

B_P_5.2 Lösungen Diskrete Zufallsvariable (LÖSUNGEN)

Lösungen Maturaaufgaben:

- 1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik BHS: <https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM>
- 2) Gib im Feld „**Titel-/ID-Suche**“ die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

Deskriptor	Schlagwortsuche	Aufgabentyp ▾	Titel-/ ID-Suche
------------	-----------------	---------------	------------------

Baseball * (A_237)

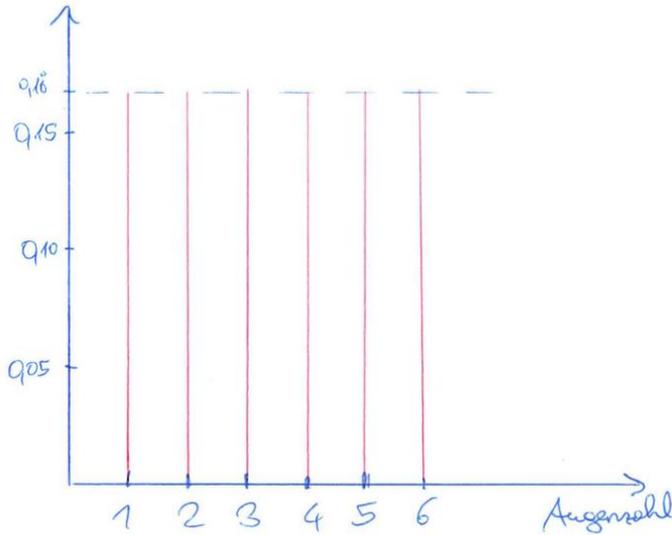
↑
Nummer

Bsp. 1)

13. $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

③

b)



k	$P(X=k)$
1	0,16
2	0,16
3	0,16
4	0,16
5	0,16
6	0,16

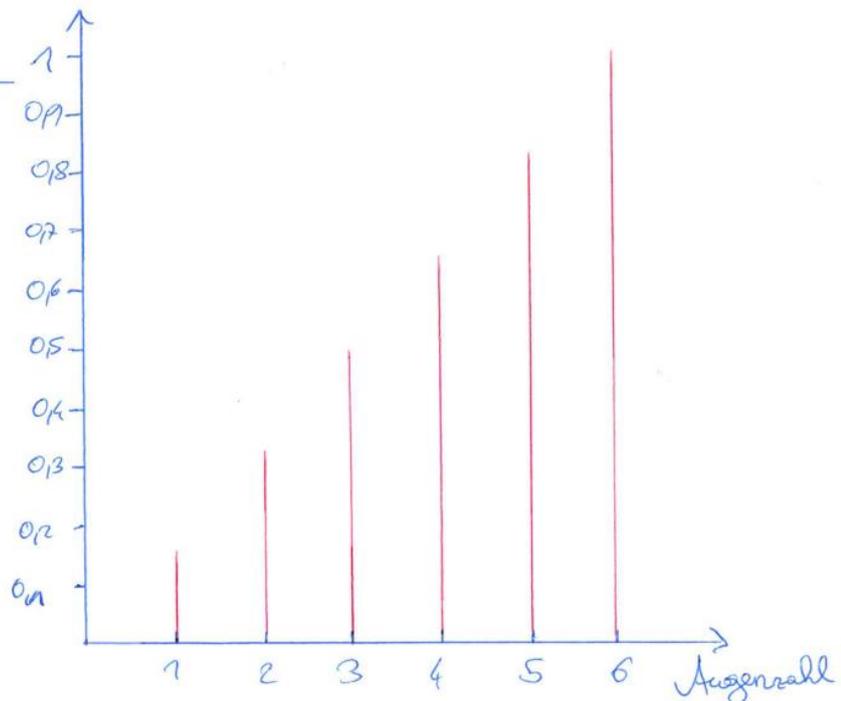
$P(X=3) = 0,16 = 16,6\%$

$P(X \geq 2) = \frac{5}{6} = 0,83 = 83,3\%$

$P(X < 10) = 1 = 100\%$

$P(2 < X \leq 5) = \frac{3}{6} = 50\%$

$P(X \leq k)$	P
$P(X \leq 1)$	0,16
$P(X \leq 2)$	0,3
$P(X \leq 3)$	0,5
$P(X \leq 4)$	0,6
$P(X \leq 5)$	0,83
$P(X \leq 6)$	1

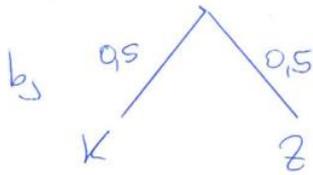


Bsp. 2)

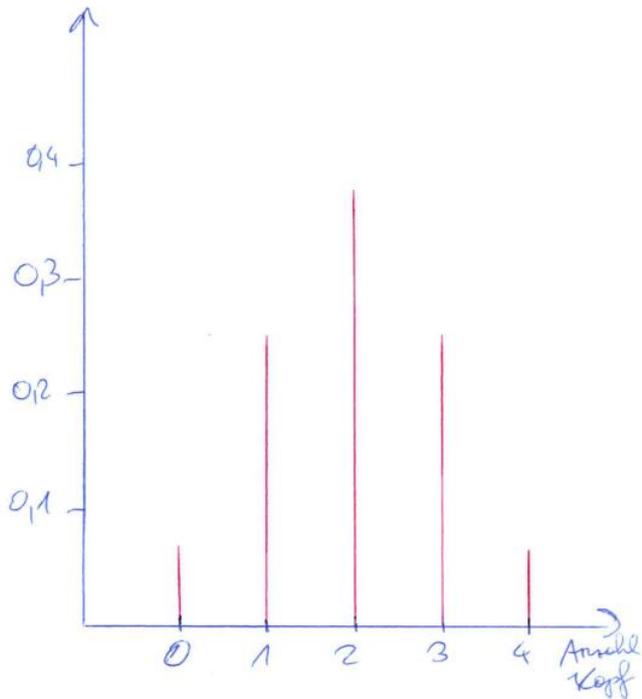
14. $X \dots$ Anzahl Kopf

(4)

$a_3, X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$



k	$P(X=k)$
0	0,0625
1	4 Pfade: $4 \cdot 0,5^4 = 0,25$
2	6 Pfade: $6 \cdot 0,5^4 = 0,375$
3	4 Pfade: $4 \cdot 0,5^4 = 0,25$
4	0,0625



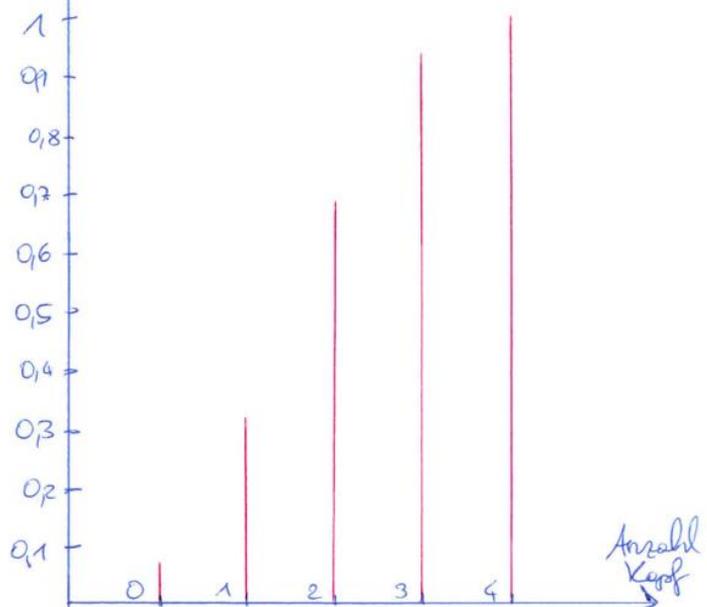
$c) P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$
 $= 0,375 + 0,25 + 0,0625 = 0,6875 = \underline{\underline{68,75\%}}$

$d) P(1 \leq X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2) = \underline{\underline{0,625 = 62,5\%}}$

↳ Wahrscheinlichkeit, dass Kopf einmal oder zweimal kommt.

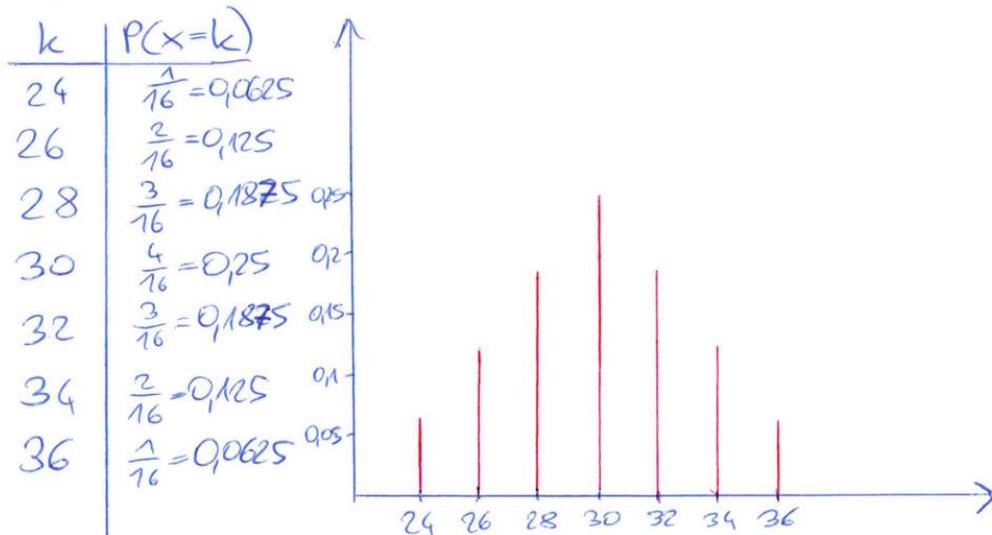
$e)$

k	$P(X \leq k)$
0	0,0625
1	0,3125
2	0,6875
3	0,9375
4	1



19. $\Omega = \{ (12,12), (12,14), (14,12), (12,16), (16,12), (12,18), (18,12), (14,16), (16,14), (14,18), (18,14), (16,18), (18,16), (14,14), (16,16), (18,18) \}$ (16)

a)



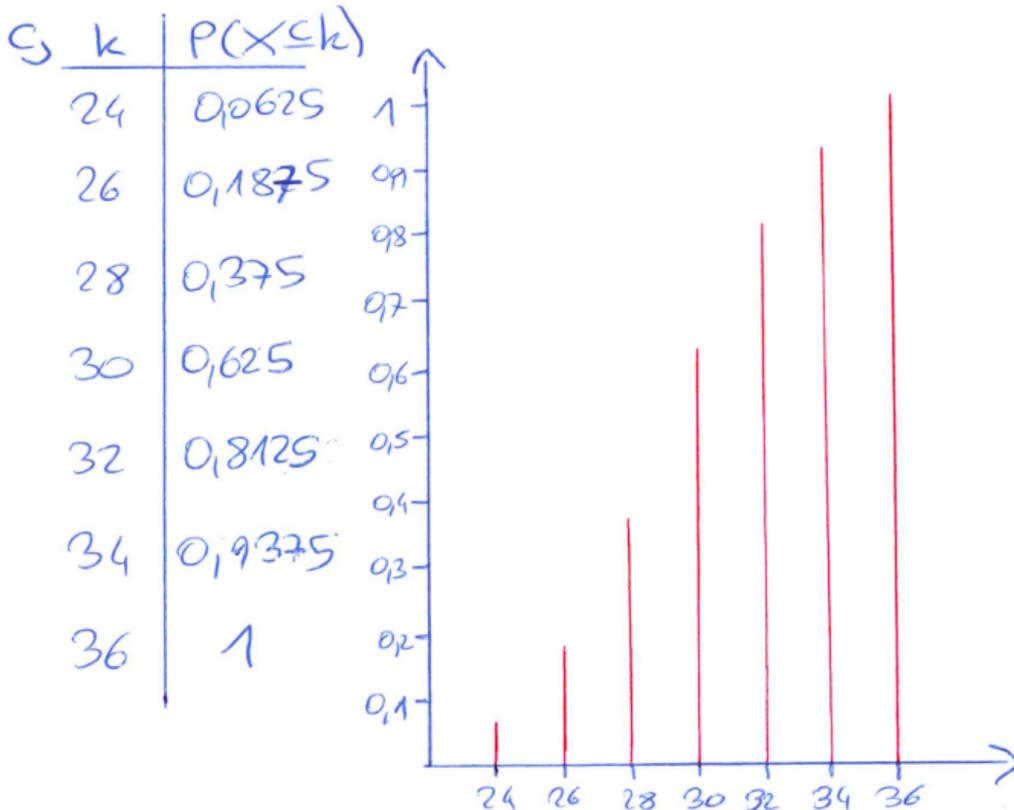
b)

$$P(X=26) = \frac{2}{16} = 12,5\%$$

$$P(X \geq 35) = \frac{1}{16} = 6,25\%$$

$$P(X \leq 10) = 0 = 0\%$$

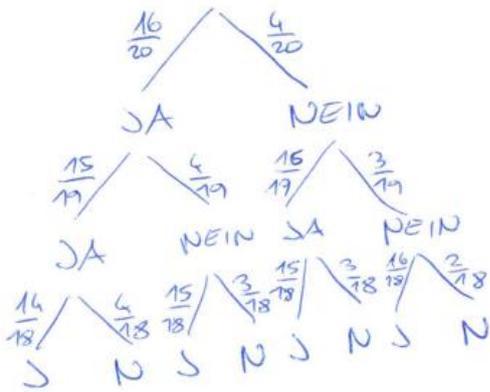
$$P(20 < X \leq 30) = \frac{10}{16} = 62,5\%$$



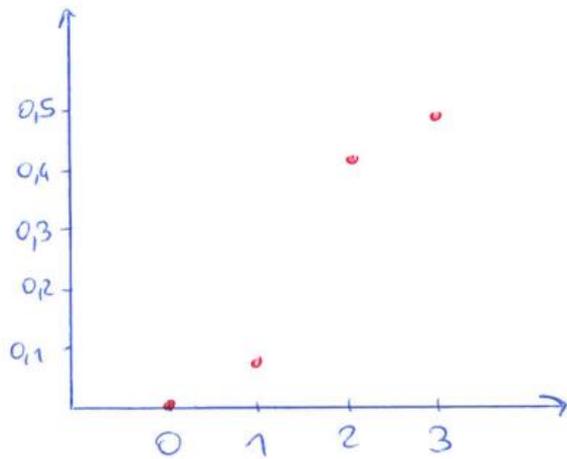
Bsp. 6)

21) 20: $\begin{matrix} \rightarrow 4 \text{ NEIN} \\ \rightarrow 16 \text{ JA} \end{matrix}$

(10)



k	$P(X=k)$
0	$\frac{4}{20} \cdot \frac{3}{19} \cdot \frac{2}{18} = 0,0035$
1	$3 \cdot \frac{16}{20} \cdot \frac{4}{19} \cdot \frac{3}{18} = 0,084$
2	$3 \cdot \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{4}{18} = 0,421$
3	$\frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} = 0,491$



b) $P(X \geq 2) = 0,912 = \underline{\underline{91,2\%}}$

Bsp. 7)

23) k | $P(X=k)$ b) $E(X) = \mu = 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,4$ (11)

1	0,3
2	0,2
3	0,1
4	0,4

$= \underline{\underline{2,6}}$

$\bullet V(X) = (1-2,6)^2 \cdot 0,3 + (2-2,6)^2 \cdot 0,2 + (3-2,6)^2 \cdot 0,1 + (4-2,6)^2 \cdot 0,4$

$= \underline{\underline{1,64}}$

$\bullet \sigma = \sqrt{V(X)} = \underline{\underline{1,28}}$

Bsp. 8)

a. Vervollständige die Tabelle:

Zufallsvariable	Wahrscheinlichkeit
Robin verliert: $X = 0$	$\frac{19}{37}$
Robin gewinnt: $X = 40$	$\frac{18}{37}$

b. Berechne den Erwartungswert der Zufallsvariable X . Interpretiere im gegebenen Sachzusammenhang.

$$E(X) = 0 \cdot \frac{19}{37} + 40 \cdot \frac{18}{37} = 19,46 \text{ €}$$

THEORIE: Diskrete Zufallsvariablen

Seite 13 von 15

→ Im Durchschnitt verliert Robin 0,54 € pro Spiel.

Bsp. 9)

24a) EINSATZ: 10 €

k	$P(X=k)$	
0	0,6	NEIN, es ist NICHT soham! im Schnitt (bei sehr vielen
15	0,3	Versuchen): -2,50 €
30	0,1	

$E(X) = 0 \cdot 0,6 + 15 \cdot 0,3 + 30 \cdot 0,1 = 7,5 \text{ €}$
 $V(X) = (0-7,5)^2 \cdot 0,6 + (15-7,5)^2 \cdot 0,3 + (30-7,5)^2 \cdot 0,1 = 101,25$
 $\sigma = \sqrt{V(X)} \approx 10,06$

k	$P(X=k)$	
0	0,6	
1	0,3	Würde man sehr oft spielen, gewinnt man im Schnitt
120	0,1	2,30 €! Das Risiko ist, dass man bei diesem Rad oft verliert & eventuell nach einigen Fehlversuchen mit einem Verlust aufhört zu spielen.

$E(X) = 0 \cdot 0,6 + 1 \cdot 0,3 + 120 \cdot 0,1 = 12,3 \text{ €}$
 $V(X) = (0-12,3)^2 \cdot 0,6 + (1-12,3)^2 \cdot 0,3 + (120-12,3)^2 \cdot 0,1 = 1289,01$
 $\sigma = \sqrt{V(X)} \approx 35,9$

Das 2. Glückrad steht deutlich stärker aufgrund der Aufkantung 0 € - 1 € - 120 €

Bsp. 10)

k	$P(X=k)$
1	0,53
2	0,4
5	0,03
10	0,00326
10000	0,00006

$$E(X) = 1 \cdot 0,53 + 2 \cdot 0,4 + 5 \cdot 0,03 + 10 \cdot 0,00326 + 10000 \cdot 0,00006 = 2,20 \text{ €}$$

→ Am Schnitt macht man mit einem das einen Verlust von 2,80€!

→ Bei 15 000 dazu zu je 5€ werden 75 000 €. Davon werden aber nur 12740€ ausbezahlt! Großer Marketing-GAG! NICHT zum Empfehlen.
→ Bei 5€ Einsatz verliert man im Schnitt

Bsp. 11)

$$E(X) = 0 \cdot 0,5 + 5 \cdot 0,3 + 15 \cdot 0,2 = \underline{\underline{4,50 \text{ €}}}$$

- Fairer Spiel: Einsatz = 4,50 €
- Vorteilhaft für Spieler: Einsatz < 4,50 €

Bsp. 12)

$$\begin{aligned} 3 &= 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,3 + x \cdot 0,5 \\ 3 &= 0,2 + 0,6 + x \cdot 0,5 \quad | -0,8 \\ 2,2 &= 0,5x \quad | : 0,5 \\ 4,4 &= x \\ \underline{\underline{x &= 4,4 \text{ €}}} \end{aligned}$$

- Vorteilhaft für den Spieler: $x > 4,40 \text{ €}$

Bsp. 13)

$$a) \quad 2 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} + 9 \cdot \frac{1}{6} + 14 \cdot \frac{1}{6} + 18 \cdot \frac{1}{6} + x \cdot \frac{1}{6} = 15$$
$$\quad \quad \quad \frac{49}{6} + \frac{x}{6} = 15 \quad | \cdot 6$$
$$\quad \quad \quad 49 + x = 90 \quad | - 49$$
$$\quad \quad \quad \underline{\underline{x = 41}}$$

$$b) \quad \text{Var}(X) = (2-15)^2 \cdot \frac{1}{6} + (6-15)^2 \cdot \frac{1}{6} + (9-15)^2 \cdot \frac{1}{6} + (14-15)^2 \cdot \frac{1}{6} + (18-15)^2 \cdot \frac{1}{6} + (41-15)^2 \cdot \frac{1}{6} = 162$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} \approx \underline{\underline{12,73}}$$

Bsp. 14)

$$a) \quad E(X) = 1 \cdot 0,13 + 2 \cdot 0,22 + 3 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,09 + 5 \cdot 0,26 = \underline{\underline{3,13}}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= (1-3,13)^2 \cdot 0,13 + (2-3,13)^2 \cdot 0,22 + (3-3,13)^2 \cdot 0,3 + (4-3,13)^2 \cdot 0,09 + (5-3,13)^2 \cdot 0,26 \\ &= 1,95 \quad \rightarrow \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} \approx \underline{\underline{1,40}} \end{aligned}$$

$$b) \quad E(X) = 1 \cdot 0,13 + 2 \cdot 0,22 + 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,09 + 5 \cdot 0,22 + 6 \cdot 0,05 + 7 \cdot 0,19 = \underline{\underline{3,96}}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= (1-3,96)^2 \cdot 0,13 + (2-3,96)^2 \cdot 0,22 + (3-3,96)^2 \cdot 0,1 + (4-3,96)^2 \cdot 0,09 + (5-3,96)^2 \cdot 0,22 \\ &\quad + (6-3,96)^2 \cdot 0,05 + (7-3,96)^2 \cdot 0,19 = 14,53 \quad \rightarrow \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2} \approx \underline{\underline{3,8}} \end{aligned}$$