muss 241 vorschüssige Monatsraten zahlen.
Die Restzahlung erfolgt daher 241 Monate (= 20 Jahre und 1 Monat) nach Beginn der Rückzahlung.
Das bedeutet, 23 Jahre und 1 Monat nach Kreditaufnahme ist die Schuld beglichen.



Lösung: Kreditrückzahlung * (B_206)

a) Die Höhe der ursprünglichen Schuld kann durch direktes Rückrechnen im Tilgungsplan erfolgen.

Restschuld des 2. Jahres = € 109.556,81 + € 13.881,45 = € 123.438,26

Zinssatz: $i = \frac{3703,15}{123438,26} = 0,030... \approx 3\ \%$

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 150.000,00
1	€ 4.500,00	€ 13.084,60	€ 17.584,60	€ 136.915,40
2	€ 4.107,46	€ 13.477,14	€ 17.584,60	€ 123.438,26
3	€ 3.703,15	€ 13.881,45	€ 17.584,60	€ 109.556,81

Die ursprüngliche Schuld kann auch direkt mithilfe der Rentenrechnung bestimmt werden.

d) Die Rückzahlung entspricht in diesem Fall einer nachschüssigen Rente mit Annuitäten in Höhe von € 17.584,60. Der Barwert der Rente beträgt € 116.228,82.

$$116228,82 \cdot 1,035^n - 17584,60 \cdot \frac{1,035^n - 1}{0,035} = 11077,75$$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $n \approx 7$

Die angegebene Zeile des Tilgungsplans ist daher jene für das Jahr 12.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
12	€ 969,26	€ 16.615,34	€ 17.584,60	€ 11.077,75
13	€ 387,72	€ 11.077,75	€ 11.465,47	€ 0

Lösung: Küchenkauf * (B_453)

b1) $i_2 = \sqrt{1{,}04} - 1 = 0{,}01980...$

Der äquivalente Semesterzinssatz beträgt rund 1,98 %.

b2)

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Semesterrate	Restschuld
0	---	---	---	€ 20.000
1	€ 396,08	€ 0	€ 396,08	€ 20.000
2	€ 396,08	€ 1.603,92	€ 2.000	€ 18.396,08

b3) Der Tilgungsanteil berechnet sich aus der Differenz von Semesterrate und Zinsanteil. Wenn die Semesterrate verdoppelt wird, bleibt der Zinsanteil trotzdem gleich hoch. Somit ist der neue Tilgungsanteil mehr als doppelt so hoch wie der alte Tilgungsanteil.

Lösung: Lagerhalle * (B_484)

a1) $X = 180000 - 50000 \cdot (1 + i)^4 - 70000 \cdot (1 + i)^3$

a2) $X = 180000 - 50000 \cdot 1{,}025^4 - 70000 \cdot 1{,}025^3 = 49427{,}011...$
Es fehlt ein Betrag in Höhe von € 49.427,01.

b1) $180000 = R \cdot \frac{1{,}01^{40} - 1}{0{,}01} \cdot \frac{1}{1{,}01^{40}} \quad \Rightarrow \quad R = 5482{,}007...$
Die Höhe einer Quartalsrate beträgt € 5.482,01.

c1) $i = \frac{5400}{180000} = 0{,}03$
Der Jahreszinssatz beträgt 3 %.

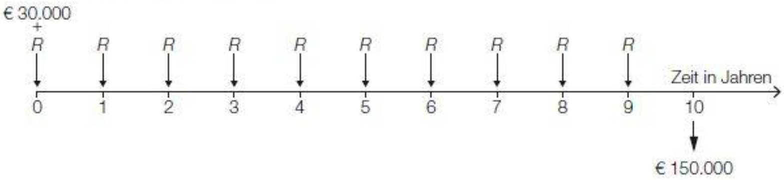
c2) Das Unternehmen bezahlt im Jahr 1 nichts, die Annuität ist gleich null.
Da die Summe aus Zinsanteil und Tilgungsanteil gleich null ist, muss der Tilgungsanteil negativ sein.

c3)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
2	€ 5.562	**€ 5.400**	**€ 10.962**	€ 180.000

Lösung: Maschinenring (B_182)

a) R … Höhe einer Jahresrate in €



$q = 1{,}015$

$$30000 \cdot q^{10} + R \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} \cdot q = 150000 \ \Rightarrow \ R \approx € \ 10.603{,}06$$

Die Höhe der Jahresraten beträgt € 10.603,06.

Wenn die Raten genau doppelt so hoch wären, wäre die Summe der bezahlten Raten zwar gleich hoch, der Endwert der 5-jährigen Rente aber niedriger, weil die Verzinsungen der ersten 5 Raten fehlten. Um den gleichen Wert zu erhalten, müssen die Raten daher mehr als doppelt so hoch sein.

Lösung: Niedrigzinsphase * (B_568)

a1) $K_6 = 78030{,}55 + 8371{,}13 = 86401{,}68$

$i = \frac{3628{,}87}{86401{,}68} = 0{,}0419...$

Der Zinssatz beträgt rund 4,2 % p.a.

a2) $K_0 \cdot 1{,}042^7 = 12000 \cdot \frac{1{,}042^7 - 1}{0{,}042} + 78030{,}55$

$K_0 = 130000{,}001...$

Die Höhe des Kredits betrug € 130.000.

a3) $Z_{neu} < Z_8$ $T_{neu} > T_8$ $K_{neu} < K_8$

b1)

Wenn der Tilgungsanteil in einem bestimmten Jahr gleich 0 ist,	C
Wenn der Tilgungsanteil in einem bestimmten Jahr negativ ist,	D

A	so wird die Restschuld in diesem Jahr vollständig beglichen.
B	so ist die Restschuld in diesem Jahr niedriger als im vorhergehenden Jahr.
C	so werden in diesem Jahr nur die anfallenden Zinsen beglichen.
D	so wird in diesem Jahr weniger als die anfallenden Zinsen zurückgezahlt.

Lösung: Obsthändler * (B_489)

b1) q_{12} ... monatlicher Aufzinsungsfaktor

$$60\,000 = 2\,400 \cdot \frac{q_{12}^{24} - 1}{q_{12} - 1}$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz: $q_{12} = 1{,}00353...$

$i = q_{12}^{12} - 1 = 0{,}04319...$

Der effektive Jahreszinssatz beträgt rund 4,32 %.

b2) Im Falle vorschüssiger Einzahlungen wird jede Einzahlung 1 Monat länger verzinst. Da der Endwert gleich hoch ist, muss im Vergleich zu nachschüssigen Einzahlungen der zugehörige effektive Jahreszinssatz niedriger sein.

Lösung: Parkgarage * (B_485)

a1) $B_{\text{nach}} = 64\,000 \cdot \frac{1{,}04^{40} - 1}{0{,}04} \cdot \frac{1}{1{,}04^{40}} = 1\,266\,737{,}528...$

Der Barwert der Betriebskosten beträgt € 1.266.737,53.

b1) $B = \frac{W_1}{1{,}04^{10}} + \frac{W_2}{1{,}04^{20}} + \frac{W_3}{1{,}04^{30}}$

b2) $92\,582{,}56 = \frac{60\,000}{1{,}04^{10}} + \frac{60\,000}{1{,}04^{20}} + \frac{W_3}{1{,}04^{30}} \quad \Rightarrow \quad W_3 = 79\,999{,}9...$

Die Wartungskosten W_3 betragen € 80.000.

Lösung: Photovoltaik (2) (B_153)

a) Gebühren: 3 % von € 12.560 = € 376,80
Auszahlungsbetrag: € 12.183,20

Äquivalenzgleichung: $12\,183{,}20 = 98 \cdot \frac{q_{12}^{180} - 1}{q_{12} - 1} \cdot \frac{1}{q_{12}^{180}}$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$i_{\text{eff}} = q_{12}^{12} - 1 = 0{,}05388...$
$q_{12} = 1{,}00438...$
Der effektive Jahreszinssatz ist rund 5,39 %.

Lösung: Produktionserweiterung * (B_337)

b) Der Zinsanteil eines Jahres berechnet sich stets basierend auf der verbleibenden Restschuld des Vorjahres. Im 5. Jahr erfolgt eine positive Tilgung. Damit ist die Restschuld am Ende des Jahres 5 geringer als am Ende Jahres 4. Trotzdem ist der Zinsanteil im Jahr 5 geringer als jener im Jahr 6. Der Zinssatz i' muss daher größer als der Zinssatz i sein.

Restschuld im Jahr 11: $3705{,}01 + 9472{,}88 = 13177{,}89$
Zinssatz i': $527{,}12 = 13177{,}89 \cdot i' \;\Rightarrow\; i' = 0{,}0400\ldots \approx 4{,}0\ \%$

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
13	$3705{,}01 \cdot i'$ **€ 148,20**	**€ 3.705,01**	$148{,}20 + 3705{,}01$ **€ 3.853,21**	**€ 0**

Lösung: Reisebus * (B_516)

c1)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
2				€ 35.331,00
3	€ 1.059,93	€ 2.440,07	**€ 3.500,00**	

c2) $35\,331 = 3\,500 \cdot \frac{1{,}03^n - 1}{1{,}03 - 1} \cdot \frac{1}{1{,}03^n}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$n = 12{,}204...$

$\left(35\,331 - 3\,500 \cdot \frac{1{,}03^{12} - 1}{1{,}03 - 1} \cdot \frac{1}{1{,}03^{12}}\right) \cdot 1{,}03^{13} = 722{,}498...$

Die Höhe des Restbetrags beträgt € 722,50.

Lösung: Renovierungskredit * (B_349)

d) Im Semester 1 erfolgt keine Rückzahlung. Im Semester 2 werden nur die anfallenden Zinsen zurückbezahlt.

Lösung: Seegrundstück * (B_415)

b) Annuität im Jahr 1: 51 467,50 + 53 532,50 = 105 000
Restschuld im Jahr 1: 865 000 – 53 532,50 = 811 467,50
Im Jahr 1 beträgt die Annuität € 105.000 und die Restschuld € 811.467,50.

Die Restschuld erhöht sich um die anfallenden Zinsen.

Lösung: Startkapital (B_146)

b) fehlende Zahl:

2. Zeile Annuität: € 10.332 (aus $Z + T = 1\,332 + 9\,000$)

$$45\,000 = R \cdot \frac{1{,}04^5 - 1}{0{,}04} \cdot \frac{1}{1{,}04^5}$$

$R = 10\,108{,}220...$

Die Ratenhöhe beträgt € 10.108,22.

Lösung: Wohnanlage * (B_502)

c1) $i = \frac{600}{20000} = 0{,}03 = 3\ \%$

c2)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	– – –	– – –	– – –	€ 20.000,00
1	€ 600,00	**€ 0,00**	€ 600,00	
2	€ 600,00		€ 5.500,00	€ 15.100,00
3			€ 5.500,00	€ 10.053,00
4			€ 5.500,00	€ 4.854,59
5	**€ 145,64**	**€ 4.854,59**	**€ 5.000,23**	€ 0,00

Lösung: Wohnungsrenovierung (B_139)

c) Zusammenhang:

Den **Zinsanteil** einer Periode berechnet man durch Multiplikation der Restschuld der vorangegangenen Periode mit dem angegebenen Zinssatz.

Der **Tilgungsanteil** ist derjenige Teil der Annuität, der zur Tilgung der Schuld beiträgt. (Zinsanteil und Tilgungsanteil ergeben in Summe die Annuität.)

Berechnung des Zinssatzes: $i = \frac{1\,350}{30\,000} = 0{,}045 = 4{,}5\ \%$

Lösung: Zinsentwicklung * (B_528)

b1) Zinssatz im Jahr 1: $\frac{2\,100}{50\,000} = 0{,}042$

Zinssatz im Jahr 2: $\frac{1\,894{,}2}{45\,100} = 0{,}042$

Zinssatz im Jahr 3: $\frac{1\,399{,}8}{39\,994{,}2} = 0{,}035...$

Der Zinssatz hat sich im Jahr 3 verändert.

b2)

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 50.000,00
1	€ 2.100,00	€ 4.900,00	€ 7.000,00	€ 45.100,00
2	€ 1.894,20	€ 5.105,80	€ 7.000,00	€ 39.994,20
3	€ 1.399,80	**€ 5.600,20**	€ 7.000,00	**€ 34.394,00**