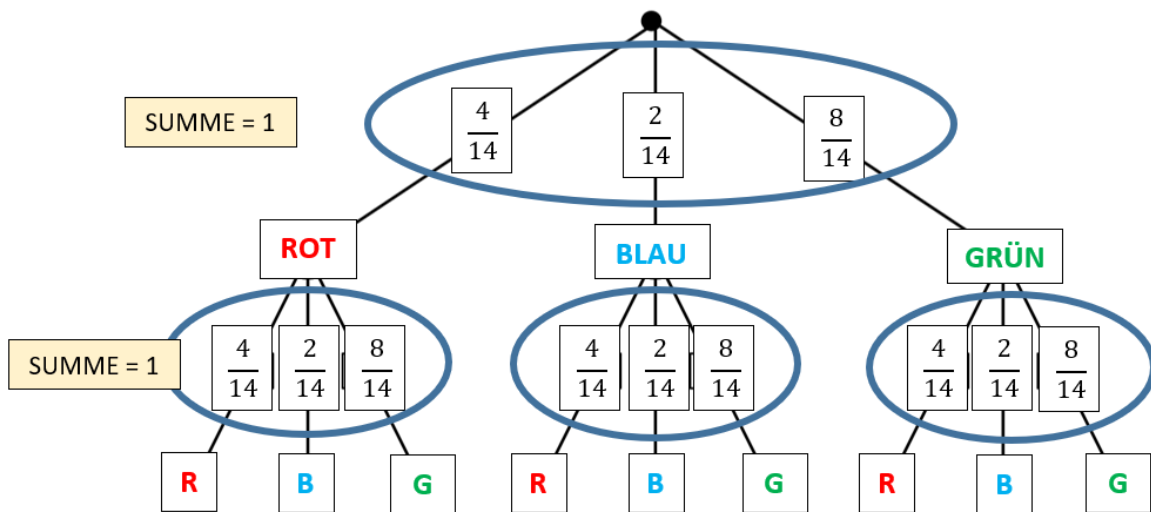


5.4 Mehrstufige Zufallsexperimente

Maturaskript BHS – Teil A (16 Seiten)

Grundkompetenzen:

- 5.4 mehrstufige Zufallsexperimente („Ziehen mit/ohne Zurücklegen“) mit Baumdiagrammen modellieren, Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Pfadregeln (Additions- und Multiplikationssatz) berechnen und Baumdiagramme interpretieren und damit argumentieren

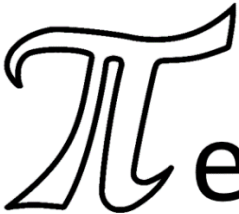


Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof.  egischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben** (Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool) gelöst werden, um das Erlernete zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info: *bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, ...) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): <https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/>
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

- 1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: <https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM>
- 2) Gib im Feld „**Volltextsuche**“ die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. A_263) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**“ und „**GeoGebra**“ erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**“ erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	Weitere Regeln für Lehrpersonen
<ul style="list-style-type: none">▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen.▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen.▪ Sie dürfen mein Materialen NICHT gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden.▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden.▪ Bei einem Missbrauch erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	<p>WICHTIGSTE REGEL: LehrerInnen dürfen die Materialien in Ihrem eigenen Unterricht verwenden:</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen.▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben.▪ Es ist nicht erlaubt, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben.▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

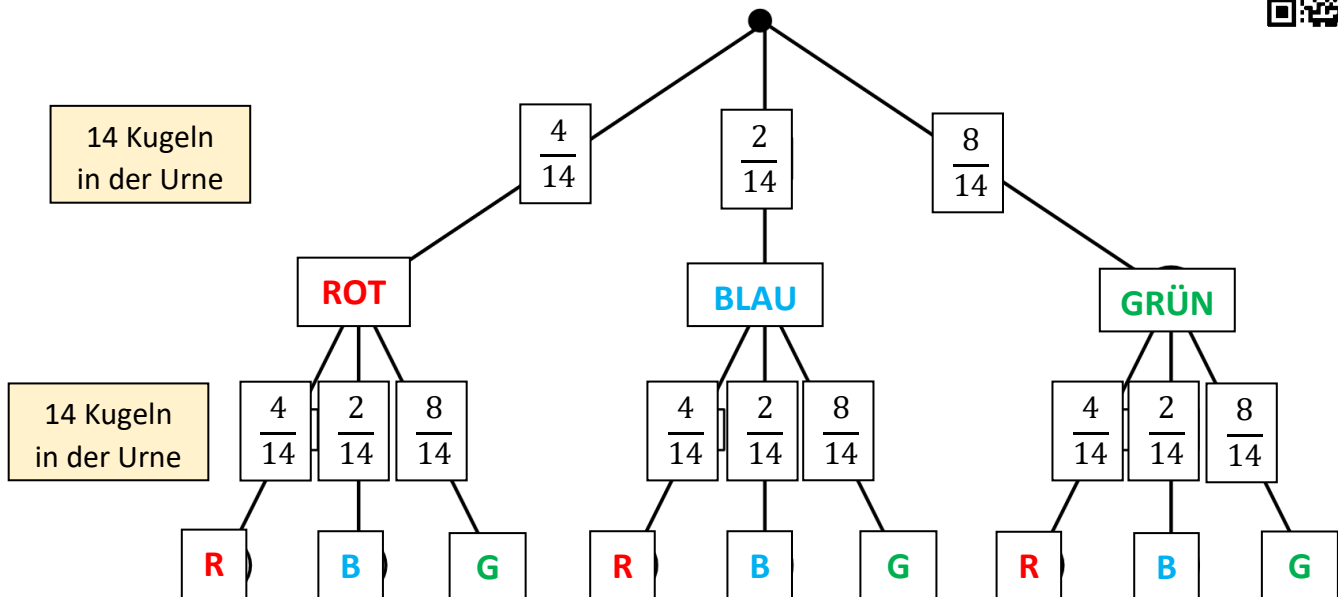
BHS Teil A 5.4 – Mehrstufige Zufallsexperimente

1. Mehrstufige Zufallsversuche mit Baumdiagrammen modellieren

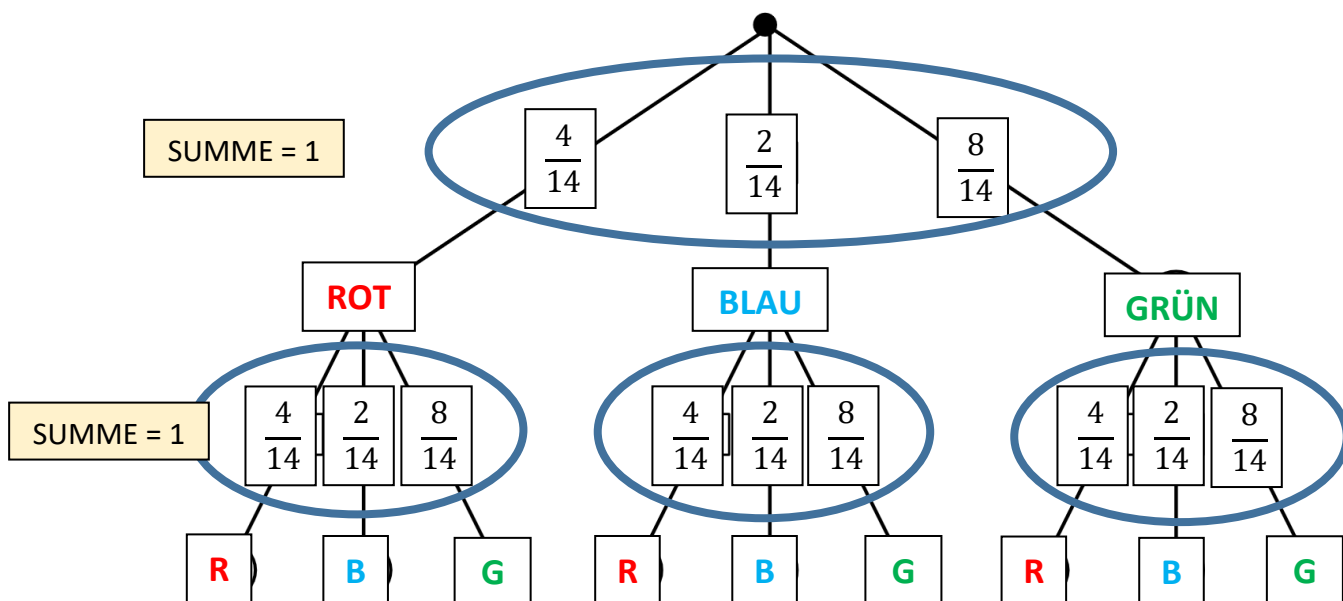
Video

Beispiel: In einer Urne sind vier rote Kugeln, zwei blaue Kugeln und 8 grüne Kugeln.

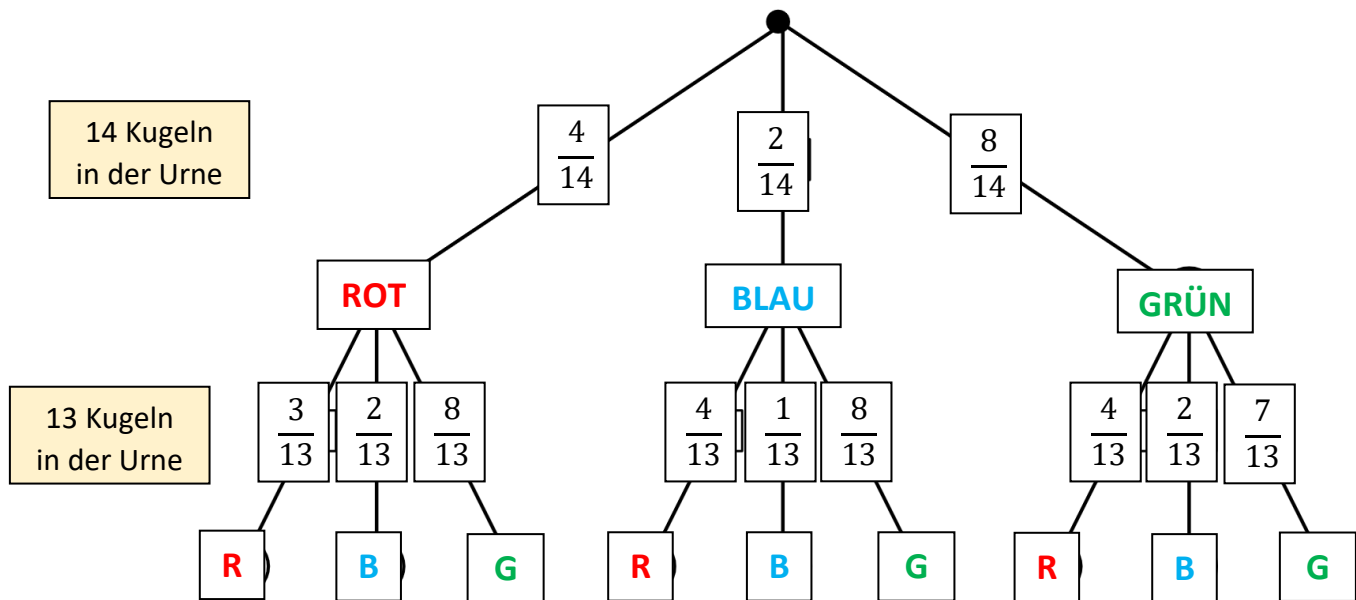
- a. Skizziere ein Baumdiagramm beim Ziehen von zwei Kugeln **mit Zurücklegen** (Wahrscheinlichkeiten bleiben gleich).



Bemerkung: Die Summe aller Verzweigungen jedes einzelnen Zweigs muss stets 1 ergeben:



- b. Skizziere ein Baumdiagramm beim Ziehen von zwei Kugeln **ohne Zurücklegen** (Wahrscheinlichkeiten ändern sich, da beim zweiten Ziehen weniger Kugeln sind).

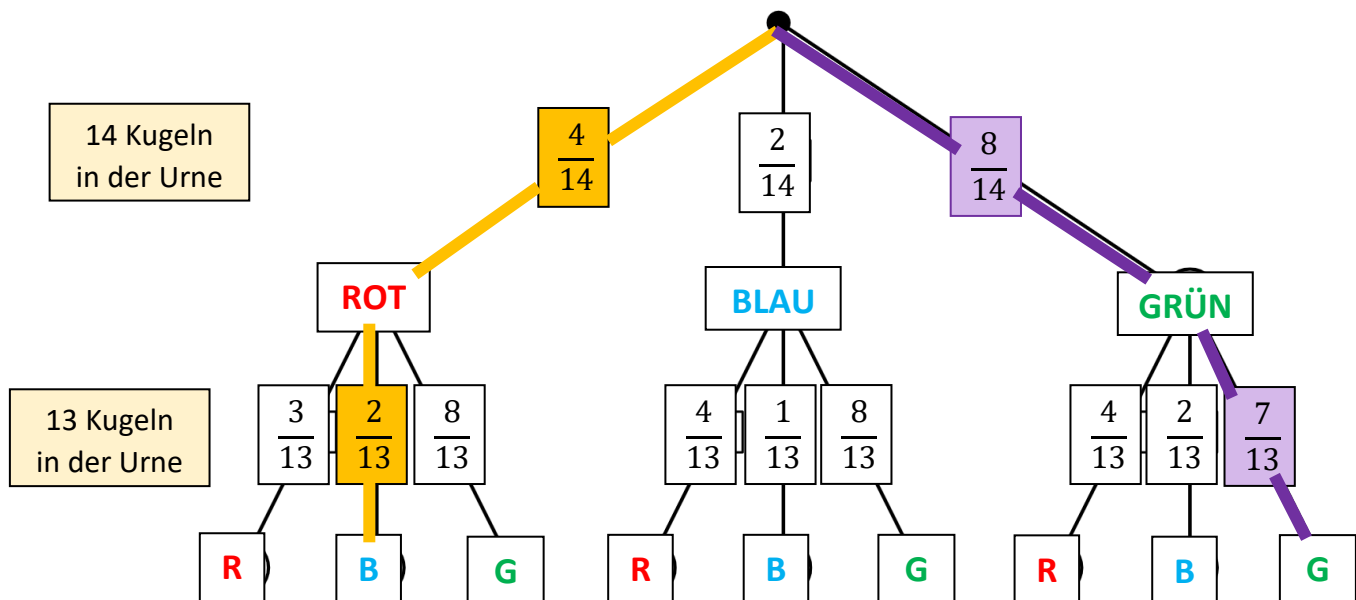


a. Produktregel

Wahrscheinlichkeit eines mehrstufigen Zufallsversuchs = Produkt der Wahrscheinlichkeiten des Pfades

Frage 1: Berechne die Wahrscheinlichkeit, zuerst eine rote Kugel und dann eine blaue Kugel zu ziehen (ohne Zurücklegen).

Frage 2: Berechne die Wahrscheinlichkeit, zwei Mal eine grüne Kugel zu ziehen (ohne Zurücklegen).



Frage 1: $P(\text{rot, blau}) = \frac{4}{14} \cdot \frac{2}{13} = \frac{8}{182} \approx 0,0439 \approx 4,39\%$

Frage 2: $P(\text{grün, grün}) = \frac{8}{14} \cdot \frac{7}{13} = \frac{56}{182} \approx 0,3077 \approx 30,77\%$

Bsp. 1) In einer Urne befinden sich 8 gelbe Kugeln und 5 rote Kugeln. Es wird dreimal aus der Urne gezogen.

Teil 1: Zeichne zwei Baumdiagramme: Ein Baumdiagramm soll das Ziehen der Kugeln **MIT Zurücklegen** darstellen, eines das Ziehen **OHNE Zurücklegen**.

Teil 2: Berechne folgende Wahrscheinlichkeiten. Führe stets zwei Berechnungen durch (mit/ohne Zurücklegen).

- Es wird zuerst eine gelbe, dann eine rote & schließlich noch eine rote Kugel gezogen.
- Es werden nur rote Kugeln gezogen.
- Es werden keine roten Kugeln gezogen.

Bsp. 2) In einer Urne befinden sich 12 braune Murmeln, 23 rote Murmeln und 10 violette Murmeln. Es wird zweimal aus der Urne gezogen.

Teil 1: Zeichne zwei Baumdiagramme: Ein Baumdiagramm soll das Ziehen der Murmeln **MIT Zurücklegen** darstellen, eines das Ziehen **OHNE Zurücklegen**.

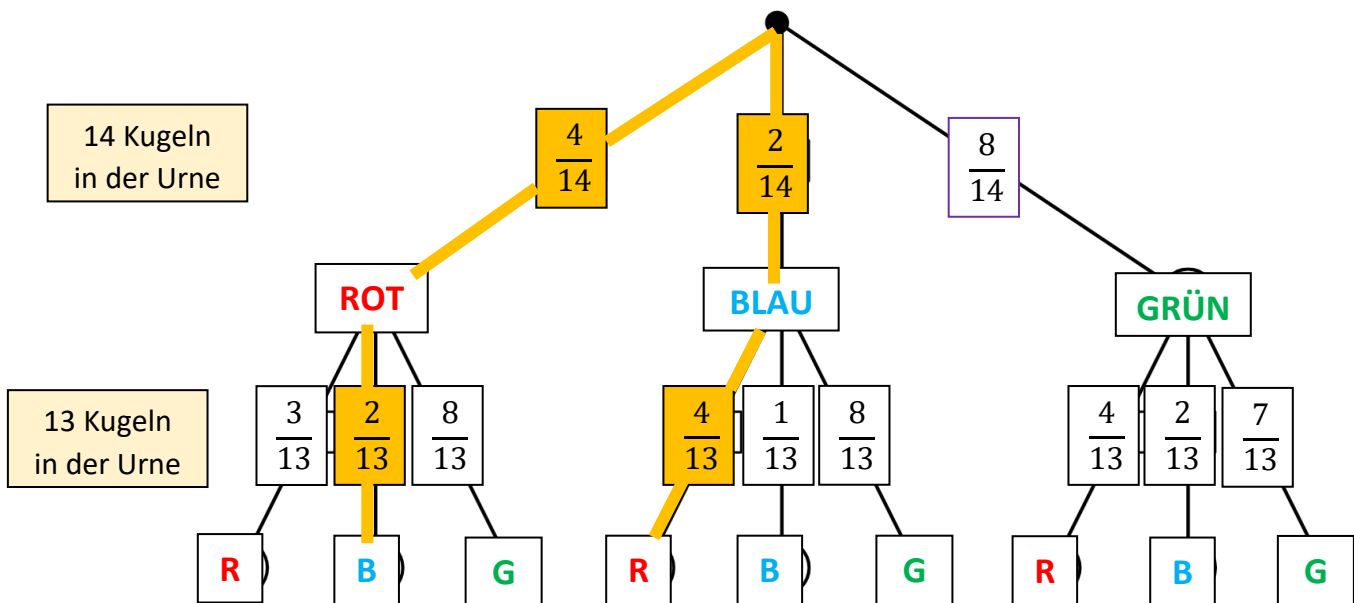
Teil 2: Berechne folgende Wahrscheinlichkeiten. Führe stets zwei Berechnungen durch (mit/ohne Zurücklegen).

- Es wird zuerst eine braune & dann eine violette Murmel gezogen.
- Es werden nur violette gezogen.
- Es werden keine braunen und keine violetten Kugeln gezogen.

b. Summenregel

Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses eines mehrstufigen Zufallsversuchs = Summe der Wahrscheinlichkeiten aller passenden Pfade im Baumdiagramm

Frage: Berechne die Wahrscheinlichkeit, genau eine blaue und eine rote Kugel zu ziehen (ohne Zurücklegen).



Bemerkung: Das Ereignis gibt vor, bei zwei Mal Ziehen genau eine rote und eine blaue zu bekommen. Betrachtet man das Baumdiagramm, so gibt es zwei mögliche Pfade, die uns dieses Ereignis liefern.

Warum gibt es zwei Pfade? Man kann zuerst rot und dann blau ziehen, aber auch umgekehrt (zuerst blau, dann rot).

Zur Berechnung muss man die Rechenregeln für Baumdiagramme anwenden. Zuerst die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade durch Multiplizieren berechnen (**Produktregel**). Anschließend werden die **erhaltenen Wahrscheinlichkeiten addiert**.

$$P(\text{eine rote Kugel, eine blaue Kugel}) = P(\text{rot, blau}) + P(\text{blau, rot})$$

$$\blacksquare P(\text{rot, blau}) = \frac{4}{14} \cdot \frac{2}{13} = \frac{8}{182} \approx 0,0439$$

$$\blacksquare P(\text{blau, rot}) = \frac{2}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{8}{182} \approx 0,0439$$

$$\rightarrow P(\text{eine rote Kugel, eine blaue Kugel}) = 0,0439 + 0,0439 = 0,0878 = 8,78\%$$

Bsp. 3) In einer Urne befinden sich 4 gelbe Kugeln und 6 rote Kugeln. Es wird dreimal aus der Urne gezogen.

Teil 1: Zeichne zwei Baumdiagramme: Ein Baumdiagramm soll das Ziehen der Kugeln MIT Zurücklegen darstellen, eines das Ziehen OHNE Zurücklegen.

Teil 2: Berechne folgende Wahrscheinlichkeiten. Führe stets zwei Berechnungen durch (mit/ohne Zurücklegen).

- Es werden zwei gelbe und eine rote Kugel gezogen.
- Es werden mindestens zwei gelbe Kugeln gezogen.
- Es wird maximal eine gelbe Kugel gezogen.

Bsp. 4) In einer Klasse mit 18 Schülern sind 6 Mädchen und 12 Jungen. Bei einer Stundenwiederholung wählt der Lehrer nach dem Zufallsprinzip drei verschiedene SchülerInnen aus (Bemerkung: bei der zweiten Wiederholung kann die erste Person nicht mehr drankommen).

Stelle diese Situation mit Hilfe eines **Baumdiagramms** dar.

Berechne folgende Wahrscheinlichkeiten:

- Von drei SchülerInnen ist genau ein Junge dabei.
- Es kommen mindestens zwei Jungen dran.
- Es kommt genau ein Mädchen dran.

Bsp. 5) Bei einer Prüfung werden vier Multiple-Choice Fragen gestellt. Bei jeder Frage gibt es drei Antwortmöglichkeiten. Lorenz hat nichts gelernt und markiert jede Antwort nach Zufall.

Stelle diesen Sachverhalt mit Hilfe eines vierstufigen Baumdiagramms dar. Pro Stufe soll es je zwei Äste mit „RICHTIG“ oder „FALSCH“ geben.

Lorenz besteht, wenn er mehr als die Hälfte der Fragen richtig beantwortet. Berechne die Wahrscheinlichkeit für eine positive Note.

Bsp. 6) Beim Nachtfahrzug von Graz nach St. Anton am Arlberg fahren erfahrungsgemäß ca. ein Achtel aller Fahrgäste ohne gültigem Fahrschein. Drei zufällig gewählte Fahrgäste werden nacheinander kontrolliert. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (unter dieser Annahme!), dass

- alle Fahrgäste einen gültigen Fahrschein haben?
- nur ein Fahrgast einen gültigen Fahrschein besitzt?
- maximal eine Person schwarz fährt?

Bsp. 7) Beim Spiel Mensch-Ärgere-Dich-Nicht möchte Marie wissen, mit welcher Wahrscheinlichkeit sie ihre Spielfigur auf das Spielfeld stellen darf. Beachte dazu die Spielregeln: Beim Einwürfeln hat man drei Versuche, um mit einem Würfel einen Sechser zu bekommen. Bemerkung: Gelingt dir ein Sechser bereits im ersten oder zweiten Versuch, so brauchst du nicht mehr weiterwürfeln. Skizziere die Pfade in einem Baumdiagramm und berechne die gesuchte Wahrscheinlichkeit.

[Video](#)



2. Mehrstufige Zufallsversuche ohne bzw. mit vereinfachten Baumdiagrammen lösen

Wird der Zufallsversuch oft wiederholt, so ist die Darstellung mit Hilfe eines Baumdiagramms : aufwendig. In diesen Fällen ist es sinnvoll, die Aufgabe sich in einem vereinfachten Baumdiagramm zu skizzieren oder die Schritte/Wahrscheinlichkeiten sich im Kopf zu überlegen. Die Rechenregeln für Baumdiagramme werden dabei intuitiv angewendet.

Beispiel: Ein Würfel wird sechs Mal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sechs Mal ein Fünfer kommt.

Lösung: Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mal ein Fünfer kommt ist $\frac{1}{6}$. Bei sechs Würfeln würde dies einem Baumdiagramm mit sechs Stufen entsprechen, wobei wir bei jeder Stufe mit der Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{6}$ einen Fünfer erhalten. Mit Hilfe der Produktregel können wir die Wahrscheinlichkeit berechnen:

$$P(6 \text{ Fünfer}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^6 = 0,0000214 = 0,00214 \%$$

Bsp. 8) In einem Kindergarten wird das Spiel „Mensch-Ärgere-Dich-Nicht“ gespielt. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Robin in den ersten fünf Versuchen keinen Sechser würfelt. Im sechsten Versuch gelingt es ihm. Zeichne ein vereinfachtes Baumdiagramm auf (nur einen Pfad!).

Bsp. 9) Ein Würfel wird fünf Mal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass

- fünf Mal ein Zweier gewürfelt wird.
- Kein einziges Mal eine Primzahl gewürfelt wird.

Bsp. 10) In einer großen Taschenrechner-Lieferung sind von 200 Geräten 10 defekt. Es werden zufällig zehn verschiedene Taschenrechner ausgewählt. Berechne die Wahrscheinlichkeit,

- dass alle ausgewählten Taschenrechner in Ordnung sind.
- dass mindestens ein Taschenrechner defekt ist.

Bsp. 11) In einem Aufgabenpool sind 124 Fragen enthalten. Sarah kann davon aber nur 27 beantworten. Zu einer Prüfung kommen 11 Aufgaben. Berechne die Wahrscheinlichkeit,

- dass Sarah keine Frage bei der Prüfung beantworten kann.
- dass Sarah mindestens eine Frage nicht beantworten kann.

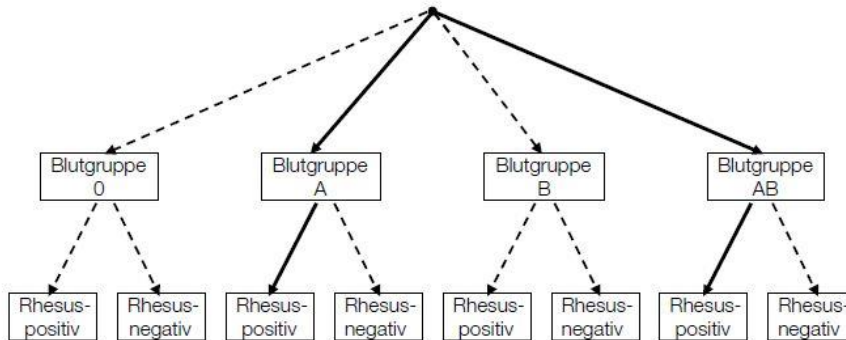
Blutgruppen * (A_243)

Nach Karl Landsteiner unterscheidet man vier Blutgruppen: 0, A, B und AB. Diese kommen in Österreich annähernd mit folgender relativer Häufigkeit vor:

Blutgruppe	0	A	B	AB
relative Häufigkeit	37 %	41 %	15 %	7 %

- c) Zusätzlich wird je nach Vorliegen eines bestimmten Antigens noch zwischen *Rhesus-positiv* und *Rhesus-negativ* unterschieden. 85 % aller Personen in Österreich sind Rhesus-positiv, alle anderen Rhesus-negativ, wobei die Verteilung bei allen Blutgruppen gleich ist.

Im nachstehenden Baumdiagramm sind alle möglichen Fälle für Blutgruppen mit ihrem Rhesusfaktor aufgelistet.



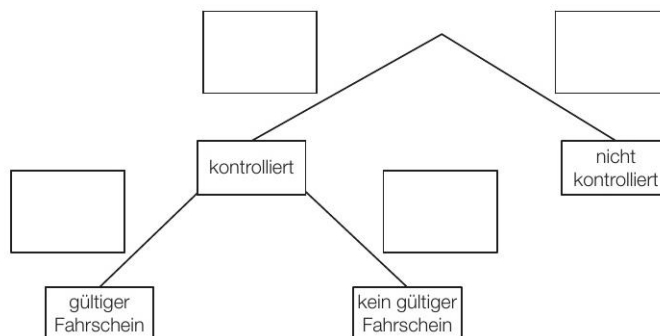
- Vervollständigen Sie das obige Baumdiagramm, indem Sie die Pfeile mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschriften.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person in Österreich die Blutgruppe B Rhesus-negativ hat.
- Beschreiben Sie, welches Ereignis durch die beiden fett gezeichneten (nicht strichlierten) Pfade angegeben wird.

Fahrscheine * (A_133)

- a) Im Jahr 2016 wurden von den Wiener Linien insgesamt 954,2 Millionen Fahrgäste transportiert. Bei 6,6 Millionen Fahrgästen wurden die Fahrscheine kontrolliert. 1,7 % dieser 6,6 Millionen Fahrgäste hatten keinen gültigen Fahrschein.

Das unten stehende Baumdiagramm soll den obigen Zusammenhang veranschaulichen.

- 1) Tragen Sie in diesem Baumdiagramm die fehlenden Wahrscheinlichkeiten ein.



In einem einfachen Modell geht man davon aus, dass diese Wahrscheinlichkeiten auch in den nachfolgenden Jahren gleich bleiben.

- 2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Fahrgast kontrolliert wird und keinen gültigen Fahrschein hat.

Gewitter * (A_071)

- a) In drei verschiedenen Städten – A, B und C – werden am Nachmittag laut Wetterprognose unabhängig voneinander mit folgenden Wahrscheinlichkeiten Gewitter auftreten:

Stadt	A	B	C
Wahrscheinlichkeit für ein Gewitter	50 %	80 %	80 %

- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in mindestens einer der drei Städte kein Gewitter auftreten wird.

Gluecksspiel* (A_282)

Bei einem Glücksspiel werden aus verschiedenen Gefäßen Kugeln zufällig gezogen.

- a) Im ersten Gefäß befinden sich insgesamt a Kugeln. 7 dieser Kugeln sind rot, die anderen Kugeln sind weiß.

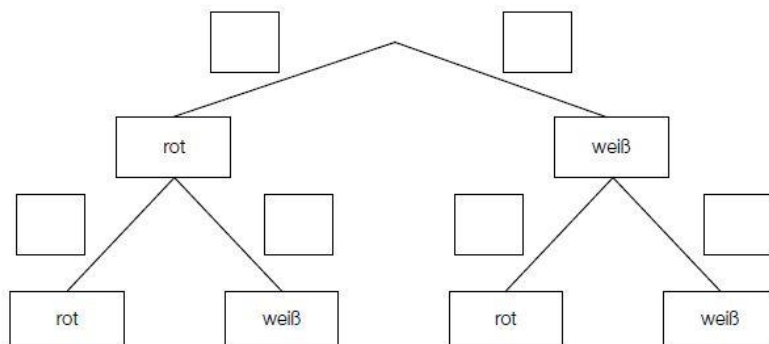
Es wird 1 Kugel aus diesem Gefäß gezogen.

- 1) Erstellen Sie mithilfe von a einen Ausdruck zur Berechnung der folgenden Wahrscheinlichkeit:

$P(\text{„die gezogene Kugel ist weiß“}) =$ _____

Aus diesem Gefäß mit a Kugeln zieht Elena 1 Kugel und legt diese Kugel anschließend in das Gefäß zurück. Dann zieht sie wieder 1 Kugel.

- 2) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



Die Wahrscheinlichkeit, dass Elena 2-mal eine rote Kugel zieht, beträgt 12,25 %.

- 3) Berechnen Sie die Anzahl a .

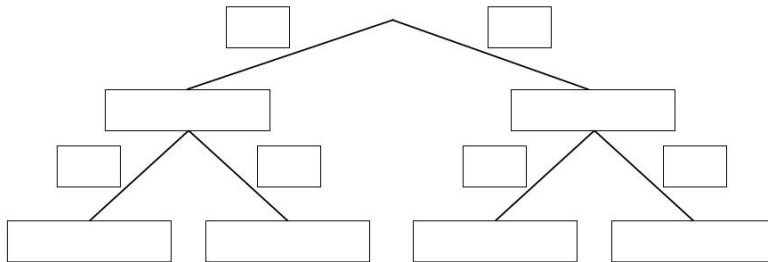
Infusion (2) * (A_312)

Wenn eine Medikamentenlösung als Infusion verabreicht wird, gelangt der Wirkstoff meist über einen Infusionsschlauch und eine Nadel in die Vene.

- d) Im Rahmen einer Studie über die Wirksamkeit eines neuen Medikaments haben 50 % der Personen eine Infusion mit Wirkstoff und die übrigen 50 % der Personen eine Infusion ohne Wirkstoff bekommen.

65 % der Personen, die eine Infusion mit Wirkstoff bekommen haben, verspürten eine Besserung. 55 % der Personen, die eine Infusion ohne Wirkstoff bekommen haben, verspürten ebenfalls eine Besserung.

- 1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. [0/1 P.]



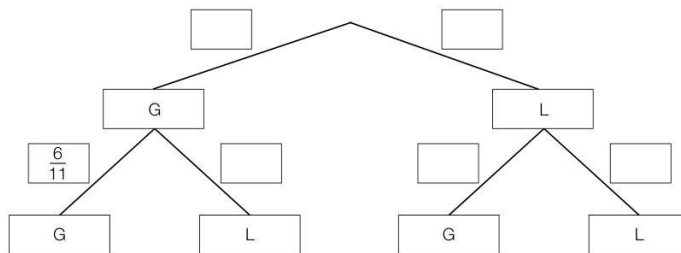
- 2) Beschreiben Sie ein Ereignis A im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$$P(A) = 0,5 \cdot 0,65 + 0,5 \cdot 0,55 \quad [0/1 P.]$$

Kaffeekapseln * (A_325)

- b) In einer Dose liegen insgesamt 12 Kaffeekapseln. Es gibt nur grüne Kaffeekapseln (G) und lilafarbene Kaffeekapseln (L). Peter nimmt zufällig und ohne Zurücklegen 2 Kaffeekapseln aus dieser Dose.

- 1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



- 2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Peter mindestens 1 grüne Kaffeekapsel aus der Dose nimmt.

Kartenspiel * (A_304)

- a) Ein Kartenstapel besteht aus 20 *Diener*-Karten und 10 *Zauber*-Karten. Sabine zieht zufällig ohne Zurücklegen 3 Karten aus diesem Kartenstapel.

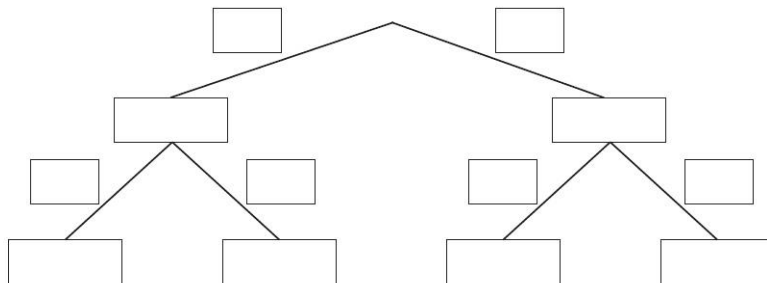
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sabine dabei genau 1 *Zauber*-Karte zieht.

- 2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$$P(E) = 1 - \frac{20}{30} \cdot \frac{19}{29} \cdot \frac{18}{28} = 0,719\dots$$

- b) Lukas wählt für 40 % seiner Spiele eine aggressive Strategie, für die restlichen Spiele wählt er eine defensive Strategie.
 Spiele, für die er eine aggressive Strategie wählt, gewinnt er mit der Wahrscheinlichkeit p .
 Spiele, für die er eine defensive Strategie wählt, gewinnt er mit einer Wahrscheinlichkeit von 54 %.

1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



Die Wahrscheinlichkeit, dass Lukas ein zufällig ausgewähltes Spiel gewinnt, beträgt 53,2 %.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p .

Muenzen (1) * (A_276)

Susi und Markus spielen mit fairen Münzen. Beim Werfen einer fairen Münze treten die beiden Ereignisse „Kopf“ und „Zahl“ jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf.

- a) Susi hat eine Schachtel mit 3 Ein-Euro-Münzen und 5 Zwei-Euro-Münzen.
 Markus hat eine Schachtel mit 2 Ein-Euro-Münzen und 3 Zwei-Euro-Münzen.
 Beide ziehen aus ihrer Schachtel zufällig jeweils 1 Münze.
- 1) Geben Sie diejenigen Möglichkeiten an, die zu einem Gesamtwert von € 3 führen (bei Susi und Markus zusammen).
 - 2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass durch die beiden Ziehungen ein Gesamtwert von € 3 erzielt wird.

Produktion von Rucksaecken * (A_210)

Bei der Produktion von Rucksäcken treten erfahrungsgemäß 3 verschiedene Fehlerarten unabhängig voneinander auf.

$$P(\text{„Nahtfehler“}) = 2 \%$$

$$P(\text{„Reißverschlussdefekt“}) = 3 \%$$

$$P(\text{„Farbfehler“}) = 1 \%$$

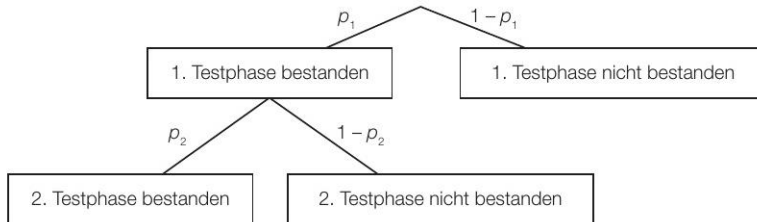
- a) Ein Rucksack wird zufällig ausgewählt und überprüft. Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis E wird mit $P(E) = 0,02 \cdot 0,97 \cdot 0,99$ berechnet.
 – Geben Sie ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit so berechnet wird.
- b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Rucksack mindestens 1 dieser 3 Fehlerarten aufweist.
 – Erklären Sie, warum die Berechnung mittels Gegenwahrscheinlichkeit hier weniger aufwendig ist.

Psi-Tests * (A_291)

Seit vielen Jahren hat die GWUP (Gesellschaft zur wissenschaftlichen Untersuchung von Parawissenschaften e. V.) ein Preisgeld für den Nachweis einer paranormalen (übersinnlichen) Fähigkeit ausgeschrieben. Die behaupteten Fähigkeiten einer Versuchsperson werden dabei mit verschiedenen Tests überprüft.

- c) Sollte eine Versuchsperson die 1. Testphase bestehen, so muss die Versuchsperson die 2. Testphase ebenfalls bestehen, um das Preisgeld zu gewinnen.

Dieser Sachverhalt ist im nachstehenden Baumdiagramm dargestellt.



- 1) Erstellen Sie mithilfe von p_1 und p_2 eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass die Versuchsperson das Preisgeld nicht gewinnt.

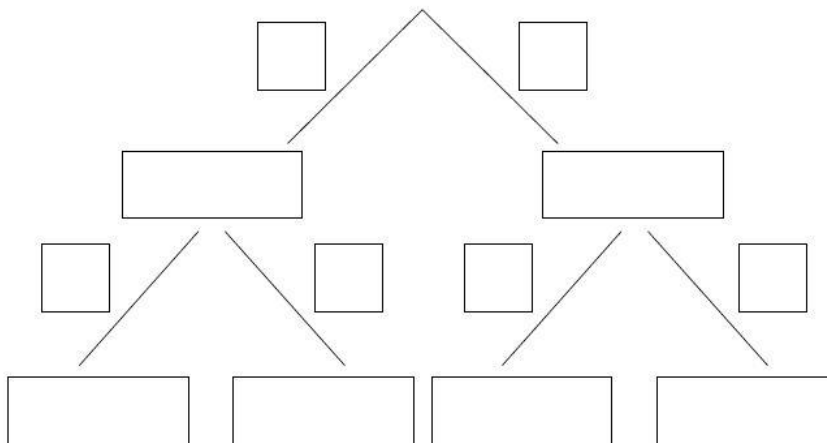
$P(\text{„Versuchsperson gewinnt das Preisgeld nicht“}) = \underline{\hspace{2cm}}$

Vergnueungspark (2) * (A_249)

- a) Bei einer Besucherbefragung in einem Vergnueungspark wurden folgende Daten erhoben:

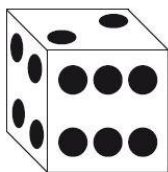
60 % der Besucher sind aus dem Inland. Die Besucher aus dem Inland reisen zu 45 % mit dem PKW an, die restlichen Besucher aus dem Inland mit öffentlichen Verkehrsmitteln. 90 % der Besucher aus dem Ausland reisen mit öffentlichen Verkehrsmitteln an, die restlichen Besucher aus dem Ausland mit dem PKW.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



Würfelspiele * (A_191)

Würfelspiele sind seit Jahrtausenden auf der ganzen Welt bekannt und beliebt. Die im Folgenden beschriebenen Spiele werden mit herkömmlichen fairen Spielwürfeln gespielt, bei denen die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Würfelresultat auftreten.



- a) Eines der beliebtesten Gesellschaftsspiele ist *Mensch ärgere Dich nicht*. Um eine Figur ins Spiel zu bringen, muss ein Sechser gewürfelt werden. In der 1. Runde darf jede Spielerin/jeder Spieler mit einem Würfel 3-mal würfeln.

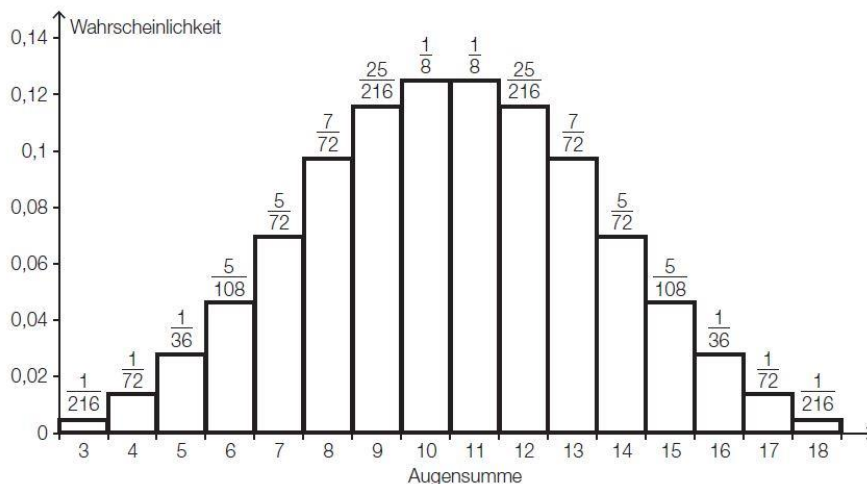
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei 3-maligem Würfeln mindestens 1 Sechser auftritt.

- b) Beim Spiel *Siedler von Catan* wird mit 2 Würfeln gespielt. Wird die Augensumme 7 gewürfelt, tritt die Figur des Räubers in Aktion.

– Zeigen Sie, dass beim Werfen mit 2 Würfeln die Augensumme 7 häufiger auftritt als jede andere Augensumme.

- c) Beim *Paschen* werden 3 Würfel geworfen und es wird die Augensumme ermittelt.

Im folgenden Diagramm ist zu jeder beim Werfen mit 3 Würfeln möglichen Augensumme die entsprechende Wahrscheinlichkeit dargestellt:



– Ermitteln Sie aus dem Diagramm, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Augensumme größer als 10 auftritt.

Brettspiel (B_288)

Bei einem Spiel gewinnt diejenige Person, die als erstes ein vorgegebenes Muster auf ihrem Spielbrett mit roten und grünen Farbsteinen ausgelegt hat.

Bei einem Spielzug wird zuerst mit 2 Zahlenwürfeln („normale“ Würfeln mit den Augenzahlen 1 bis 6) geworfen. Die aus den Augenzahlen gebildete Summe (Augensumme) bestimmt, wie viele Farbsteine man auf das Spielbrett legen darf.

Anschließend wird für jeden zu legenden Farbstein die Farbe gewürfelt. Dazu wird ein spezieller Farbwürfel mit 4 grünen und 2 roten Seiten verwendet.

Ein Spielzug besteht daher aus dem Werfen der 2 Zahlenwürfel und dem darauffolgenden mehrmaligen Werfen des Farbwürfels.

b) Ein Kind darf den Farbwürfel 3-mal werfen.

- Erstellen Sie ein Baumdiagramm, in dem die möglichen Farbabfolgen und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten dargestellt sind.
- Dokumentieren Sie, wie man mithilfe des Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit, dass 3 rote Farbsteine auf das Spielbrett gelegt werden dürfen, bestimmen kann.
- Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kind bei 3-maligem Werfen des Farbwürfels 1 roten Stein und 2 grüne Steine auf das Spielbrett legen darf.

Brettspiele * (B_257)

Beim Würfeln mit einem fairen Spielwürfel treten die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf.



- a) Bei einem Brettspiel wird zu Beginn des Spiels mit einem fairen Spielwürfel gewürfelt. Um das Spiel beginnen zu können, muss man einen Sechser würfeln. In einem Durchgang hat man maximal 3 Versuche zur Verfügung. Sobald man einen Sechser gewürfelt hat, ist die nächste Spielerin/der nächste Spieler an der Reihe.
- Stellen Sie alle möglichen Ausgänge („Sechser“ oder „kein Sechser“) für einen Durchgang für eine Spielerin/einen Spieler in einem Baumdiagramm dar.
 - Tragen Sie die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten in das Baumdiagramm ein.
 - Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Spielerin/ein Spieler in einem Durchgang das Spiel beginnen kann.

Buntes Spielzeug * (A_260)

Spielzeugteile werden von einer Maschine in den Farben Rot, Gelb und Blau eingefärbt.

- a) Die 3 zur Produktion notwendigen Farbdüsen arbeiten (unabhängig voneinander) jeweils mit unterschiedlicher Qualität. Die Farbe Rot wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 96,8 %, die Farbe Gelb mit einer Wahrscheinlichkeit von 98,3 % und die Farbe Blau mit einer Wahrscheinlichkeit von 97,2 % so auf die Teile aufgetragen, dass diese die Qualitätskontrolle bestehen.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zweifärbiges Spielzeugteil in den Farben Rot und Blau die Qualitätskontrolle besteht.
 - Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang für ein zweifärbiges Spielzeugteil, dessen Wahrscheinlichkeit durch $P(E) = 1 - (0,968 \cdot 0,983)$ berechnet wird.

Gummibärchen ziehen * (B_354)

Gummibärchen werden in unterschiedlichen Farben hergestellt.

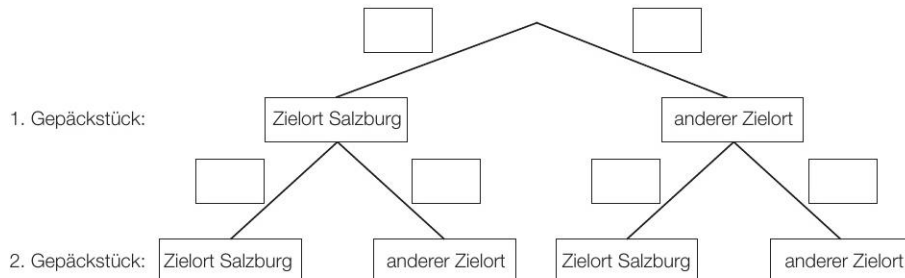
- a) In einer Packung mit insgesamt 132 Gummibärchen sind 27 orangefarbene Gummibärchen. Carina nimmt ohne hinzusehen ein Gummibärchen aus der Packung. Ist dieses zufällig ausgewählte Gummibärchen orangefärbig, wird es sofort gegessen. Ein andersfarbiges Gummibärchen legt sie wieder in die Packung zurück. Das macht sie 2-mal hintereinander.
- Veranschaulichen Sie die möglichen Ausgänge dieses Zufallsexperiments in einem mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschrifteten Baumdiagramm.
 - Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Carina 2 orangefarbene Gummibärchen zieht.

Flughafen * (B_506)

- a) Auf einem bestimmten Flughafen werden Gepäckstücke mit unterschiedlichen Zielorten aufgegeben. Jedes Gepäckstück hat mit der gleichen Wahrscheinlichkeit p den Zielort Salzburg.

Es werden 2 Gepäckstücke unabhängig voneinander zufällig ausgewählt und im Hinblick auf deren jeweiligen Zielort überprüft.

- 1) Tragen Sie im nachstehenden Baumdiagramm die fehlenden Wahrscheinlichkeiten in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.



Die Wahrscheinlichkeit, dass von 2 zufällig ausgewählten Gepäckstücken mindestens 1 nicht den Zielort Salzburg hat, beträgt 97,75 %.

- 2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p .
- 3) Ordnen Sie den beiden Ereignissen jeweils die zutreffende Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu.

Von 5 zufällig ausgewählten Gepäckstücken hat keines den Zielort Salzburg.	
Von 5 zufällig ausgewählten Gepäckstücken haben alle den Zielort Salzburg.	

A	$(1 - p)^5$
B	p^5
C	$1 - p^5$
D	$1 - (1 - p)^5$

Hotelrenovierung (2) (B_180)

Ein Hotel wird renoviert.

- a) Ein Viertel aller Hotelzimmer wird als Raucherzimmer angeboten. Bei der Renovierung wurden zwei Drittel aller Raucherzimmer und 40 % aller Nichtraucherzimmer erneuert.
- Erstellen Sie ein Baumdiagramm mit allen gegebenen Daten.
 - Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein zufällig ausgewähltes Zimmer renoviert wurde.

Kaenguruspruenge (B_240)

- c) In einem Volksschulhort gibt es das Brettspiel *Känguruhüpfen* zum spielerischen Addieren im Zahlenraum 12.
- Am Start stehen maximal 11 Kängurus, die mit den Nummern von 2 bis 12 beschriftet sind. Jede/r Spieler/in sucht sich ein Känguru aus. Es wird reihum mit 2 sechsseitigen Würfeln gewürfelt. Nach jedem Wurf werden die Augenzahlen addiert und das Känguru, dessen Nummer mit der Augensumme der beiden Würfel übereinstimmt, darf ein Feld vorhüpfen.
- Überprüfen Sie nachweislich, ob die Chance, ein Feld vorzurücken, für alle Kängurus gleich groß ist.

Kinderhort (B_234)

In einem Kinderhort sind 36 Kinder für die Nachmittagsbetreuung angemeldet. 22 Kinder kommen aus der Volksschule, 7 aus der Neuen Mittelschule (NMS), 4 aus der AHS-Unterstufe und 3 aus der Sonderschule.

- d) Unter den Hortkindern aus der NMS und der AHS werden 2 Karten für ein Konzert verlost. Ein Kind darf höchstens 1 Karte gewinnen.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
 - (1) beide Kinder, die eine Konzertkarte gewinnen, aus der NMS sind,
 - (2) das 1. Kind, das bei der Verlosung gewinnt, aus der AHS und das 2. Kind, das bei der Verlosung gewinnt, aus der NMS ist.

Kinderlieder * (B_511)

Eine Pädagogin fragt die 26 Kinder ihrer Gruppe, ob sie das Kinderlied *Aramsamsam* und ob sie das Kinderlied *Backe, backe Kuchen* kennen.

7 Kinder kennen beide Kinderlieder.

Insgesamt 13 Kinder kennen das Kinderlied *Aramsamsam*.

3 Kinder kennen keines der beiden Kinderlieder.

- a) Die Pädagogin wählt 2 verschiedene Kinder aus den 26 Kindern ihrer Gruppe zufällig aus.
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder sowohl das Kinderlied *Aramsamsam* als auch das Kinderlied *Backe, backe Kuchen* kennen.
 - 2) Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$$P(E) = \frac{3}{26} \cdot \frac{2}{25}$$

Lebensversicherung (B_119)

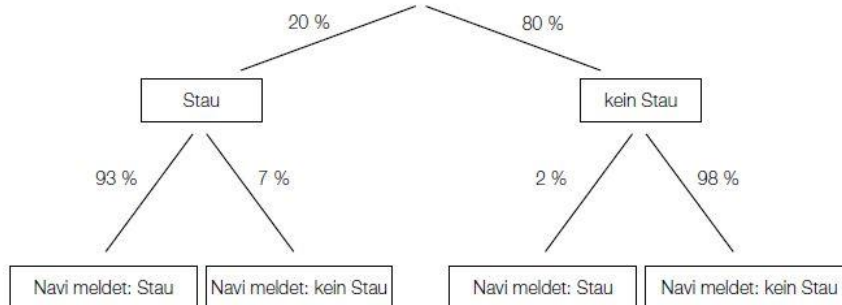
Bei Lebensversicherungen spielt der Begriff *Sterbewahrscheinlichkeit* eine große Rolle. Man versteht darunter die Wahrscheinlichkeit, mit der eine versicherte Person innerhalb eines Versicherungsjahres verstirbt.

- b) Ein junger Mann, dessen altersbedingte Sterbewahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt des Vertragsabschlusses mit 0,09 % eingeschätzt wird, schließt eine Lebensversicherung über einen bestimmten Betrag ab, der im Falle des Ablebens an seine Angehörigen ausbezahlt wird.
- Erstellen Sie für diese Situation ein geeignetes Baumdiagramm für die ersten 3 Jahre nach Vertragsabschluss unter modellhafter Annahme einer konstanten Sterbewahrscheinlichkeit.
 - Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Versicherte innerhalb der ersten 3 Jahre nach Vertragsabschluss stirbt.

Navigationsgeraete * (B_465)

Moderne Navigationsgeraete (Navis) haben eine Reihe von Zusatzfunktionen.

- a) Für einen bestimmten Straßenabschnitt ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Stau auftritt, konstant.
Die Meldung „Stau“ oder „kein Stau“ am Navi ist jedoch nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit richtig. Dieser Sachverhalt ist im nachstehenden Baumdiagramm dargestellt.

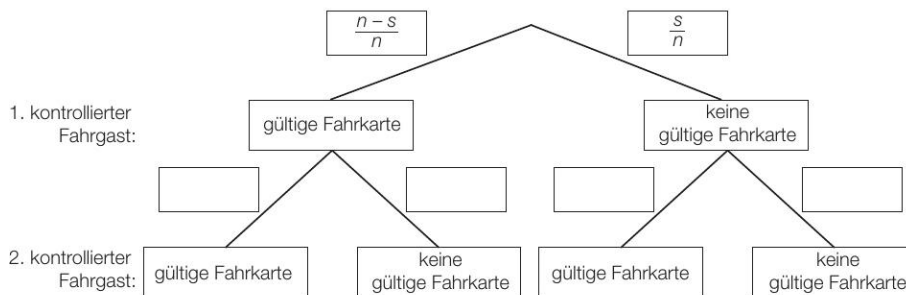


- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer zufällig ausgewählten Fahrt auf diesem Straßenabschnitt ein Stau auftritt und dieser vom Navi gemeldet wird.
- 2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnet wird: $P(E) = 0,2 \cdot 0,93 + 0,8 \cdot 0,02$

Oeffentlicher Verkehr in Wien * (B_515)

- d) In einer Straßenbahn befinden sich insgesamt n Fahrgäste, wovon s Fahrgäste keine gültige Fahrkarte besitzen. Eine Kontrollorin wählt nacheinander 2 Fahrgäste zufällig aus.

- 1) Tragen Sie im nachstehenden Baumdiagramm die fehlenden Wahrscheinlichkeiten in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.



Es soll die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass genau 1 der beiden kontrollierten Fahrgäste keine gültige Fahrkarte besitzt.

- 2) Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der diese Wahrscheinlichkeit angibt. [1 aus 5]

$2 \cdot \frac{s}{n} \cdot \frac{n-s}{n-1}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{s}{n} \cdot \frac{n-s}{n-1}$	<input type="checkbox"/>
$2 \cdot \frac{s}{n} \cdot \frac{n-s}{n}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{s}{n} \cdot \frac{n-s}{n}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{s}{n} \cdot \frac{s-1}{n-1}$	<input type="checkbox"/>

Ölbohrungen * (B_221)

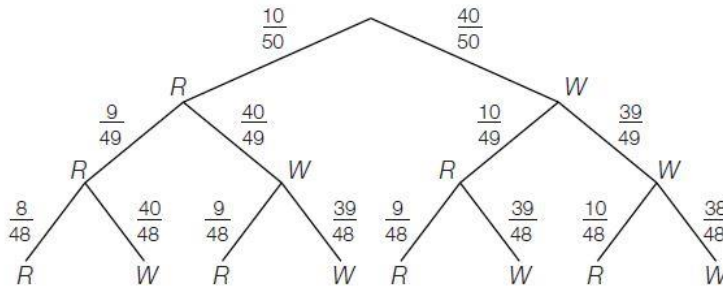
Eine Ölgesellschaft führt Probebohrungen in Texas und in Alaska durch. Erfahrungsgemäß findet man bei einer Bohrung in Texas mit einer Wahrscheinlichkeit von 85 % und bei einer Bohrung in Alaska mit einer Wahrscheinlichkeit von 65 % Öl.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass nur in Texas oder nur in Alaska Öl gefunden wird, wenn die beiden Bohrungen unabhängig voneinander sind.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, in höchstens einem der beiden US-Bundesstaaten Öl zu finden, wenn die beiden Bohrungen unabhängig voneinander sind.
– Erklären Sie, welchen Vorteil eine Berechnung mittels Gegenwahrscheinlichkeit hier hat.

Spielefest (1) (B_249)

Eine Praxisgruppe betreut ein Spielefest in einer Volksschulklasse, bei dem die Kinder verschiedene Spielstationen besuchen können.

- In einer Kiste befinden sich 10 rote und 40 weiße Kugeln. Jedes Kind darf 3-mal blind hineingreifen und jeweils 1 Kugel herausholen. Dann werden die Kugeln für das nächste Kind wieder hineingelegt.
Das nachstehende Baumdiagramm stellt diesen Sachverhalt für ein Kind dar.



- Kennzeichnen Sie im Baumdiagramm alle Möglichkeiten, 2 rote Kugeln (R) und 1 weiße Kugel (W) zu ziehen.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kind 3 rote Kugeln zieht.

Suessigkeiten (B_290)

Es wird eine neue Süßigkeiten-Produktion geplant, die aus Kugeln mit Schokolade- bzw. mit Kaffee-Füllung besteht.

- In einer Packung befinden sich 31 Schokolade-Kugeln und 23 Kaffee-Kugeln. Eine Person zieht 3-mal hintereinander zufällig eine Kugel aus der Packung. Da die Person keine Kaffee-Kugeln mag, legt sie eine gezogene Kaffee-Kugel sofort wieder zurück in die Packung. Schokolade-Kugeln werden nicht zurückgelegt.
 - Veranschaulichen Sie diesen Sachzusammenhang in einem mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten beschrifteten Baumdiagramm.
 - Kennzeichnen Sie im Baumdiagramm alle Pfade, in denen genau eine Schokolade-Kugel gezogen wird.
 - Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Person 3-mal hintereinander eine Kaffee-Kugel zieht.