BHS Teil A 1.2 – Fest- und Gleitkommadarstellung

Für naturwissenschaftliche Berechnungen werden oft sehr große, aber auch sehr kleine Zahlen benötigt, wie z.B.:

- Entfernung Erde - Saturn: 1 430 000 000 000 Meter
- Größe Bakterie: 0, 000 000 6 Meter

Diese Darstellung nennt man **Festkommadarstellung**. Es ist offensichtlich nicht praktisch, mit solchen Zahlen zu arbeiten. Deswegen werden solche Zahlen in **Gleitkommadarstellung** geschrieben.

Video

RECHNEN MIT ZEHNERPOTENZEN

Es gilt:

<table>
<tr><td>$10^n = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 10 \ \ (n \ mal)$</td><td rowspan="3">$n \in \mathbb{N}^+$</td></tr>
<tr><td>$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$</td></tr>
<tr><td>$10^0 = 1$</td></tr>
</table>

Video

Beispiele:

$$10^3 = 1000$$
$$5 \cdot 10^4 = 5 \cdot 10\,000 = 50\,000$$
$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$$
$$7 \cdot 10^{-4} = 7 \cdot \frac{1}{10^4} = 7 \cdot \frac{1}{10\,000} = 7 \cdot 0{,}0001 = 0{,}0007$$

Dieses Prinzip wird nun bei der Gleitkommadarstellung angewendet.

- Wird das Komma um **n Stellen** nachlinks verschoben, dann erhält man in der Gleitkommadarstellung die Zehnerpotenz 10^n.

  120 000

- Wird das Komma um **n Stellen** nach rechts verschoben, dann erhält man in der Gleitkommadarstellung die Zehnerpotenz 10^{-n}.

  0,000 065

MERKE: Der Exponent von 10 gibt an, um wie viele Stellen das Komma nach links (positiver Exponent) bzw. rechts (negativer Exponent) verschoben wurde!!!

NORMIERTE GLEITKOMMADARSTELLUNG

<table>
<tr><td colspan="2">Normierte Gleitkommazahlen sind Gleitkommazahlen der Form
$a \cdot 10^n \ mit\ 1 \leq |a| < 10$
Bei der normierten Gleitkommadarstellung steht nur eine Ziffer vor dem Komma.
Die Zahl a nennt man Mantisse.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Normierte Gleitkommazahlen: Mantisse MAL Zehnerpotenz</td></tr>
<tr><td>$123\ 748\ 000$
Da die Mantisse größer gleich als 1, und kleiner als 10 sein muss, gilt $a = 1{,}23748$. Um nun die gesuchte Zahl richtig darzustellen, muss das Komma um 8 Stellen nach links verschoben werden:
$123\ 748\ 000 = 1{,}23748 \cdot 10^8$</td><td>$0{,}000\ 357$
Es gilt a= 3,57 -> Das Komma muss um 4 Stellen nach rechts verschoben werden:
$0{,}000\ 357 = 3{,}57 \cdot 10^{-4}$</td></tr>
</table>

Für häufig verwendete Zehnerpotenzen gibt es spezielle Bezeichnungen – die **SI-Präfixe**:

Symbol	Name	Wert	Name
P	Peta	$(10^3)^5 = 10^{15}$	Billiarde
T	Tera	$(10^3)^4 = 10^{12}$	Billion
G	Giga	$(10^3)^3 = 10^9$	Milliarde
M	Mega	$(10^3)^2 = 10^6$	Million
k	Kilo	$(10^3)^1 = 10^3$	Tausend
h	Hekto	10^2	Hundert
da	Deka	10^1	Zehn

Symbol	Name	Wert	Name
d	Dezi	10^{-1}	Zehntel
c	Zenti	10^{-2}	Hundertstel
m	Milli	$(10^{-3})^1 = 10^{-3}$	Tausendstel
μ	Mikro	$(10^{-3})^2 = 10^{-6}$	Millionstel
n	Nano	$(10^{-3})^3 = 10^{-9}$	Milliardstel
p	Piko	$(10^{-3})^4 = 10^{-12}$	Billionstel
f	Femto	$(10^{-3})^5 = 10^{-15}$	Billiardstel

Bsp. 1) Schreibe die gegebene Zahl in normierter Gleitkommadarstellung dar

a. $0{,}000\ 67 =$

b. $841\ 350 =$

c. $20\ 307 =$

d. $87\ 000 \cdot 10^{13} =$

e. $4500 \cdot 10^{-11} =$

f. $0{,}0043 \cdot 10^{-10} =$

Bsp. 2) Schreibe in Festkommadarstellung an.

a. $0{,}088 \cdot 10^7 =$

b. $9{,}9230 \cdot 10^9 =$

c. $2{,}934 \cdot 10^{-3} =$

d. $3{,}0300 \cdot 10^{10} =$

e. $1{,}507 \cdot 10^{11} =$

f. $3990988 \cdot 10^{-11} =$

Bsp. 3) Stelle die Zahl ohne SI-Präfix in normierter Gleitkommadarstellung dar.

a. $5\ THz\ (TeraHertz) =$

b. $0{,}8\ mg\ (Milligramm) =$

c. $6{,}66\ \mu l =$

d. $0{,}34\ nl =$

e. $3309\ Gg =$

f. $6664\ PB =$

Bsp. 4) Stelle die Zahlen in angegebener Einheit in normierter Gleitkommadarstellung dar.

a. $154\ cm\ (in\ km) =$

b. $25\ m^2 (in\ cm^2) =$

c. $99\ cm^2\ (in\ m^2) =$

d. $0{,}95\ mm^3\ (in\ m^3) =$

e. $0{,}087\ m\ (in\ mm) =$

f. $76\ km^2\ (in\ cm^2) =$

Abfallwirtschaft (A_184)

c) Aus dem Abfallwirtschaftsplan des Bundes geht hervor, dass im Jahr 2009 in Österreich insgesamt 53543000 t Müll angefallen sind.

– Stellen Sie diesen Wert mittels Gleitkommadarstellung in Kilogramm dar.

In Österreich lebten im Jahr 2009 rund 8,375 Millionen Menschen.

– Berechnen Sie für das Jahr 2009 die durchschnittliche Menge des pro Kopf angefallenen Mülls in Tonnen.

Baikalsee (A_201)

Der Baikalsee stellte bis 1996 (Ernennung zum Weltnaturerbe) mit 20 % der gesamten Süßwasservorräte der Erde unser größtes Süßwasserreservoir dar. Die Fläche des Sees betrug zu dieser Zeit ca. das 44-Fache der Fläche des Bodensees.
Durch Kraftwerke und die Entnahme von Wasser aus manchen Zuflüssen verringerte sich seither der Inhalt des Baikalsees um ca. 25 %, der nunmehrige Inhalt V beträgt ca. 18400 km³.

a) – Berechnen Sie die gesamten Süßwasservorräte V_g der Erde im Jahr 1996.
– Stellen Sie das Ergebnis in km³ in der Gleitkommadarstellung der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ und $k \in \mathbb{Z}$ dar.

Blut und Blutdruck (A_223)

Der Blutkreislauf ist ein wichtiges Versorgungssystem des menschlichen Körpers.

a) Ein wichtiger Bestandteil des Blutes sind die roten Blutkörperchen. 1 cm³ Blut enthält rund 5 Milliarden rote Blutkörperchen.

– Ermitteln Sie, wie viele rote Blutkörperchen sich in 6 L Blut befinden. Geben Sie das Ergebnis in Gleitkommadarstellung in der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ an.

Der Durchmesser eines roten Blutkörperchens beträgt 7,5 µm.
Nehmen Sie an, man würde alle Blutkörperchen, die in 6 L Blut enthalten sind, aneinanderreihen.

– Berechnen Sie, welche Länge in Metern die Kette der aneinandergereihten Blutkörperchen hätte.

Blutkreislauf * (A_227)

Blut versorgt die Organe des menschlichen Körpers mit Sauerstoff. Das Herz pumpt das Blut in einem Kreislaufsystem durch den Körper.

a) Im Blut gibt es 3 verschiedene Arten von Blutzellen. Ein erwachsener Mensch hat ca. 5 Liter Blut im Körper. Diese 5 Liter enthalten ca. $25 \cdot 10^{12}$ rote Blutkörperchen, ca. $15 \cdot 10^{11}$ Blutplättchen und ca. $3 \cdot 10^{10}$ weiße Blutkörperchen.

– Berechnen Sie, wie viele Blutzellen (rote Blutkörperchen, Blutplättchen und weiße Blutkörperchen zusammen) sich in 1 Kubikmillimeter Blut befinden.

Leuchtdioden * (A_305)

Leuchtdioden (LEDs) werden häufig als Beleuchtungsmittel verwendet.

a) LEDs haben einen begrenzten Öffnungswinkel. Für eine sogenannte *Rundum-Beleuchtung* werden daher mehrere LEDs benötigt. Die Anzahl der LEDs gleicher Bauart, die für eine Rundum-Beleuchtung benötigt werden, kann gemäß der nachstehenden Vorschrift berechnet werden.

Dividiere 1 durch den Sinus von einem Viertel des Öffnungswinkels.
Quadriere die erhaltene Zahl.
Ist das nun erhaltene Ergebnis nicht ganzzahlig, dann runde es auf die nächstgrößere ganze Zahl auf.

1) Berechnen Sie die Anzahl der LEDs mit einem Öffnungswinkel von 40°, die man gemäß der obigen Vorschrift für eine Rundum-Beleuchtung benötigt.

Natur in Zahlen (A_136)

a) Bestimmte Tropfsteine wachsen mit einer Geschwindigkeit von etwa 0,8 mm pro Jahr.
In Mexiko gibt es eine Höhle mit Riesenkristallen, die Schätzungen zufolge mit einer Geschwindigkeit von $1{,}4 \cdot 10^{-5}$ nm pro Sekunde gewachsen sind.
Jemand behauptet, dass die Tropfsteine um mehr als 1 500-mal schneller wachsen als die Riesenkristalle.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung zutrifft.

Obst * (A_320)

a) Apfelsaft ist mit einem Jahresverbrauch von durchschnittlich 7,6 Litern pro Person der beliebteste Fruchtsaft in Deutschland.
Aus 100 kg Äpfeln kann man 65 L Apfelsaft herstellen.
Derzeit leben in Deutschland 83 Millionen Menschen.

1) Berechnen Sie die Menge an Äpfeln in Tonnen, die man benötigt, um den Jahresverbrauch an Apfelsaft in Deutschland zu decken. Geben Sie das Ergebnis in Gleitkommadarstellung der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10, k \in \mathbb{Z}$ an.

b) Unverdünnter Apfelsaft ist wegen des hohen Zuckergehalts als Erfrischungsgetränk ungeeignet. Es wird empfohlen, unverdünnten Apfelsaft mit der doppelten Menge an Leitungswasser zu mischen.

1) Kreuzen Sie die auf diese Empfehlung zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

Das Verhältnis von unverdünntem Apfelsaft zu Leitungswasser beträgt 1 : 3.	☐
Das Verhältnis von unverdünntem Apfelsaft zu Leitungswasser beträgt 3 : 1.	☐
Das Verhältnis von unverdünntem Apfelsaft zu Leitungswasser beträgt 2 : 1.	☐
Die Mischung besteht zu $\frac{2}{3}$ aus unverdünntem Apfelsaft.	☐
Die Mischung besteht zu $\frac{2}{3}$ aus Leitungswasser.	☐

Planeten (2) * (A_154)

Die folgenden Daten zu den Planeten unseres Sonnensystems sind gegeben:

	Merkur	Venus	Erde	Mars
große Bahnhalbachse in km	57 909 175	108 208 930	149 597 890	227 936 640
mittlerer Äquatorradius in km	2 440	6 050	6 380	3 400
	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptun
große Bahnhalbachse in km	778 412 020	1 426 725 400	2 870 972 200	4 498 252 900
mittlerer Äquatorradius in km	71 490	60 270	25 560	24 760

c) Die großen Bahnhalbachsen zweier Planeten sollen auf einem Zahlenstrahl veranschaulicht werden. Dabei soll 1 cm auf dem Zahlenstrahl einer tatsächlichen Streckenlänge von 10^8 km entsprechen.

– Veranschaulichen Sie auf einem solchen Zahlenstrahl jeweils ausgehend vom Nullpunkt die großen Bahnhalbachsen der Planeten Erde und Saturn.

Planetenbahnen (A_017)

a) Der mittlere Abstand der Erde von der Sonne beträgt rund 150 Millionen km = 1 astronomische Einheit (AE). Das Licht der Sonne breitet sich mit einer Geschwindigkeit von rund 300 000 km/s aus.

– Berechnen Sie, welchen Weg das Licht in einem Jahr (= 365 Tage) zurücklegt.
– Geben Sie das Ergebnis in Gleitkommadarstellung in km an.

Werbedruck (A_173)

Eine Großbank erteilt einer Druckerei den Auftrag, ihre Bankenlogos anzufertigen.

d) Die Druckerei bietet zwei qualitativ unterschiedliche Drucktechniken *A* und *B* an.
Der Verbrauch an Druckfarbe pro Farbpunkt wird wie folgt angegeben:
Drucktechnik *A*: $8 \cdot 10^{-9}$ Liter
Drucktechnik *B*: 0,000000012 Liter

– Geben Sie diese beiden Verbrauchswerte in Nanolitern an.
– Berechnen Sie, wie viel Prozent Druckfarbe durch die sparsamere Drucktechnik gespart werden kann.