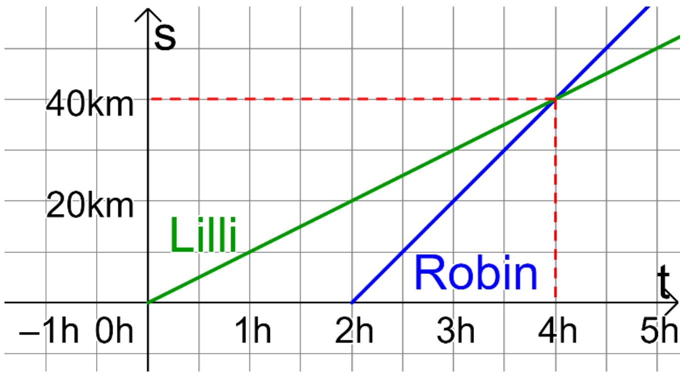
AG2.5 – Lineare Gleichungssysteme

Maturaskript AHS (12 Seiten)

Grundkompetenzen:

- **AG 2.5** lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können



Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof. Tegischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

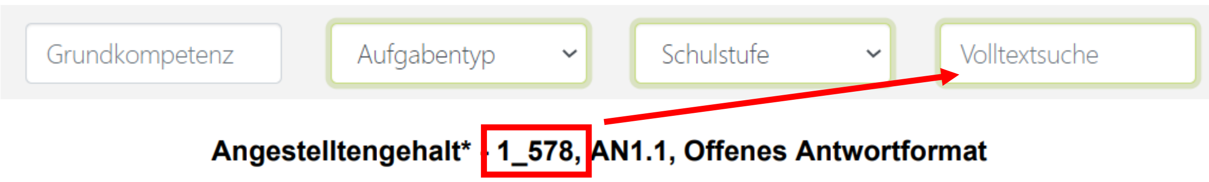
Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben (**Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool**)** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info*: bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, …) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=M
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**" die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.



Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. 1_578) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**" und „**GeoGebra**" erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**" erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	**Weitere Regeln für Lehrpersonen**
▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen. ▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen. ▪ Sie dürfen mein Materialen **NICHT** gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden. ▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden. ▪ Bei einem **Missbrauch** erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	**WICHTIGSTE REGEL:** LehrerInnen dürfen die Materialien in **Ihrem eigenen Unterricht** verwenden: ▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen. ▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben. ▪ Es ist **nicht erlaubt**, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben. ▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

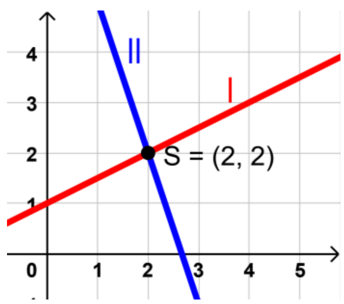
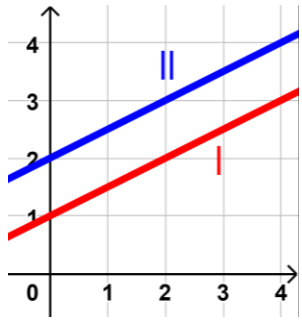
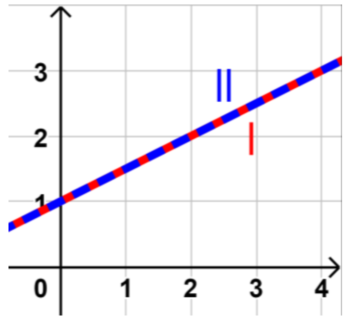
Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

AG2.5 Lineare Gleichungssysteme (Lösungsfälle)

Die Lösungen eines linearen Gleichungssystem sind alle Zahlenpaare $(x|y)$, die beide Gleichungen erfüllen.

- **Eine** Lösung: 1 Zahlenpaar
- **Keine** Lösung: kein einziges Zahlenpaar
- **Unendlich** viele Lösungen: unendlich viele Zahlenpaare

Video

	1. Fall genau 1 Lösung	**2. Fall** keine Lösung	**3. Fall** unendlich viele Lösungen
Beispiel:	$I: y = 0{,}5x + 1$ $II: y + 3x = 8$ Lineare unabhängige Gleichungen	$I: 2y - x = 2$ $II: 2y - x = 4$ <u>widersprüchlich</u>	$I: 2y - x = 2$ $II: 4y - 2x = 4$ I ist ein Vielfaches von II (linear abhängig)
Einsetzungs-, Additions- und Gleichsetzungsverfahren	$x = 2$ und $y = 2$	Falsche Aussage wie z.B. $0 = 2$	Eine wahre Aussage wie z.B. $0 = 0$
Graphisches Verfahren:			
Lösungen:	Genau eine Lösung: $x = 2$ und $y = 2$	Keine Lösung	Unendlich, viele Lösungen z.B. $(0|1); (2|2); (4|3); \dots$
Lösungsmenge:	$L = \{(2|2)\}$	$L = \{\,\}$	$L = \{(x|y)|2y - x = 2\}$

<u>**Vorgehensweise – Lösungsfälle bestimmen**</u>

1. Fall (1 Lösung): Die Variablen **x** und **y** sind keine Vielfachen voneinander. D.h. egal mit welchen Zahlen die Gleichungen ein-multipliziert werden, die Variablen x und y sind in beiden Gleichungen immer <u>verschieden</u>.

2. Fall (Keine Lösung): Die Variablen **x** und **y** müssen bei beiden Gleichungen entweder <u>ident</u> oder <u>Vielfache</u> voneinander sein. Wichtig ist, dass die <u>Lösungszahlen</u> bei den Gleichungen <u>keine</u> <u>Vielfache</u> sind!

3. Fall (Unendlich Viele Lösungen): Die beiden Gleichungen sind <u>Vielfache voneinander</u>. Der Unterschied zum 2.Fall i dass nun auch die Lösungszahlen auch übereinstimmen müssen!

Video

Bsp. 1) Wie viele Lösungen treten bei folgenden Gleichungssystemen auf? (Du brauchst die Lösungsfälle nicht berechnen!)

$I:\ 2x + 3y = 7$ $II:\ 3x + 6y = 9$	$I:\ 2x + 3y = 7$ $II:\ 4x + 6y = 14$	$I:\ 6x + 12y = 7$ $II:\ 3x + 6y = 3$
$I:\ -3x - 2y = -9$ $II:\ 3x + 2y = 9$	$I:\ -4x - 5y = 3$ $II:\ -8x + 10y = 2$	$I:\ -4x - 3y = 7$ $II:\ -8x - 6y = 14$

Bsp. 2) Vervollständige so, dass der gewünschte Lösungsfall eintritt. Gib an, welche Bedingungen für die gegebenen Variablen gelten müssen.

1 Lösung	Keine Lösung	Unendlich viele Lösungen
I: $2x + 3y = 7$ II: $6x + cy = 9$	I: $x - 2y = 3$ II: $-3x + 6y = d$	I: $x + 2y = 7$ II: $4x + 8y = d$
I: $3x + cy = 2$ II: $-12x + 3y = d$	I: $4x + 5y = 3$ II: $cx - 20y = d$	I: $7x + cy = 19$ II: $-14x + 4y = d$
I: $cx - 10y = -10$ II: $3x - 2y = d$	I: $cx - 8y = 16$ II: $4x + 2y = d$	I: $cx - 6y = 12$ II: $4x + y = d$
I: $2x + cy = -1$ II: $10x + 5y = d$	I: $-13x + cy = d$ II: $x - 2y = -3$	I: $-12x + 18y = 60$ II: $2x + cy = d$

Video

Gleichungssystem* - 1_467, AG2.5, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist ein Gleichungssystem aus zwei linearen Gleichungen in den Variablen $x, y \in \mathbb{R}$.

$2x + 3y = 7$
$3x + by = c$ mit $b, c \in \mathbb{R}$

Ermitteln Sie diejenigen Werte für b und c, für die das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat!

$b =$ ______________________________

$c =$ ______________________________

Gleichungssystem* - 1_516, AG2.5, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist ein Gleichungssystem aus zwei linearen Gleichungen in den Variablen $x, y \in \mathbb{R}$:

I: $x + 4 \cdot y = -8$
II: $a \cdot x + 6 \cdot y = c$ mit $a, c \in \mathbb{R}$
Ermitteln Sie diejenigen Werte für a und c, für die das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat!

$a =$ ______________________________

$c =$ ______________________________

Gleichungssystem* - 1_664, AG2.5, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist ein Gleichungssystem aus zwei linearen Gleichungen in den Variablen $x, y \in \mathbb{R}$.

I: $a \cdot x + y = -2$ mit $a \in \mathbb{R}$
II: $3 \cdot x + b \cdot y = 6$ mit $b \in \mathbb{R}$
Bestimmen Sie die Koeffizienten a und b so, dass das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat!

$a =$ ______________________________

$b =$ ______________________________

Gleichungssystem* - 1_881, AG2.5, Halboffenes Antwortformat

Von einem linearen Gleichungssystem mit zwei Gleichungen in den zwei Variablen x und y ist die Gleichung I gegeben.

I: $2 \cdot x + y = 1$

Die Lösungsmenge des Gleichungssystems soll leer sein.

Geben Sie eine passende Gleichung II in x und y an.

II: ______________________________

Lineares Gleichungssystem* - 1_394, AG2.5, Offenes Antwortformat

Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem über der Grundmenge $G = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$:

I: $2x + y = 6$
II: $3x - y = -3$
Geben Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems über der Grundmenge G an!

Lineares Gleichungssystem* - 1_711, AG2.5, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist ein lineares Gleichungssystem in den Variablen x_1 und x_2. Es gilt: $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \text{I: } & 3 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2 = a \\ \text{II: } & b \cdot x_1 + x_2 = a \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Werte der Parameter a und b so, dass für die Lösungsmenge des Gleichungssystems $L = \{(2; -2)\}$ ist.

$a =$ ______________________________

$b =$ ______________________________

Schulsportwoche* - 1_832, AG2.5, 2 aus 5

Für eine Schulsportwoche bucht eine Schule in einem Jugendgästehaus x Vierbettzimmer und y Sechsbettzimmer. Alle gebuchten Zimmer werden vollständig belegt.
Die Buchung kann durch das nachstehende Gleichungssystem beschrieben werden.

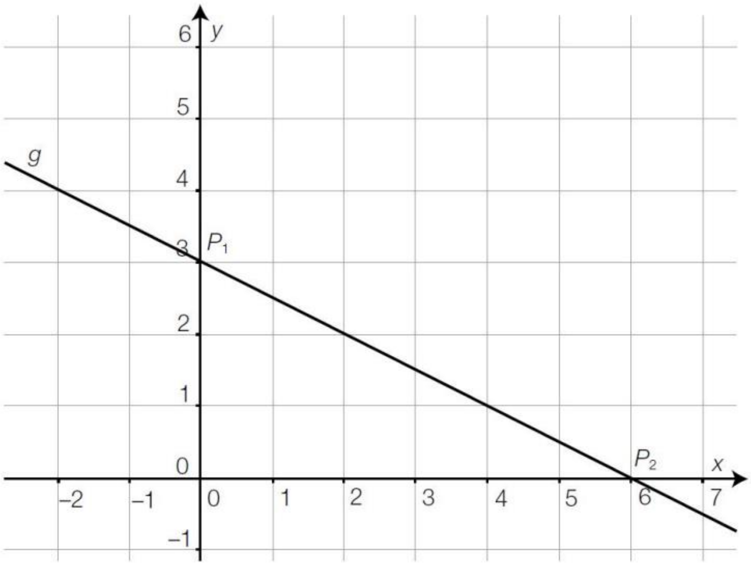
I: $4 \cdot x + 6 \cdot y = 56$
II: $x + y = 12$

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Es werden genau 4 Vierbettzimmer und genau 6 Sechsbettzimmer gebucht.	☐
Es werden weniger Vierbettzimmer als Sechsbettzimmer gebucht.	☐
Es werden genau 12 Zimmer gebucht.	☐
Es werden Betten für genau 56 Personen gebucht.	☐
Es werden genau 10 Zimmer gebucht.	☐

Gleichungssystem* - 1_444, AG2.5, Lückentext

Eine Teilmenge der Lösungsmenge einer linearen Gleichung wird durch die nachstehende Abbildung dargestellt. Die durch die Gleichung beschriebene Gerade g verläuft durch die Punkte P_1 und P_2, deren Koordinaten jeweils ganzzahlig sind.



Die lineare Gleichung und eine zweite lineare Gleichung bilden ein lineares Gleichungssystem.

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Hat die zweite lineare Gleichung die Form ______①______, so ______②______.

①	
$2x + y = 1$	☐
$x + 2y = 8$	☐
$y = 5$	☐

②	
hat das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen	☐
ist die Lösungsmenge des Gleichungssystems $L = \{(-2\|4)\}$	☐
hat das Gleichungssystem keine Lösung	☐

Textaufgaben

Passende Textaufgaben können mit Hilfe von Linearen Gleichungssystemen gelöst werden. Folgende Vorgehensweise ist wichtig:

1. Textaufgabe in die Sprache der Mathematik übersetzen – WICHTIG: Variablen festlegen und Bedeutung beschreiben.
2. Zwei lineare Gleichungen in zwei Variablen aus den gegebenen Informationen aufstellen (=Gleichungssystem)
3. Gleichungssystem mit einem Lösungsverfahren lösen
4. Antwort

Video

Typ 1 – Zahlenrätsel

Musterbeispiel: Die Summe zweier Zahlen ist 24. Die Differenz von der ersten Zahl mit dem Vierfachen der zweiten Zahl beträgt 4. Wie lauten die beiden Zahlen? Löse mit einem linearen Gleichungssystem.	
Schritt 1: Bedeutung der Variablen	Zahl 1: **x** Zahl 2: **y**
Schritt 2: Gleichungssystem aufstellen	**Information 1:** Die Summe zweier Zahlen ist 24 $\text{I}: \; x + y = 24$ **Information 2:** Die Differenz von der ersten Zahl mit dem Vierfachen der zweiten Zahl beträgt 4. $\text{II}: \; x - 4y = 4$
Schritt 3: Gleichungssystem lösen	**Einsetzungsverfahren** $\text{I}: \; x + y = 24 \; \rightarrow \; x = 24 - y$ $\text{II}: \; x - 4y = 4$ $in \; \text{II} \; einsetzen: \; (24 - y) - 4y = 4$ $24 - 5y = 4 \quad \vert - 24$ $-5y = -20 \quad \vert : (-5)$ $\boldsymbol{y = 4}$ $y = 4 \; in \; \text{I} \; einsetzen: \boldsymbol{x = 24 - 4 = 20}$ $Probe \; in \; \text{II}: \; 20 - 4 \cdot 4 = 4$ $20 - 16 = 4$ $4 = 4 \; w.A.$
Schritt 4: Antwort	Die erste Zahl ist 20. Die zweite Zahl ist 4.

Video

Bsp. 3) Löse die Textaufgabe mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems in zwei Variablen. Schreibe eine Antwort.

- **a.** Die Summe zweier Zahlen beträgt 22. Die Differenz von der größeren mit der kleineren Zahl ist 12. Wie lauten die beiden Zahlen?
- **b.** Die Summe vom 10-fachen der ersten Zahl und 12-fachen der zweiten Zahl beträgt 130. Die Summe vom 3-fachen der ersten Zahl und 4-fachen der zweiten Zahl beträgt 43. Wie lauten die beiden Zahlen?
- **c.** Die Summe zweier Zahlen ist 51. Eine Zahl ist um 25 größer als die andere Zahl. Wie lauten die beiden Zahlen?
- **d.** Die Summe vom Doppelten der ersten Zahl und Dreifachen der zweiten Zahl ist 430. Die Differenz vom Dreifachen der ersten Zahl und der zweiten Zahl ist 150.

e. Eine Zahl ist viermal so groß wie die andere. Zusammen ergeben ist 500. Welche Werte nehmen die beiden Zahlen an?

f. Das Sechsfache der ersten Zahl ist genauso groß wie das Doppelte der zweiten Zahl. Zusammen ergeben das Sechsfache der ersten Zahl und das Doppelte der zweiten Zahl 240. Wie lauten die Zahlen?

Typ 2 – Alltagsaufgaben

Bsp. 4) Löse die Textaufgabe mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems in zwei Variablen. Schreibe eine Antwort.

Video

a. Robin und Mark haben insgesamt 18 T-Shirts für ein Klassentreffen um insgesamt 286 € gekauft. Dabei haben sie ausschließlich rote (15 €) und blaue (17 €) T-Shirts gekauft. Wie viele blaue bzw. rote T-Shirts haben sie jeweils gekauft?

SCAN MICH

b. Folgende Süßigkeiten stehen an einem Verkaufsladen zur Auswahl:

Chips um 2,40 € pro Packung
Mannerschnitten um 1,50 € pro Packung

Ein Familienvater macht einen Großeinkauf und kauft gesamt 20 Packungen für 34,50 €. Wie viele Packungen Chips bzw. Mannerschnitten hat er eingekauft?

c. Elias fährt am liebsten in den Wiener Prater. An diesem Tag möchte er mit nur zwei Attraktionen fahren:

Achterbahn: 5€ pro Fahrt
Geisterbahn: 3€ pro Fahrt

An diesem Tag hat Elias 53 € ausgegeben. Insgesamt ist er 13 mal gefahren. Wie oft ist Elias mit der Achterbahn bzw. Geisterbahn gefahren?

d. Marlene kauft für eine Feier 20 Liter Wasser und 10 Liter Apfelsaft. Ein Liter Apfelsaft ist um 1 € teurer als ein Liter Wasser. Insgesamt gibt sie 25 € aus. Berechne den Preis für ein Liter Apfelsaft und für 1 Liter Wasser.

e. Am Ende des Schuljahres geht Prof. Tegischer mit seinen 25 Schülerinnen und Schülern Eis essen. An diesem besonderen Tag isst jede Schülerin bzw. jeder Schüler zwei oder drei Kugeln Eis. Insgesamt 53 Kugel bestellen die Jugendlichen. Wie viele Kinder essen zwei bzw. drei Kugeln Eis?

Video

SCAN MICH

f. An einer Bar können Obst-Smoothies mit einem Fruchtanteil zwischen 20% und 80% gekauft werden. Die Kundinnen bzw. Kunden können den Fruchtanteil im Smoothie selbst wählen. Um das Endprodukt zu erhalten, werden zwei Smoothies miteinander vermischt. Ein Smoothie hat einen Fruchtanteil von 20 %, der andere 80%.
Robert möchte einen 0,5 Liter Smoothie mit einem Fruchtanteil von 40% bekommen. Wie viele Liter der beiden Sorten sind dafür nötig?

g. Bei einem Experiment soll eine 5-Liter Salzlösung mit 20 % Salzgehalt hergestellt werden. Dazu werden x Liter einer 10 %-igen Salzlösung und y Liter einer 50 %-igen Salzlösung vermischt. Wie viel Liter der 10%-igen und 50 %-igen Lösung werden jeweils benötigt?

h. In einem Hotel gibt es 30 Zimmer, die in Zwei- oder Vierbettzimmer unterteilt werden. Insgesamt können 102 Gäste untergebracht werden. Wie viele Zwei- bzw. Vierbettzimmer gibt es?

Typ 3 – Geometrie

Bsp. 5) Löse die Textaufgabe mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems in zwei Variablen. Schreibe eine Antwort.

Video

Video

a. Der Umfang eines rechteckigen Grundstücks beträgt 200 Meter. Die Länge ist um 40 Meter größer als die Breite. Berechne die Länge und Breite des Grundstücks.

b. Verlängert man in einem rechtwinkligen Dreieck eine Kathete um 3 cm und verkürzt die andere um 1 cm, so wird der Flächeninhalt um 2 cm² größer. Das Hypotenusenquadrat (Kathete² + Kathete²) ist um 48 cm² beim neuen Dreieck größer. Mache dir eine Tabelle. Berechne die Seitenlängen des ursprünglichen Dreiecks.

c. Verlängert man bei einer Raute die Diagonale e um 6 cm und verkürzt die Diagonale f auch um 6 cm, so verringert sich der Flächeninhalt um 18 cm². Verkürzt man jedoch die Diagonale e um 2 cm und verlängert die Diagonale f um 4 cm, so wird der Flächeninhalt gegenüber der ursprünglichen Raute um 4 cm² größer. Berechne die Längen der Diagonalen der ursprünglichen Raute. Mache dir eine Tabelle.

Typ 4 – Bewegungsaufgaben

Zusammenhang zwischen Weg, Zeit und Geschwindigkeit

$$s = v \cdot t$$

Zurückgelegter Weg = mittlere Geschwindigkeit MAL benötigte Zeit

ACHTUNG: Einheiten!!

Option 1: Gemeinsamer Startpunkt – Verschiedene Startzeit

Lilli fährt um 08:00 Uhr mit dem Fahrrad mit 10 km/h von Wien Richtung St. Pölten los. Zwei Stunden später folgt ihr Freund Robin mit 20 km/h.

Um wie viel Uhr holt Robin seine Freundin Lilli ein? Nach wie vielen Kilometern passiert dies?

Video

Schritt 1: Tabelle

	Geschwindigkeit	Zeit	Weg
Lilli	10 km/h	t_{Lilli}	$s = 10 \cdot t_{Lilli}$
Robin	20 km/h	t_{Robin}	$s = 20 \cdot t_{Robin}$

Schritt 2: Gleichungssystem aufstellen

- Information 1: Robin fährt zwei Stunden später weg als Lilli (d.h. Lilli fährt 2h länger)

$$\text{I}: \ t_{Lilli} = t_{Robin} + 2$$

- Information 2: Der Weg bis zum Treffpunkt der beiden ist gleich lang.

$$Weg_{Lilli} = Weg_{Robin}$$
$$\text{II}: \ 10 \cdot t_{Lilli} = 20 \cdot t_{Robin}$$

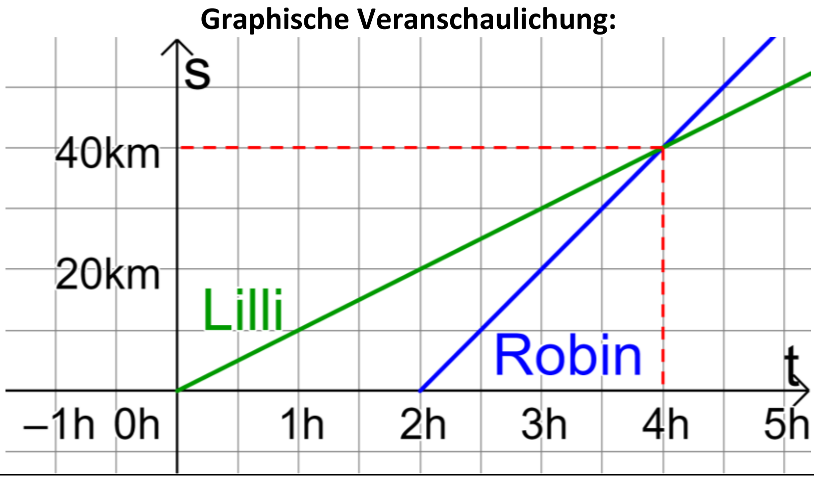
Schritt 3: Gleichungssystem lösen (Einsetzungsverfahren)

Setzt $t_{Lilli} = t_{Robin} + 2$ in die zweite Gleichung ein:

$$10 \cdot (t_{Robin} + 2) = 20 \cdot t_{Robin}$$
$$10 \cdot t_{Robin} + 20 = 20 \cdot t_{Robin} \quad | -10 \cdot t_{Robin}$$
$$20 = 10 \cdot t_{Robin} \quad |:10$$
$$2 = t_{Robin} \quad \rightarrow \quad t_{Lilli} = 4$$

Zurückgelegter Weg (Berechnung über Lilli und Robin möglich): $s = 10 \cdot 4 = 20 \cdot 2 = 40\ km$

Um 12 Uhr und nach 40 km Radweg treffen sich Robin und Lilli.

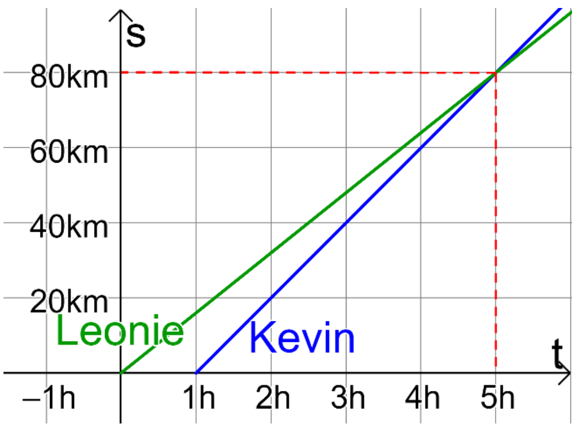


Bsp. 6) Veranschauliche die Textaufgabe mit einer Tabelle und erstelle ein Gleichungssystem. Löse die Aufgabe und schreibe eine Antwort. Löse die Aufgabe auch graphisch.

Video

a. Markus ist Frühaufsteher und fährt um 7 Uhr mit dem Fahrrad von Hartberg Richtung Graz mit einer Geschwindigkeit von 20 km/h los. Eine Stunde später fährt Max mit 30 km/h. Wann und nach welchem Weg treffen die beiden aufeinander?
b. Beim Triathlon-Training startet Arnold mit 8 km/h um 06:00 Uhr seinen Ultra-Ausdauer-Lauf. Drei Stunden später fährt ihm seine Frau, Michaela, mit dem Fahrrad mit 32 km/h nach. Um wie viel Uhr treffen die beiden aufeinander? Wie viele Kilometer hat Arnold bei seinem Trainingslauf absolviert?
c. Beim Training auf eines 400m-Laufes läuft Martin mit 28,8 km/h los. Zwei Sekunden später startet Johannes 32,4 km/h. Nach wie vielen Sekunden und nach welcher Distanz trifft Johannes auf Martin? Wie lange benötigt Martin für den 400m Lauf?
Tipp: Rechne die Geschwindigkeit in m/s um.
d. Matteo geht den Franziskusweg um 08:00 Uhr mit einer Geschwindigkeit von 6 km/h los. Robert folgt ihm zwei Stunden später mit einer Geschwindigkeit von 8 km/h. Matteo möchte so lange gehen, bis Robert ihn einholt. Um wie viel Uhr geschieht dies? Wie lange sind sie bis dorthin unterwegs?
e. Rudolf fährt um 22:00 Uhr mit seinem Auto mit 80 km/h von Wien Richtung Salzburg. Eine Stunde später folgt ihm seine Frau mit 120 km/h. Um welche Uhrzeit und wie weit entfernt von Wien hat seine Frau Rudolf eingeholt?

Bsp. 7) Kevin und Leonie absolvieren ihr Radtraining und fahren zu unterschiedlichen Zeiten von ihrem Zuhause weg. Leonie startet um 11:00 Uhr.
Gegeben ist das Zeit-Weg-Diagramm von Kevin und Leonie.



a. Welche Informationen erhältst du aus der Graphik?

b. Mit welcher durchschnittlichen Geschwindigkeit ist Leonie bzw. Kevin beim Training unterwegs?

Option 2: Verschiedene Startpunkte – Aufeinander-Zufahren

Sarah und Marie wohnen exakt 11 km voneinander entfernt. Die beiden Freundinnen haben sich verabredet. Um 10:00 Uhr spaziert Sarah mit 5 km/h in Richtung Marie's Haus los. Marie macht sich mit 6 km/h zur selben Zeit auf den Weg. Um wie viel Uhr und wie viele Kilometer entfernt von Marie's Haus treffen sich die beiden?

Schritt 1: Tabelle

	Geschwindigkeit	Zeit	Weg
Sarah	5 km/h	t_{Lilli}	$s = 5 \cdot t_{Sarah}$
Marie	6 km/h	t_{Robin}	$s = 6 \cdot t_{Marie}$

Video

Schritt 2: Gleichungssystem aufstellen

- **Information 1:** Marie und Sarah starten zur selben Zeit.

$$\text{I}: \; t_{Sarah} = t_{Marie}$$

- **Information 2:** Bis zum Treffpunkt wird der gesamte Weg in Summe einmal zurückgelegt. Sarah geht einen Teil der 11 km, Marie den restlichen. Zählt man beide Wegstrecken zusammen, erhält man 11 km.

$$Weg_{Sarah} + Weg_{Marie} = 11\,km$$
$$\text{II}: \; 5 \cdot t_{Sarah} + 6 \cdot t_{Marie} = 11$$

Schritt 3: Gleichungssystem lösen (Einsetzungsverfahren)
Setzt $t_{Sarah} = t_{Marie}$ in die zweite Gleichung ein:

$$5 \cdot t_{Marie} + 6 \cdot t_{Marie} = 11$$
$$11 \cdot t_{Marie} = 11 \quad |:11$$
$$t_{Marie} = 1h \quad \rightarrow \quad t_{Sarah} = 1h$$

Zurückgelegter Weg von Marie: $s = 6 \cdot 1 = 6\,km$

Um 11 Uhr treffen sich Marie und Sarah. Marie ist 6 km gegangen, Sarah 5 km.

Bsp. 8) Veranschauliche die Textaufgabe mit einer Tabelle und erstelle ein Gleichungssystem. Löse die Aufgabe und schreibe eine Antwort.

a. Die zwei besten Freund Mick und Johannes wohnen 70 km voneinander entfernt. Um 10 Uhr fährt Mick mit 20 km/h Johannes entgegen. Johannes startet mit 30 km/h in Mick's Richtung erst eine Stunde später. Um wie viel Uhr treffen sich die beiden? Wie viele Kilometer ist jeder von ihnen gefahren?
b. Leonie und Michelle wohnen 300 km voneinander entfernt. Um 03:00 Uhr in der Nacht fahren Leonie (140 km/h) und Michelle (120 km/h) mit ihren Autos einander zu. Um wie viel Uhr treffen sich die beiden?

Video

c. Andre läuft mit 15 km/h zu seinem 4 km entfernten Elternhaus. Sein Vater geht ihm gleichzeitig mit 5 km/h entgegen. Berechne, nach wie vielen Minuten sich die beiden treffen.
d. Die beiden Kinder Lisa und Theresa wohnen 1200 m voneinander entfernt. Mit ihren Eltern spazieren sie jeweils zur selben Zeit los, um sich auf halber Strecke zu treffen. Beide Gruppen bewegen sich mit 3,6 km/h fort. Wie lange dauert es, bis sich die Gruppen treffen?
e. Zwei Städte A und B in Amerika sind durch einen 600 km langen Highway miteinander verbunden. Jack fährt um 12:00 Uhr in der Stadt A mit einem mittleren Tempo von 100 km/h in Richtung B los. Seine Freundin Inka fährt erst 3 Stunden später mit einer Geschwindigkeit von 80 km/h von Stadt B in Richtung A los. Um wie viel Uhr treffen sich die beiden? Wie viele Kilometer sind sie jeweils gefahren?

Apfelsaft und Orangensaft* (1_1294) - AG2.5 - Halboffenes Antwortformat

Bei einer Veranstaltung werden als Getränke ausschließlich Apfelsaft und Orangensaft in Bechern zum Verkauf angeboten.
Insgesamt werden bei dieser Veranstaltung 375 Becher verkauft, davon a Becher Apfelsaft zu je € 0,80 und b Becher Orangensaft zu je € 1,00.
Der dabei erzielte Verkaufserlös beträgt € 339,00.

Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von a und b.

I: ____

II: ____

Futtermittel* (1_563) - AG2.5 - Halboffenes Antwortformat

Ein Bauer hat zwei Sorten von Fertigfutter für die Rindermast gekauft.
Fertigfutter A hat einen Proteinanteil von 14 %, während Fertigfutter B einen Proteinanteil von 35 % hat.
Der Bauer möchte für seine Jungstiere 100 kg einer Mischung dieser beiden Fertigfutter-Sorten mit einem Proteinanteil von 18 % herstellen. Es sollen a kg der Sorte A mit b kg der Sorte B gemischt werden.

Geben Sie zwei Gleichungen in den Variablen a und b an, mithilfe derer die für diese Mischung benötigten Mengen berechnet werden können!

1. Gleichung: ____

2. Gleichung: ____

Smoothie* (1_1270) - AG2.5 - Offenes Antwortformat

Der Vitamin-C-Gehalt von Schwarzen Johannisbeeren beträgt durchschnittlich 177 mg pro 100 g, der Vitamin-C-Gehalt von Kiwis beträgt durchschnittlich 46 mg pro 100 g.

Für einen Smoothie sollen die beiden Fruchtsorten so gemischt werden, dass man eine Mischung mit insgesamt 75 g erhält, die 100 mg Vitamin C enthält.

Ermitteln Sie die Menge an Schwarzen Johannisbeeren (in g) und die Menge an Kiwis (in g), die für diesen Smoothie gemischt werden müssen.

Maturaball* (2_105)

a) Für einen Maturaball werden Karten im Vorverkauf und an der Abendkassa angeboten. Im Vorverkauf kostet jede Karte € 20. An der Abendkassa kostet jede Karte um 10 % mehr.

Insgesamt wurden 640 Karten um einen Gesamtpreis von € 13.240 verkauft.

Es werden folgende Bezeichnungen gewählt:

x ... Anzahl der im Vorverkauf verkauften Karten
y ... Anzahl der an der Abendkassa verkauften Karten

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von x und y.

Vitamin C* (2_116)

Vitamin C erfüllt viele wichtige Aufgaben im menschlichen Körper.

b) Ein Getränkehersteller möchte Fruchtsaft so in Flaschen abfüllen, dass jede Flasche 100 mg Vitamin C enthält.

Es stehen zur Verfügung:

- Birnensaft mit 20 mg Vitamin C pro 100 ml
- Orangensaft mit 35 mg Vitamin C pro 100 ml
- Mischungen aus diesen beiden Säften

Emine behauptet, dass der Vitamin-C-Gehalt von 100 mg bei Flaschen mit einem Fassungsvermögen von 250 ml nicht erreicht werden kann.

1) Begründen Sie, warum Emines Behauptung richtig ist.

Die zur Verfügung stehenden Fruchtsäfte werden so gemischt, dass 350 ml Saft genau 100 mg Vitamin C enthalten.

2) Ermitteln Sie, wie viele Milliliter Birnensaft mit wie vielen Millilitern Orangensaft dafür gemischt werden müssen.