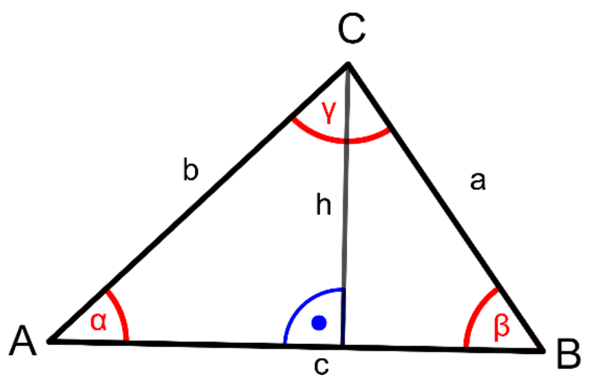
2.2 Trigonometrie im allgemeinen Dreieck

Maturaskript BHS – Teil B (22 Seiten)

Cluster: BAfEP/BASOP/BRP

Grundkompetenzen:

- **B_P_2.2** Trigonometrie des allgemeinen Dreiecks in zwei Dimensionen verstehen und anwenden



Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof. πegischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben (**Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool**)** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info*: bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, …) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**" die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. A_263) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**" und „**GeoGebra**" erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**" erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	**Weitere Regeln für Lehrpersonen**
▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen. ▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen. ▪ Sie dürfen mein Materialen **NICHT** gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden. ▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden. ▪ Bei einem **Missbrauch** erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	**WICHTIGSTE REGEL:** LehrerInnen dürfen die Materialien in **Ihrem eigenen Unterricht** verwenden: ▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen. ▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben. ▪ Es ist **nicht erlaubt**, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben. ▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

B_P_2.2 Trigonometrie im allgemeinen Dreieck

Sinussatz, Cosinussatz, Flächeninhalt

Video

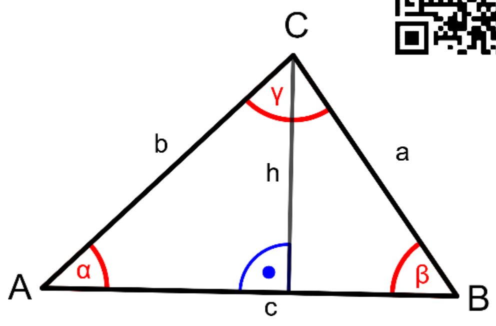
1. Der Sinussatz

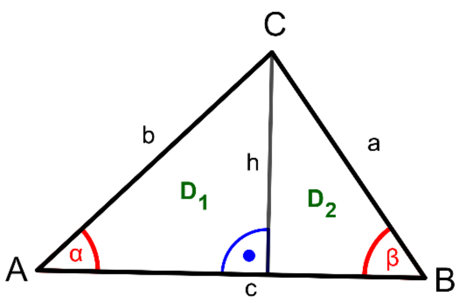
In jedem Dreieck sind die **Verhältnisse** der **Seitenlängen** und der **Sinuswerte** der den **Seiten gegenüberliegenden Winkel** stets gleich

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

Daher gilt auch:

$$\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$$





Beweis: Zeige, dass $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)}$ gilt.

Auflösen von Dreiecken mit dem Sinussatz

Bsp. 1) Berechne unter Verwendung des Sinussatzes die fehlenden Seiten des Dreiecks.

$c = 8cm, \alpha = 80°, \beta = 42°$	$a = 4{,}5\ cm, \beta = 46°, \gamma = 101°$

2. Der Cosinussatz

Video

$$(1)\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$$
$$(2)\quad b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$$
$$(3)\quad c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$$

Bsp. 2) Berechne die fehlende Seite des Dreiecks mit dem Cosinussatz.

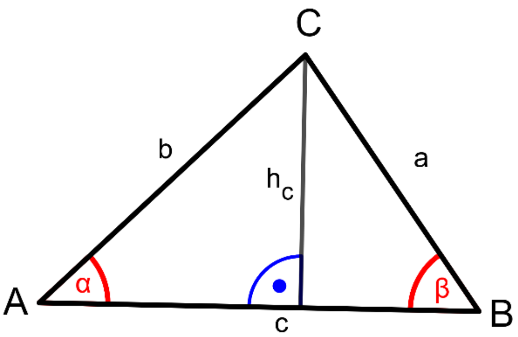
$a = 5{,}2\ cm\ ; b = 7{,}4\ cm\ ;\ \gamma = 83°$	$b = 5{,}4\ cm\ ; c = 7{,}6\ cm\ ;\ \alpha = 101°$

Bsp. 3) Berechne die **Maße** der **Winkel** des **Dreiecks**.

$a = 5{,}4\ cm\ ; b = 8{,}1\ cm\ ; c = 8{,}6\ cm$	$a = 5\ cm\ ; b = 6\ cm\ ; c = 9\ cm$

3. Trigonometrische Flächenformel

Video



Für den Flächeninhalt eines Dreiecks mit den Seiten a, b, c und den Höhen h_a, h_b, h_c gilt:

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

Durch jede Höhe wird das Dreieck in zwei rechtwinklige Dreiecke unterteilt. h_c kann dadurch folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\sin(\alpha) = \frac{h_c}{b} \quad \rightarrow \quad h_c = b \cdot \sin(\alpha)$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\alpha)$$

Trigonometrische Flächenformel

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin(\beta) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\gamma)$$

Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist gleich der **Hälfte** des **Produkts** von **zwei Seitenlängen** und dem **Sinuswert** des von den **Seiten eingeschlossenen Winkels**.

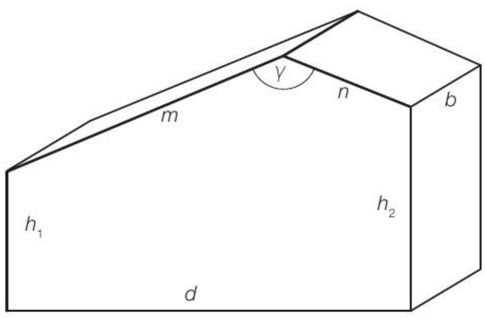
Bsp. 4) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.

$a = 8\ cm; b = 7\ cm;\ \gamma = 53°$	$b = 32{,}3\ cm; c = 15{,}8\ cm;\ \alpha = 111°$

Asymmetrisches Satteldach * (B_500)

Ein Haus wird geplant. Im Erstentwurf ist ein asymmetrisches Satteldach geplant, das aus zwei rechteckigen Dachflächen besteht.

a) Das Haus soll eine rechteckige Grundfläche und lotrechte Wände haben. Es ist in der nachstehenden Skizze modellhaft dargestellt.



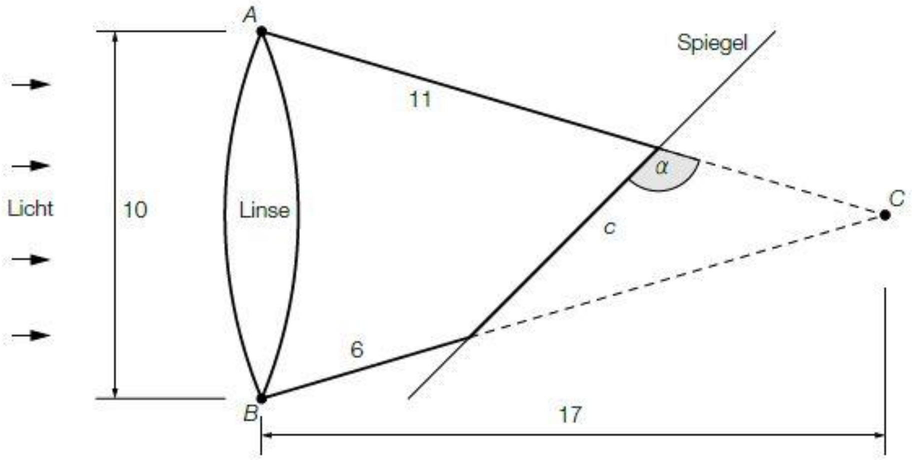
1) Zeichnen Sie in der obigen Skizze denjenigen Winkel α ein, für den gilt:
$$\frac{\sin(\alpha)}{n} = \frac{\sin(\gamma)}{\sqrt{(h_2 - h_1)^2 + d^2}}$$

2) Begründen Sie, warum der Winkel α ein spitzer Winkel sein muss, wenn gilt: $\gamma \approx 139°$.

3) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Volumens V des oben dargestellten Hauses. Verwenden Sie dabei die eingezeichneten Seitenlängen und den Winkel γ.

Ausbreitung von Licht * (B_428)

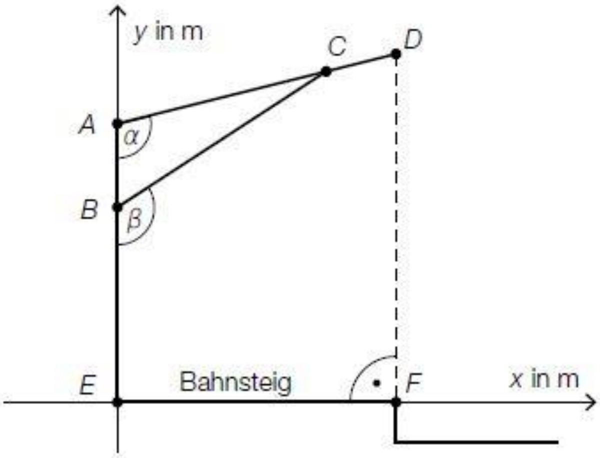
b) Bei einem Experiment wird das von einer Sammellinse gebündelte Licht auf einen schräg gestellten Spiegel gerichtet (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze, alle Abmessungen in cm). Es gilt: $\overline{AC} = \overline{BC}$.



– Berechnen Sie die Länge c.
– Berechnen Sie den stumpfen Winkel α.

Bahnsteige (2) * (B_451)

b) In der nachstehenden Skizze ist eine Holzkonstruktion zur Überdachung eines Bahnsteigs dargestellt.



1) Erstellen Sie mithilfe von $\overline{AE}$, $\overline{AD}$ und α eine Formel zur Berechnung von $\overline{DF}$.

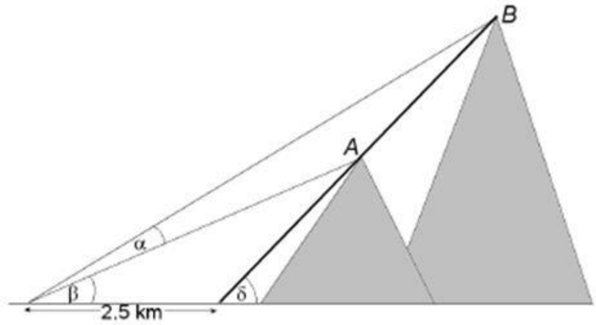
$\overline{DF} =$ ______________________________

Es gilt: $A = (0|4)$, $B = (0|2{,}8)$, $\alpha = 104°$ und $\beta = 123°$

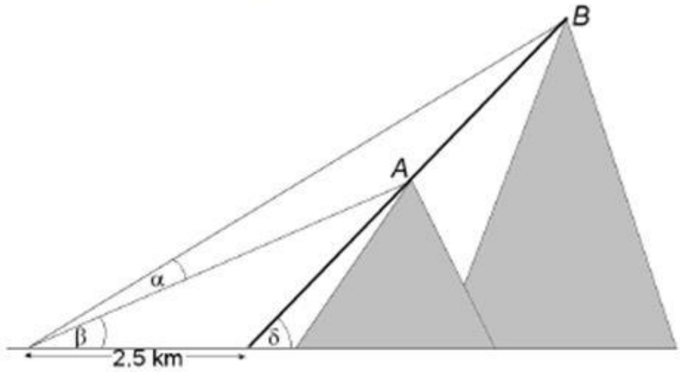
2) Berechnen Sie die Länge $\overline{BC}$.

Bergwandern (B_230)

a) – Erstellen Sie eine Text-Angabe, die zur nebenstehenden Zeichnung passt, wobei die Punkte A und B die Gipfel von 2 Bergen symbolisieren.



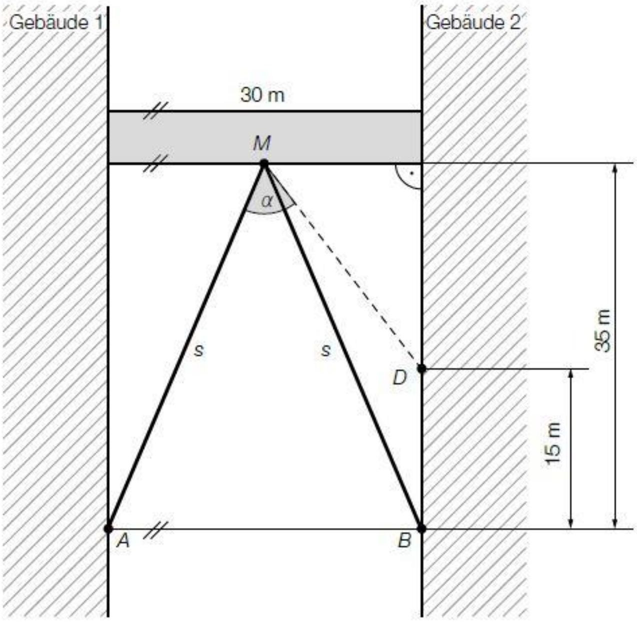
b) – Berechnen Sie anhand der Skizze von Aufgabe a die Entfernung der Bergspitzen A und B, wenn die Winkel $\alpha = 2{,}8°$, $\beta = 18{,}7°$ und $\delta = 24{,}2°$ gemessen werden. (Die Zeichnung ist nicht maßstabgetreu.)



Brücken zwischen Gebäuden (2) * (B_466)

Gebäude können durch Brücken verbunden werden.

a) Eine 30 m lange Brücke wird im Punkt M auf zwei Stützen der Länge s gelagert (siehe nachstehende Abbildung).



1) Berechnen Sie die Länge s einer Stütze.

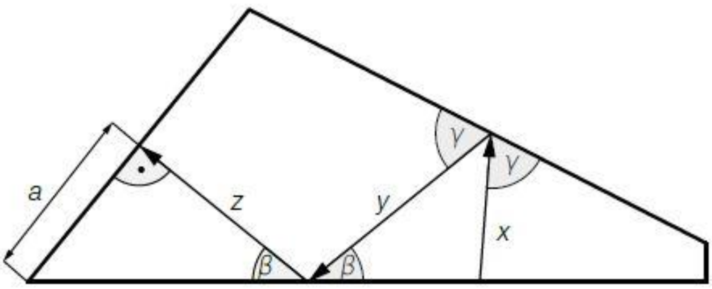
Die Stütze MB soll durch eine neue Stütze MD ersetzt werden.

2) Berechnen Sie den Winkel α.

Prismen und Linsen * (B_411)

Der Verlauf eines Lichtstrahls durch ein Glasprisma wird als *Strahlengang* bezeichnet.

b) Ein Strahlengang durch ein Glasprisma einer Filmkamera kann folgendermaßen dargestellt werden:



Hinweis: Die Skizze ist nicht maßstabgetreu!

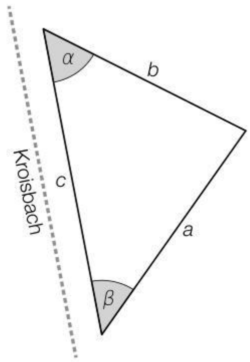
$a = 0{,}50$ cm
$x = 0{,}55$ cm
$\beta = 40°$
$\gamma = 68°$

– Berechnen Sie die Länge $x + y + z$ des Strahlengangs.

Der Grazbach * (B_561)

Der Kroisbach und der Leonhardbach sind Bäche in Graz, die nach ihrem Zusammenfluss den Grazbach bilden.

a) Vor dem Zusammenfluss zum Grazbach fließt der Kroisbach unter einer Straße. Diese Straße begrenzt zusammen mit zwei anderen Straßen einen dreieckigen Platz mit den Seitenlängen a, b und c. (Siehe nachstehende Abbildung – Ansicht von oben.)



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf. Verwenden Sie dabei a, b und c.

$\alpha =$ ____________________________________

Die folgenden Abmessungen dieses dreieckigen Platzes sind bekannt:
$c = 54$ m, $b = 39{,}6$ m, $\alpha = 51{,}8°$

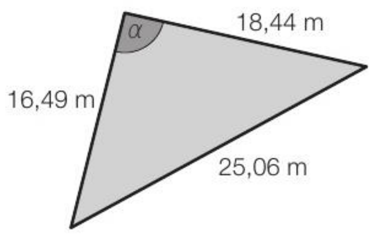
2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$$\frac{54 \cdot 39{,}6 \cdot \sin(51{,}8°)}{2} \approx 840$$

3) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung markierten Winkel β.

Grundstücke * (B_518)

a) In der nachstehenden Abbildung ist ein dreieckiges Grundstück dargestellt.



1) Begründen Sie mithilfe der gegebenen Seitenlängen, warum der Winkel α der größte Winkel des Dreiecks ist.
2) Zeigen Sie mithilfe des Satzes von Pythagoras, dass α kein rechter Winkel ist.
3) Berechnen Sie den Winkel α.
4) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Grundstücks.

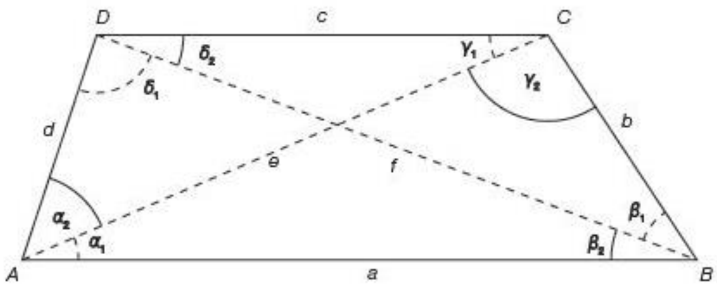
Fernsehturm (B_250)

Ein Turm steht senkrecht auf einem horizontalen Platz.

a) Auf diesem Turm befindet sich eine senkrechte Antenne, deren Höhe gemessen werden soll. Von einem Messgerät, das sich auf dem horizontalen Platz *s* Meter (m) vom Turm entfernt befindet, erscheint die Antenne unter einem Sehwinkel α. Der Fußpunkt der Antenne erscheint unter einem Höhenwinkel β.

– Zeichnen Sie die angegebenen Größen in die obige Skizze ein.
– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Antennenhöhe, abhängig von den Größen s, α und β, auf.

b) Der Platz, auf dem der Turm steht, hat die Form eines Trapezes. Die nachstehende Grafik zeigt den Platz im Maßstab 1 : 600 und die Seitenlängen sind in cm gezeichnet.

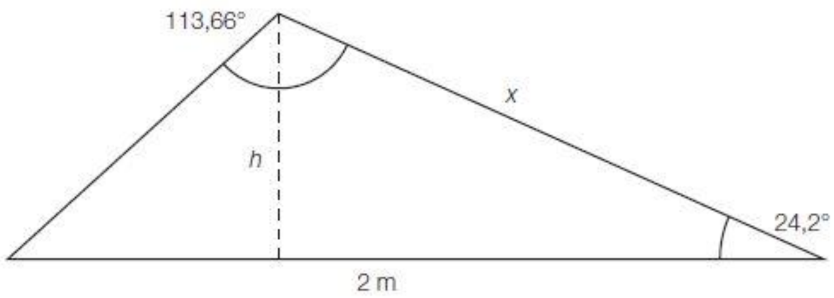


– Bestimmen Sie mithilfe der Darstellung die Länge der Seite a in Metern (m).
– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Länge der Diagonale f bei gegebener Seitenlänge d und a und den Winkeln α_1 und α_2.

– Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

$\frac{\sin(\delta_1)}{e} = \frac{\sin(\gamma_1)}{d}$	☐
$\frac{\sin(\gamma_2)}{a} = \frac{\sin(\gamma_1)}{d}$	☐
$\frac{\sin(\alpha_1)}{b} = \frac{\sin(\beta_1)}{c}$	☐
$\frac{\sin(\gamma_1)}{d} = \frac{\sin(\delta_1)}{c}$	☐
$\frac{\sin(\alpha_1)}{b} = \frac{\sin(\gamma_2)}{a}$	☐

c) Für Konzerte wird der Platz vor dem Turm in Sektoren aufgeteilt. Die nachstehende Skizze veranschaulicht die Fläche eines bestimmten Sektors, wobei die Seitenlängen in Metern (m) angegeben sind.



– Berechnen Sie die Seitenlänge x aus den gegebenen Größen.
– Begründen Sie mathematisch, warum die Berechnung der Länge x mit $x = \sin(24{,}2°) \cdot h$ falsch ist.
– Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

Fertigbetonelement m. dreieckiger Grundfläche * (B_341)

a) Die Grundfläche eines Fertigbetonelements hat die Form eines Dreiecks mit den Seiten a, b und c, von dem die folgenden Informationen bekannt sind:

- Der Umfang beträgt 150 cm.
- Die Seite c ist doppelt so lang wie die Seite a.
- Die Seite b ist um 10 cm länger als die Seite a.

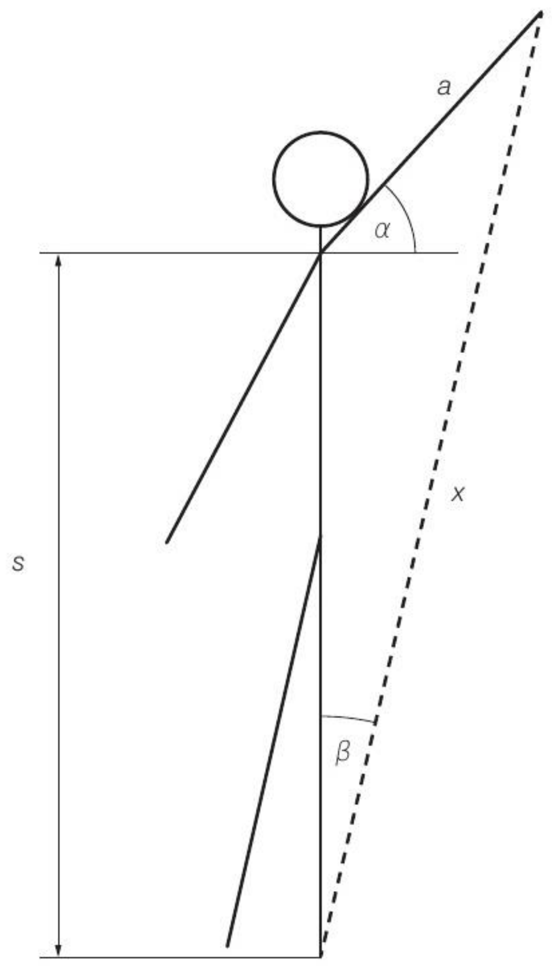
– Erstellen Sie ein Gleichungssystem mit den Unbekannten a, b und c, um die Seitenlängen des angegebenen Dreiecks zu bestimmen.
– Berechnen Sie die Seitenlängen des Dreiecks.
– Berechnen Sie den größten Winkel in diesem Dreieck.

Fitnessgymnastik * (B_494)

b) In einem Kurs werden dehnbare Fitnessbänder benützt. Bei einer Übung wird ein Ende des Fitnessbands mit einem Fuß fixiert. Das andere Ende wird mit dem gestreckten Arm nach oben gezogen. (Siehe unten stehende vereinfachte Abbildung.)

1) Zeichnen Sie in dieser Abbildung denjenigen Winkel φ ein, für den gilt:

$$\sin(\varphi) = \frac{x \cdot \sin(\beta)}{a}$$



a ... Armlänge
s ... Schulterhöhe
x ... Länge des gedehnten Fitnessbands

2) Erstellen Sie mithilfe von *a*, *s* und α eine Formel zur Berechnung von *x*.

$x =$ ______________________________

Für eine bestimmte Person gilt: $a = 0{,}7$ m, $s = 1{,}5$ m, $\alpha = 48°$

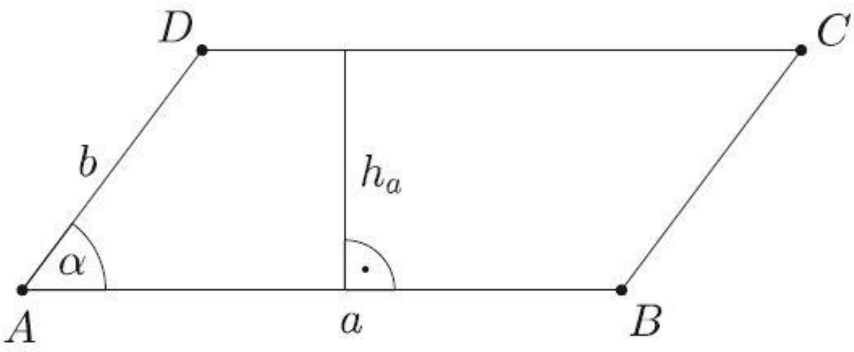
3) Berechnen Sie *x* für diese Person.

Flächeninhalt eines Parallelogramms * (B_259)

Ein Grundstück hat die Gestalt eines Parallelogramms *ABCD*. Zur Berechnung des Flächeninhalts dieses Grundstücks stehen folgende Formeln zur Verfügung:

(1) $A = a \cdot h_a$
(2) $A = a \cdot b \cdot \sin(\alpha)$

Entnehmen Sie die Bezeichnungen der nachstehenden, nicht maßstabgetreuen Skizze.



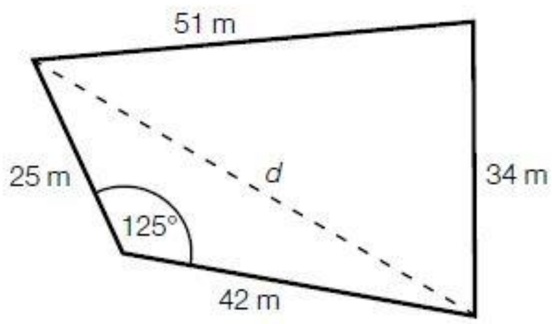
b) Für das Grundstück werden folgende Maße angegeben: $b = 52{,}7$ m, $\alpha = 53°$, $A = 4\,133$ m².

– Berechnen Sie die Länge der Seite a.
– Berechnen Sie die Länge der Diagonale BD.

Geplante Betriebsneuerungen (B_186)

Ein Landwirt plant Neuerungen in der Bewässerung seiner Felder und eine Vergrößerung von Weideflächen, für die er einen Kredit benötigt.

b) Zur Vergrößerung seiner Weideflächen muss der Landwirt ein sumpfiges Landstück trockenlegen. Er möchte den Flächeninhalt des Grundstücks berechnen. Dazu misst er die Länge der Seiten und einen Winkel und fertigt die folgende Skizze an:

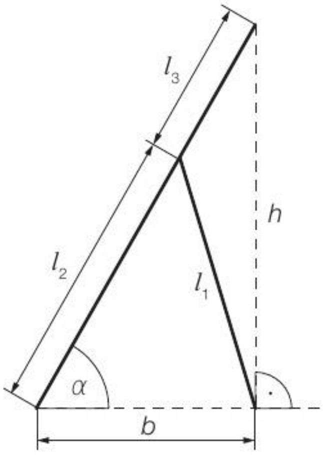


– Berechnen Sie die Länge der Diagonalen d.
– Berechnen Sie den Flächeninhalt des Grundstücks.

Hochstuhl für Kinder * (B_476)

a) Das nebenstehende Bild zeigt einen Hochstuhl für Kleinkinder.

In der nachstehenden Abbildung sind Teile des Hochstuhls schematisch dargestellt.



1) Erstellen Sie mithilfe von l_1, l_2 und b eine Formel zur Berechnung von α.

$\alpha =$ ______________________________

2) Markieren Sie in der obigen Abbildung die Winkel β und γ, für die gilt:

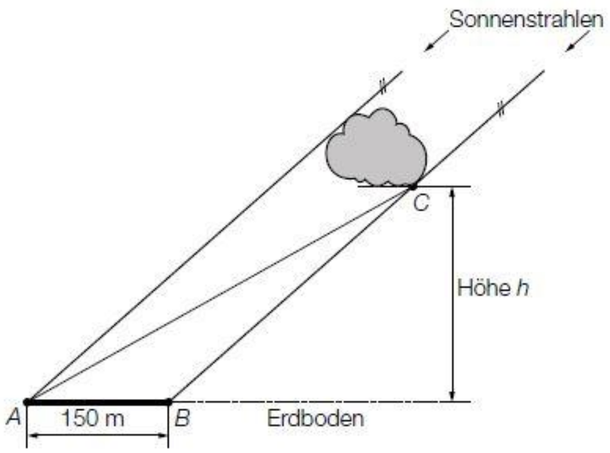
$$\frac{\sin(\beta)}{h} = \frac{\sin(\gamma)}{l_3}$$

Höhe der Wolkenuntergrenze * (B_110)

Die Höhe der Wolkenuntergrenze kann auf verschiedene Arten näherungsweise bestimmt werden.

c) Eine Wolke wirft einen 150 m langen Schatten auf den Erdboden. Von A aus sieht man die Wolke unter dem Sehwinkel $\alpha = 4°$. Der Einfallswinkel der parallelen Sonnenstrahlen gegenüber der Horizontalen beträgt $\beta = 30°$.

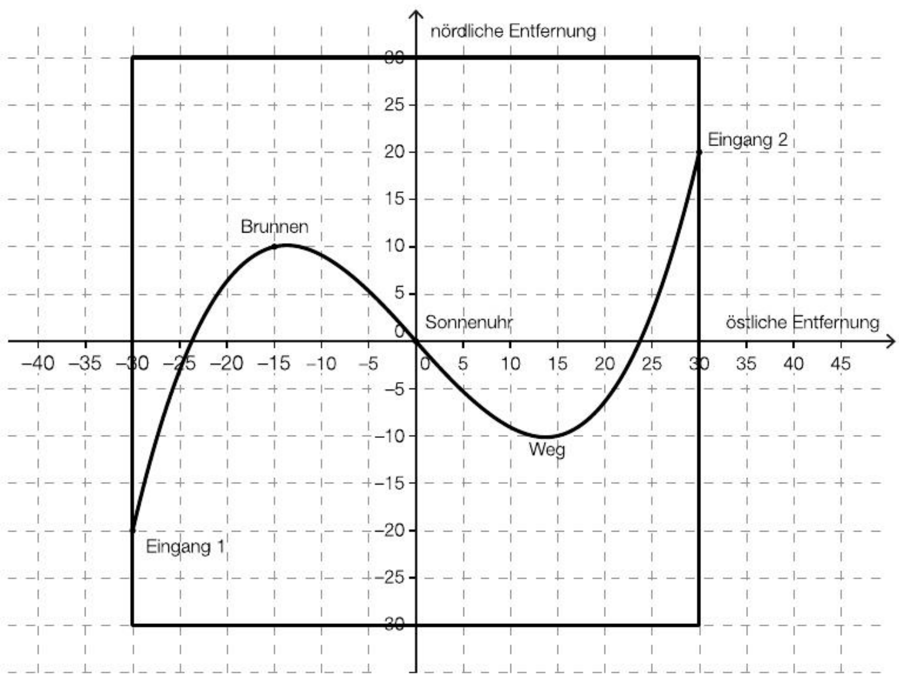
Die folgende Abbildung stellt diese Situation vereinfacht und nicht maßstabgetreu dar:



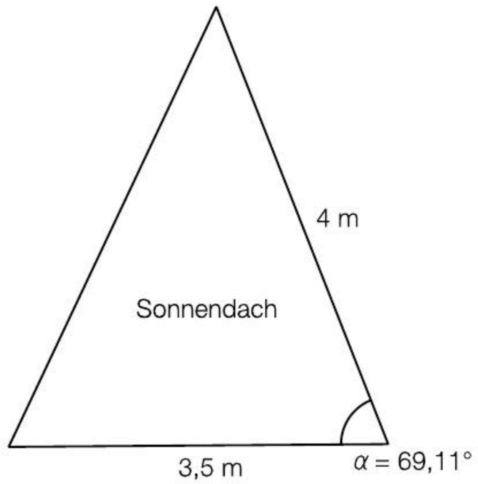
– Tragen Sie die gegebenen Winkel α und β in die obige Abbildung ein.
– Berechnen Sie die Entfernung $\overline{BC}$.
– Berechnen Sie die Höhe h.

Kinderspielplatz (1) (B_247)

Ein quadratischer Kinderspielplatz soll neu angelegt werden. In der Mitte des Kinderspielplatzes ist eine große Sonnenuhr, ein Brunnen ist bereits vorhanden. Wie in der nachstehenden Abbildung zu sehen ist, soll ein Weg vom Eingang 1 zum Brunnen führen, weiter zur Sonnenuhr und von dort zum Eingang 2.



d) Um den Kindern im Sommer einen Schatten bieten zu können, wird ein dreieckiges Sonnendach angebracht. Für die Produktion des Sonnendachs rechnet man mit 10 % Verschnitt. 1 m² des verwendeten Stoffes kostet € 11,95.

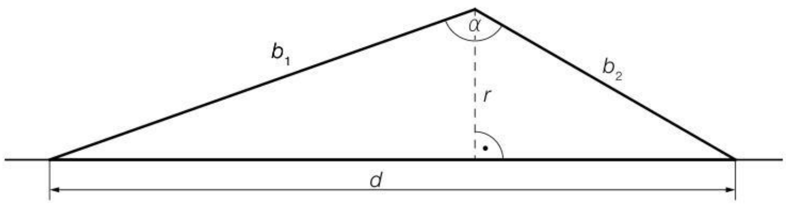


– Berechnen Sie den Flächeninhalt des Sonnendaches.
– Berechnen Sie die Kosten des Stoffes für das Sonnendach.

Piratenschiff * (B_572)

Piratenschiff ist ein Spiel im Turnunterricht.
Für dieses Spiel wird ein Parcours mit Turngeräten als Hindernissen aufgebaut, in dem Fangen gespielt wird.

b) Auf einer Reckstange, die in der Höhe r montiert ist, werden zwei Langbänke mit den Längen b_1 und b_2 eingehängt (siehe nachstehende modellhafte Skizze in der Ansicht von der Seite).



1) Vervollständigen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung des Winkels α. Verwenden Sie dabei r, b_1 und b_2.

$$\alpha = \arccos\left(\boxed{}\right) + \arccos\left(\boxed{}\right)$$

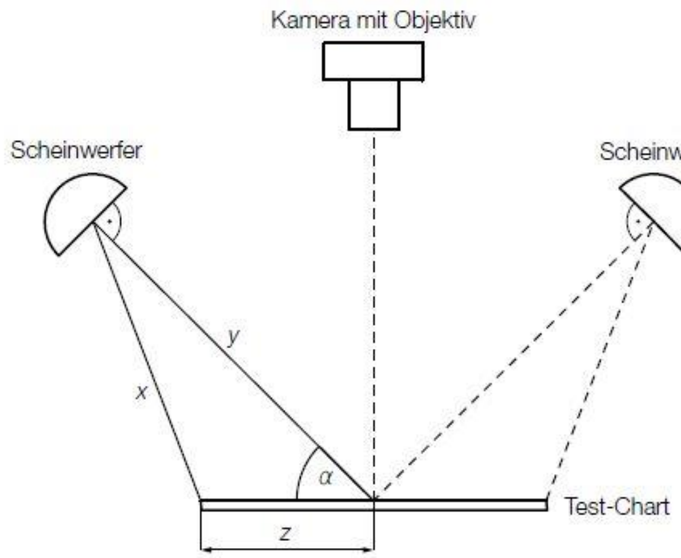
Es gilt:
$b_1 = 4{,}5$ m, $b_2 = 3$ m und $\alpha = 131°$

2) Berechnen Sie die Länge d.

Qualitätstest bei Objektiven (1) * (B_326)

Um das Objektiv einer Digitalkamera zu testen, fotografiert man eine genormte Tafel (Test-Chart) mit einem Test-Motiv und lässt das Foto von einer speziellen Software auswerten.

a) Eine Fotografin möchte ihr neues Objektiv testen. Dazu verwendet sie folgenden Aufbau:



1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von x aus y, z und α.

$x =$ ____

Bei einem bestimmten Test gilt:
$\alpha = 45°$
$x = 121$ cm
$z = 70$ cm

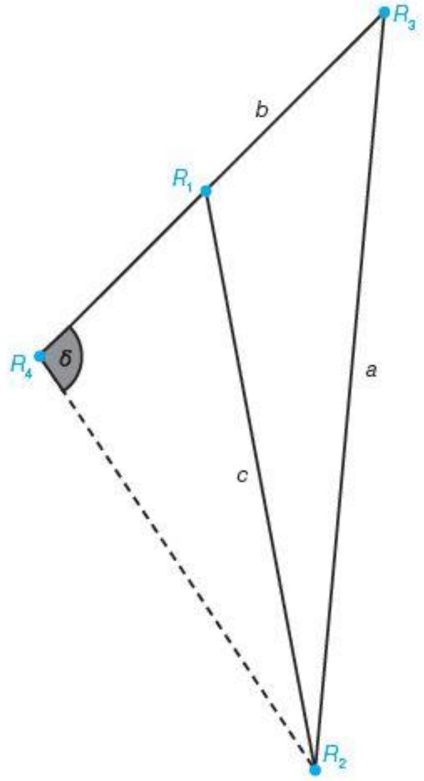
2) Berechnen Sie die Entfernung y.

Richtfunk (B_375)

Richtfunksysteme sind Funksysteme zur Übertragung von Informationen zwischen festen Standorten. Oft werden Parabolantennen für das Empfangen und das Senden der Strahlung verwendet.

b) Auf einer Karte sind vier Richtfunkstationen R_1, R_2, R_3 und R_4 eingezeichnet (siehe nebenstehende Abbildung).

– Dokumentieren Sie, wie man aus den bekannten Richtfunkstrecken a, b und c sowie dem Winkel δ die Länge der Richtfunkstrecke zwischen R_2 und R_4 berechnen kann.

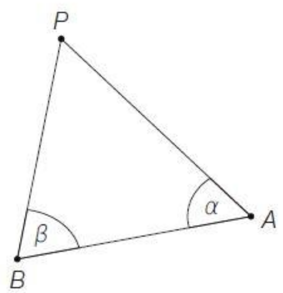


Segeln * (B_321)

Die Entfernungen werden beim Segeln in nautischen Meilen (NM) angegeben. Die davon abgeleitete Geschwindigkeitseinheit nautische Meilen pro Stunde wird *Knoten* genannt.

a) Ein Segelboot fährt, nachdem es vom Punkt P gestartet ist und den Punkt A passiert hat, zum Punkt B. Von dort fährt es zum Punkt P zurück (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).

Die folgenden Abmessungen sind bekannt: $\alpha = 63°$, $\overline{PA} = 3{,}3$ NM und $\overline{AB} = 2{,}7$ NM.



– Berechnen Sie die Entfernung $\overline{BP}$.
– Berechnen Sie die Dauer dieser Umrundung, wenn das Segelboot mit einer mittleren Geschwindigkeit von 6,8 Knoten fährt.
– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Entfernung $\overline{BP}$ auf, wenn anstatt der Entfernung $\overline{AB}$ der Winkel β bekannt wäre.

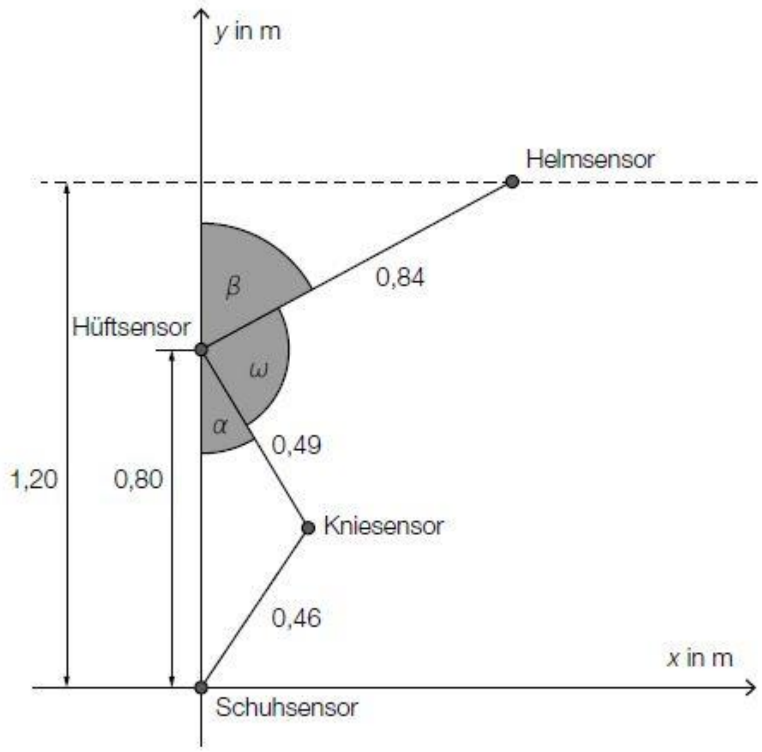
$\overline{BP}$ = ______________________________

Skispringen (2) * (B_380)

a) Für die Analyse eines Bewegungsablaufs beim Skispringen wurden 4 Sensoren an der Ausrüstung eines Skispringers befestigt.

1. Sensor: Schuh
2. Sensor: Knie
3. Sensor: Hüfte
4. Sensor: Helm

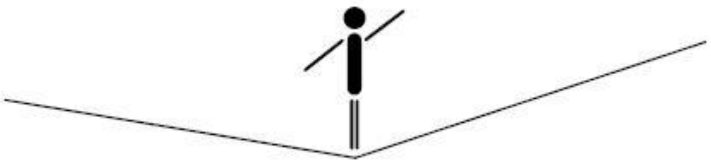
In der nachstehenden Abbildung sind die Positionen der Sensoren für eine Position im Bewegungsablauf des Skispringers in einem Koordinatensystem dargestellt (Angaben in Metern).



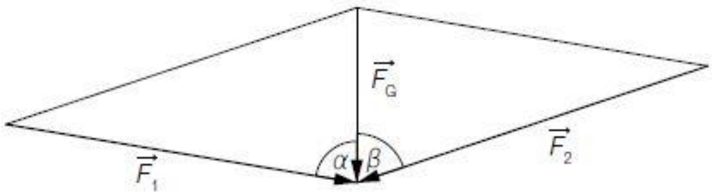
– Berechnen Sie den Winkel ω.

Sport und Gesundheit * (B_254)

c) *Slacklinen* ist eine Trendsportart, bei der man auf einem gespannten Gurtband, der sogenannten *Slackline*, balanciert.
Eine Slackline wird über einen See gespannt. Ein sportlicher Badegast versucht, über die Slackline den See zu queren, ohne dabei ins Wasser zu fallen.



Das zugehörige Kräfteparallelogramm ist nachfolgend dargestellt:



$\vec{F}_G$ ... Gewichtskraft der Person auf dem Seil
$\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ ... Seilkräfte

Im Folgenden wird für Kräfte die Schreibweise $|\vec{F}| = F$ verwendet.

– Berechnen Sie F_2 für $F_G = 588{,}6$ Newton, $\alpha = 82°$ und $\beta = 75°$.

Statuen und Skulpturen (1) * (B_378)

a) Das Maria-Theresien-Denkmal in Wien wird vermessen. Es werden die Höhenwinkel $\alpha = 45{,}38°$ und $\beta = 38{,}19°$ gemessen. Weiters ist die in der nachstehenden Abbildung eingetragene Länge bekannt.

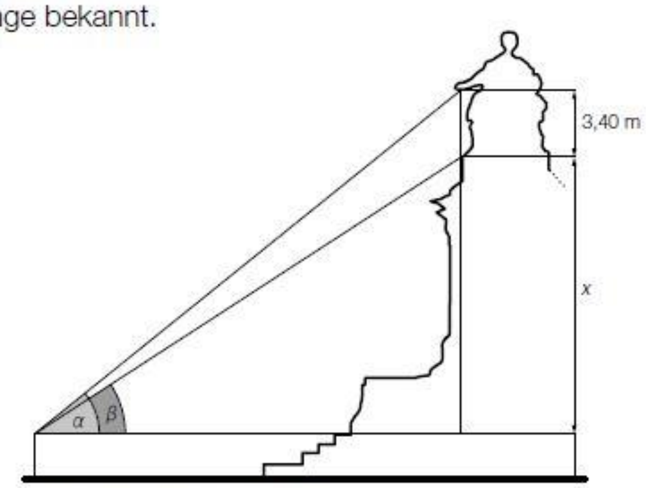
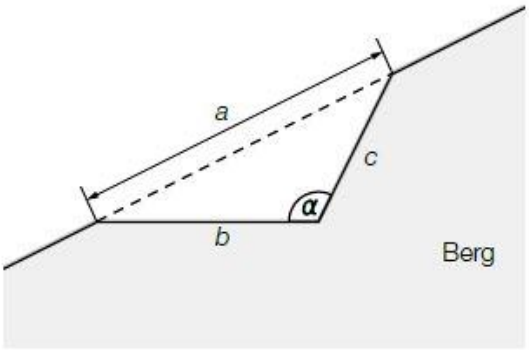


Abbildung nicht maßstabgetreu!

– Berechnen Sie die in der obigen Abbildung mit x bezeichnete Länge.

Straßenbau (2) * (B_408)

c) Ein Straßenabschnitt soll an einem Berghang entlangführen. Der Querschnitt der geplanten Trasse ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.

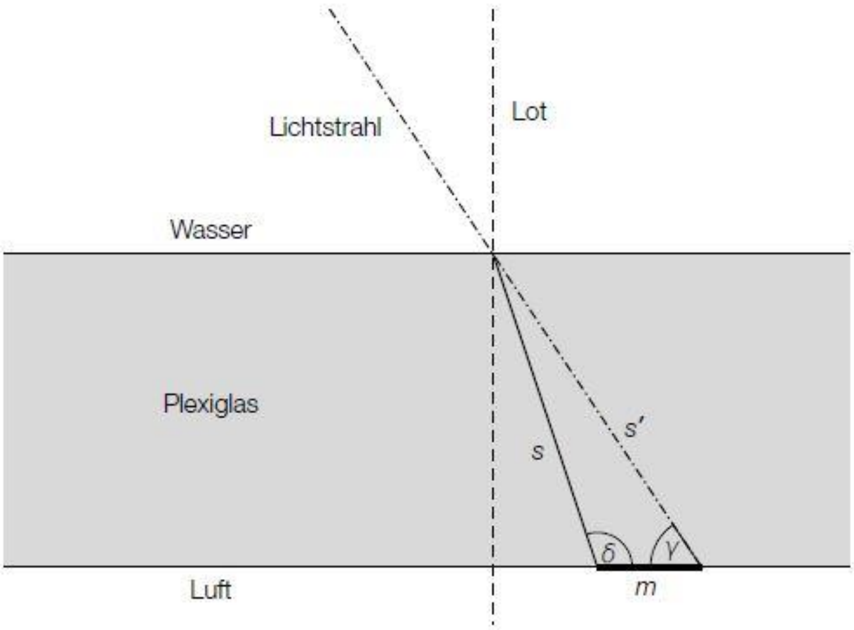


Die Seite b ist 15 m und die Seite c ist 11,8 m lang.
Der Winkel beträgt $\alpha = 116{,}6°$.

– Berechnen Sie den Flächeninhalt des von a, b und c eingeschlossenen Dreiecks.
– Berechnen Sie die Länge der Seite a.

Tauchgang * (B_416)

b) Die nachstehende nicht maßstabgetreue Grafik zeigt den Verlauf eines anderen Lichtstrahls, der auf die Plexiglasscheibe einer Taucherbrille trifft. Das Lot ist hier eine Gerade, die normal auf die Plexiglasscheibe steht.



s ... Weg, den der Lichtstrahl im Plexiglas zurücklegt
s' ... Weg, den der Lichtstrahl ohne Ablenkung zurücklegen würde

Dabei gilt: $s = 4{,}52$ mm und $s' = 4{,}77$ mm. Außerdem kennt man den Winkel $\gamma = 57°$.

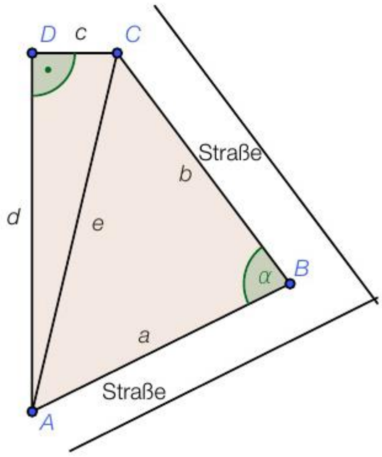
1) Berechnen Sie den stumpfen Winkel δ.

2) Berechnen Sie die Länge der Strecke m.

Vergnügungspark (4) (B_293)

Ein neuer Vergnügungspark wird geplant.

a) Das zur Verfügung stehende viereckige Gelände wird an zwei Seiten durch die geradlinig verlaufenden Straßenstücke a = 486 m und b = 480 m begrenzt. Die beiden anderen Begrenzungslinien (c = 143 m und d) schließen einen rechten Winkel ein. Die Eckpunkte A und C des Geländes sind 621 m voneinander entfernt.



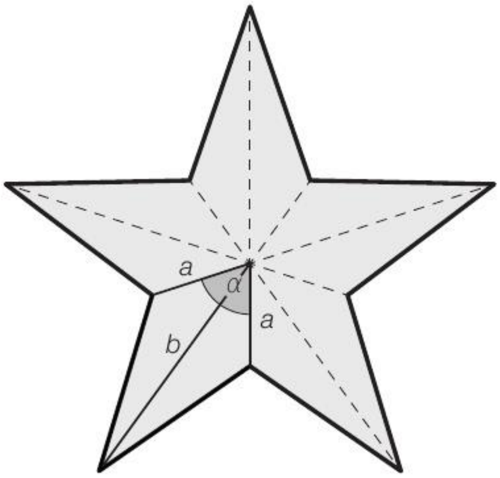
– Berechnen Sie den Winkel α, den die beiden Straßenstücke miteinander einschließen.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A des gesamten Geländes unter Verwendung der gegebenen Größen.

A = ______________________________

Weihnachtsmarkt * (B_479)

b) In der nachstehenden Abbildung ist eine Ausstechform für Lebkuchensterne dargestellt. Es handelt sich dabei um einen regelmäßigen 5-zackigen Stern.



Zur Berechnung der Länge einer Strecke x wird folgender Ausdruck aufgestellt:

$x = \sqrt{a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \cos(\alpha)}$

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Strecke x ein.

Für eine bestimmte Ausstechform gilt:

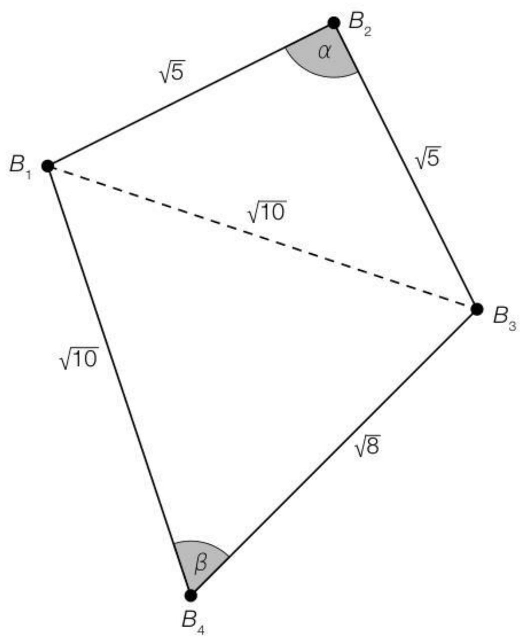
$a = 2$ cm
$b = 5$ cm
$\alpha = 72°$

2) Berechnen Sie den Flächeninhalt eines mit dieser Ausstechform ausgestochenen Lebkuchensterns.

Zebraschnecken * (B_532)

Um das Wanderverhalten von Zebraschnecken zu untersuchen, wird eine Versuchsfläche, auf der solche Schnecken leben, beobachtet.

b) Die nachstehende Abbildung zeigt die Position der Zebraschnecke B an vier aufeinanderfolgenden Tagen. Die Punkte B_1, B_2, B_3 und B_4 sind dabei die Positionen der Zebraschnecke B zu Beginn des 1., 2., 3. bzw. 4. Tages.



1) Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Winkel α ein rechter Winkel ist.

2) Berechnen Sie den Winkel β.