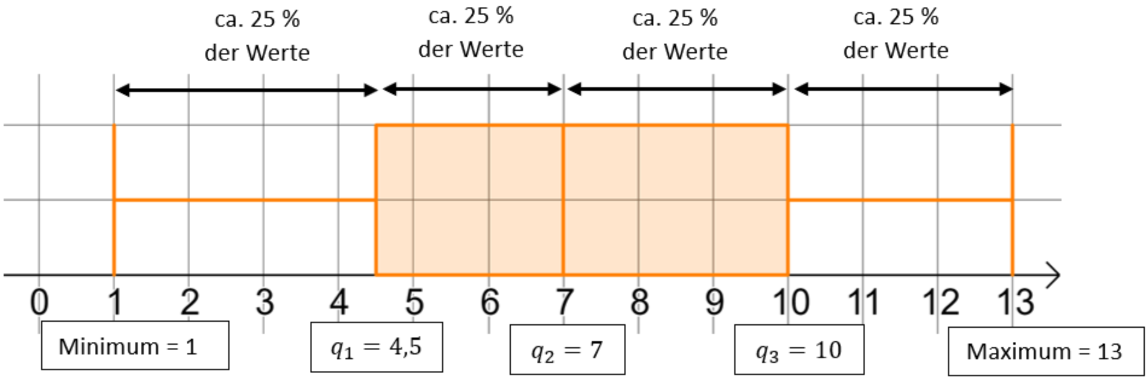
5.2 Statistische Kennzahlen

Maturaskript BHS – Teil A (20 Seiten)

Grundkompetenzen:

- **5.2** Lage- und Streuungsmaße empirischer Daten berechnen, interpretieren und damit argumentieren; Boxplots erstellen und interpretieren



Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof. Tegischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben (**Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool**)** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info*: bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, …) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**" die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. A_263) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**" und „**GeoGebra**" erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**" erstellt.

Lizenzbedingungen:

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

5.2 Statistische Kennzahlen

1. Statistische Kennzahlen

Video

Statistische Kennzahlen werden in Zentral- und Streuungsmaße unterteilt. Mit diesen Kennzahlen können Datenreihen untersucht und analysiert werden.

2.1 Zentralmaße

a. Arithmetisches Mittel $\bar{x}$

Sind Daten $x_1, x_2, \dots, x_n$ aus einer Datenreihe gegeben, so gilt für das arithmetische Mittel $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

(Summe aller Werte, dividiert durch die Anzahl)

Das arithmetische Mittel gibt den mittleren/durchschnittlichen Wert einer Datenreihe an.

Berechnung des arithmetischen Mittels über die absoluten Häufigkeiten

Sind die absoluten Häufigkeiten $H_1, H_2, \dots, H_3$ der Daten $x_1, x_2, \dots, x_n$ gegeben, so kannst du das arithmetische Mittel mit folgender Formel berechnen:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot H_1 + x_2 \cdot H_2 + \cdots + x_n \cdot H_n}{n}$$

Berechnung des arithmetischen Mittels über die relativen Häufigkeiten

Sind die relativen Häufigkeiten $h_1, h_2, \dots, h_n$ mit $h_n = \frac{H_n}{n}$ der Daten $x_1, x_2, \dots, x_n$ gegeben, so kannst du das arithmetische Mittel mit folgender Formel berechnen:

$$\bar{x} = x_1 \cdot h_1 + x_2 \cdot h_2 + \cdots + x_n \cdot h_n$$

<u>Bemerkung:</u> Die **drei Formeln** liefern allesamt **dasselbe Ergebnis**! Es hängt jedoch davon ab, in welcher Form die Werte gegeben sind.

Musterbeispiel 1:

Eine Kinderärztin hat im Laufe eines Tages das Gewicht von sieben Kindern im Alter zwischen 2 und 4 Jahren gemessen und folgende Werte erhalten:

$$17{,}8\ kg \mid 20{,}5\ kg \mid 15{,}7\ kg \mid 16{,}3\ kg \mid 20{,}1\ kg \mid 17{,}6\ kg \mid 18{,}0\ kg$$

Aufgabenstellung: Berechne das durchschnittliche Gewicht.

Bemerkung: Wenn alle Daten in einer Liste angegeben sind, ist es sinnvoll, die Basis-Formel zu verwenden:

$$Arithmetisches\ Mittel = \frac{Summe\ aller\ Werte}{Anzahl\ der\ Werte}$$

$$\bar{x} = \frac{17{,}8 + 20{,}5 + 15{,}7 + 16{,}3 + 20{,}1 + 17{,}6 + 18{,}0}{7} = \frac{126}{7} = \mathbf{18{,}0\ kg}$$

Musterbeispiel 2:

Bei einer Vokabel-Wiederholung wurden sieben Vokabeln abgeprüft. Für jede richtige Übersetzung gibt es einen Punkt. Die Tabelle veranschaulicht die Ergebnisse der Wiederholung.

Punktzahl	0 Punkte	1 Punkt	2 Punkte	3 Punkte	4 Punkte	5 Punkte	6 Punkte	7 Punkte
Anzahl SchülerInnen	1	3	4	2	7	4	1	3

Aufgabenstellung: Berechne die durchschnittliche Punktzahl der Schülerinnen und Schüler.

Bemerkung: Es sind die absoluten Häufigkeiten der möglichen Punktzahlen gegeben. Insgesamt haben 25 Schülerinnen und Schüler teilgenommen ($n = 25$). Anwendung der Formel:

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 3}{25} = \frac{92}{25} = 3{,}68\ Punkte$$

Bsp. 1) Bei einem Kugelstoß-Wettkampf haben 10 Athleten teilgenommen. Von den Teilnehmern wurde jeweils die Höchstweite notiert:

$$13{,}49m \mid 12{,}88m \mid 16{,}79m \mid 10{,}11m \mid 18{,}43m \mid 17{,}55m \mid 13{,}13m \mid 16{,}45m \mid 15{,}59m \mid 17{,}71m$$

Aufgabe: Berechne die durchschnittliche Weite aller Teilnehmer am Wettkampf.

Bsp. 2) Bei einer Wiederholung gibt es für jede richtige Antwort einen Punkt. Sechs Fragen kamen zur Wiederholung. Die Ergebnisse aus zwei Klassen wurden mit Hilfe einer Tabelle dargestellt. Dabei wurde zwischen Jungen und Mädchen unterschieden:

Punktzahl	0 Punkte	1 Punkt	2 Punkte	3 Punkte	4 Punkte	5 Punkte	6 Punkte
Anzahl SchülerInnen (männlich)	7	6	5	3	0	2	1
Anzahl SchülerInnen (weiblich)	4	9	6	4	3	0	1

a. Wie viele Schüler und wie viele Schülerinnen haben an der Wiederholung teilgenommen?

b. Berechne die Punktezahl, die von allen Teilnehmerinnen und Teilnehmern durchschnittlich erreicht wurde.

c. Berechne die mittlere Punktezahl, die von den (i) Jungen bzw. (ii) Mädchen erreicht wurde. Interpretiere dies Werte im gegebenen Kontext.

Bsp. 3) Alle Schülerinnen und Schüler einer Schulstufe mussten versuchen, ein Beispiel im Fach Mathematik zu lösen. Dabei konnte man 0, 1 oder 2 Punkte erreichen. Die Tabelle zeigt die Auswertung des Beispiels. Berechne die Punktzahl, die durchschnittlich erreicht wurde.

Punkte	**0 Punkte**	**1 Punkt**	**2 Punkte**
Anzahl der SuS	20	27	50

Bsp. 4) Bei einer schriftlichen Wiederholung (maximal: 20 Punkte) haben die Schülerinnen und Schüler durchschnittlich 15,4 Punkte erreicht. Wie viele SchülerInnen haben daran teilgenommen, wenn alle zusammen 308 Punkte erzielt haben?

Bsp. 5) Bei einem Weitsprungwettkampf beträgt die durchschnittliche Sprungweite der 13 teilnehmenden Kindern 2,95 m. Das vierzehnte Kind der Schulklasse war leider erkrankt und hat den Wettkampf in der darauffolgenden Woche nachgeholt. Dabei wurde eine Weite von 3,58 m erzielt. Berechne das arithmetische Mittel aller 14 Schülerinnen und Schüler dieser Klasse.

Bsp. 6) Bei einer Messung des Körpergewichts haben sechs Jugendliche ein durchschnittliches Gewicht von 73, 5 kg aufgewiesen.

a. Fünf der sechs Werte sind gegeben: 65, 8 kg; 78,9 kg, 80,2 kg, 80,5 kg, 53,7 kg. Wie schwer muss der sechste Jugendliche sein?
b. Ein weiterer Jugendlicher ist übergewichtig und wiegt 113,8 kg. Berechne das arithmetische Mittel aller Jugendlichen. Um wie viele % steigt das arithmetische Mittel an?

b. Median

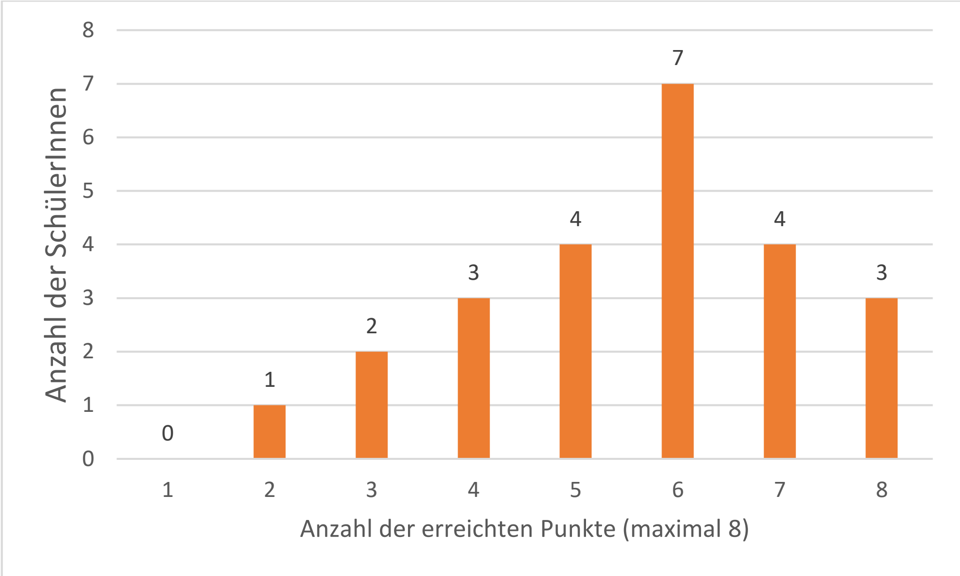
Video

<table>
<tr><td colspan="2">Der Median (auch Zentralwert genannt) wird bei einer der Größe nach geordneten Datenreihe bestimmt:</td></tr>
<tr><td>Anzahl der Daten: ungerade
Median entspricht dem mittleren Wert
$3, 6, 6, \mathbf{7}, 8, 9, 10$
Median = 7</td><td>Anzahl der Daten: gerade
Median entspricht dem arithmetischen Mittel aus den mittleren zwei Werten
$3, 6, 6, \mathbf{7}, \mathbf{8}, 9, 10, 11$
Median $= \frac{7+8}{2} = 7{,}5$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Bemerkung: Ist eine Datenreihe ungeordnet, musst du sie zuerst sortieren.</td></tr>
</table>

Bsp. 7) Berechne das arithmetische Mittel und den Median der Datenreihe.

a. Datenreihe 1: 3, 5, 1, 6, 2, 3, 4, 2, 7, 8, 4, 3
b. Datenreihe 2: 14, 18, 22, 27, 19, 22, 28, 24
c. Datenreihe 3: 110, 111, 111, 111, 112, 114, 116, 112, 115

Bsp. 8) Bei einem Test konnten 8 Punkte erreicht werden. Das nachfolgende Säulendiagramm veranschaulicht die Ergebnisse:



Aufgabe: Bestimme das arithmetische Mittel und den Median der erreichten Punktzahl.

Bsp. 9) Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Der Median gibt stets den mittleren Wert einer der Größe nach geordneten Datenreihe an.	O
Vergrößert man alle Werte einer Datenreihe $x_1, x_2, \ldots, x_n$ um 10, so vergrößert sich der Median um 10.	O
Vergrößert man alle Werte einer Datenreihe $x_1, x_2, \ldots, x_n$ um 3, so bleibt der Median gleich.	O
Ist bei einer geordneten Datenreihe die Anzahl der Daten ungerade, so entspricht der Median dem mittleren Wert der Datenreihe.	O
Eine Datenreihe $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ist gegeben. Vergrößert man den letzten Wert um x_n, so steigt der Median auch an.	O

Thematik: Ausreißer

Video

Bsp. 10) Zwei Datenreihen sind gegeben.

Datenreihe 1: 3, 4, 6, 8, 10, 15

Datenreihe 2: 17, 28, 39, 58, 68, 75

a. Bestimme jeweils das arithmetische Mittel und den Median.

b. Bei beiden Datenreihen kommt jeweils ein Ausreißer hinzu. Berechne erneut das arithmetische Mittel und den Median.

Datenreihe 1: 3, 4, 6, 8, 10, 15, **266**

Datenreihe 2: 17, 28, 39, 58, 68, 75, **10 398**

c. Was fällt dir auf? Welche Auswirkungen hat ein Ausreißer auf das arithmetische Mittel bzw. den Median?

Bsp. 11) Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Der Median wird durch einen Ausreißer nach oben stärker beeinflusst als das arithmetische Mittel.	O
Das arithmetische Mittel beschreibt den mittleren Wert einer Datenreihe.	O
Ein Ausreißer kann Auswirkungen auf den Median haben.	O
Ein Ausreißer hat große Auswirkungen auf das arithmetische Mittel.	O
Vergrößert man alle Werte einer Datenreihe $x_1, x_2, \dots, x_n$ um 2, so vergrößert sich der Median nicht.	O

Es gilt:

- Das **arithmetische Mittel** $\bar{x}$ wird durch einzelne **Ausreißer stark beeinflusst**.
- Der **Median** wird von einem einzelnen Ausreißer **nicht wirklich beeinflusst**. Es kann zu einer minimalen Änderung kommen (oder: der Median bleibt gleich).

c. Modus

Video

Der Modus (auch Modalwert genannt) ist der **häufigste Wert** in einer **Datenreihe.**

Bemerkung: Es kann auch mehrere Modalwerte geben.

Beispiel: Gegeben ist die Datenreihe $\{1; 2; 2; 3; 5\} \rightarrow Modus = 2$

Bsp. 12) Bestimme den Modus der Datenreihe.

a. Datenreihe 1: 3, 5, 1, 6, 2, 3, 4, 2, 7, 8, 4, 3

b. Datenreihe 2: 14, 18, 22, 27, 19, 22, 28, 24

c. Datenreihe 3: 110, 111, 111, 111, 112, 114, 116, 112, 115, 117

2.2 Boxplot (Kastenschaubild)

Video

Weitere statistische Kennzahlen:

- **Minimum**: kleinster Wert der Datenreihe
- **Maximum**: größter Wert der Datenreihe
- **Spannweite** = Maximum – Minimum
- **Quartile**: Eine Datenreihe wird durch die Quartile $q_1, q_2 = Median, q_3$ in vier gleich große Teile geteilt. In jedem der vier Bereiche liegen ca. 25 % der Daten.
- **Quartilsabstand** $q_3 - q_1$
  In diesem Bereich befinden sich ca. 50 % der Daten.

Ermittlung der Quartile

- Voraussetzung: Datenreihe ist geordnet

Schritt 1: Bestimmung des Medians

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 6, \mathbf{7}, 8, 9, 10, 10, 10, 11, 11, 13$$

$$q_2 = Median = 7$$

Schritt 2: Der Median unterteilt die Datenreihe in eine linke und rechte Hälfte:

linke Hälfte (ohne Median)

$$1, 2, 3, \mathbf{4}, \mathbf{5}, 6, 6, 6, \quad \mathbf{7}, \quad 8, 9, 10, \mathbf{10}, \mathbf{10}, 11, 11, 13$$

rechte Hälfte (ohne Median)

Bemerkung: Besteht die Datenreihe aus einer ungeraden Anzahl an Zahlen, so ist der Median der mittlere Wert der geordneten Reihe. Zur Bestimmung von q_1 und q_3 wird der Median nicht mitbetrachtet!

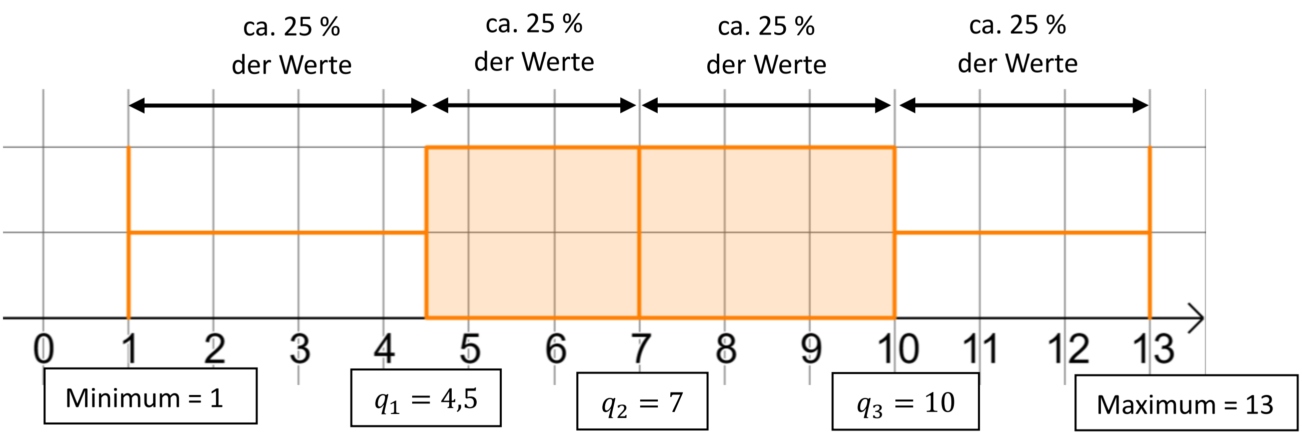
Das **erste Quartil** q_1 entspricht dem **Median der linken Hälfte**. → $q_1 = \frac{4+5}{2} = 4,5$

Das **dritte Quartil** q_3 entspricht dem **Median der rechten Hälfte**. → $q_3 = \frac{10+10}{2} = 10$

Darstellung der Kennzahlen mit Hilfe eines Boxplots:

Beispiel: Veranschauliche die Datenreihe mit Hilfe eines Boxplots:

- Minimum = 1; $q_1 = 4{,}5$; $Median = q_2 = 7$; $q_3 = 10$; Maximum = 13



Option 2: Datenreihe besteht aus einer geraden Anzahl an Werten:

Schritt 1: Bestimmung des Medians

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 10, 10, 11, 11$$

$$q_2 = Median = \frac{6+7}{2} = 6{,}5$$

Schritt 2: Der Median unterteilt die Datenreihe in eine linke und rechte Hälfte:

linke Hälfte

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 6 \,|\, 7, 8, 9, 10, 10, 10, 11, 11$$

rechte Hälfte

Bemerkung: Besteht die Datenreihe aus einer geraden Anzahl an Werten, so ist der Median der Mittelwert der beiden mittleren Zahlen. Zur Bestimmung von q_1 und q_3 wird die Datenreihe zwischen diesen mittleren Werten in eine linke und rechte Hälfte unterteilt. Das gilt auch, wenn die beiden mittleren Werte denselben Wert haben.

Das **erste Quartil** q_1 entspricht dem **Median der linken Hälfte**. → $q_1 = \frac{4+5}{2} = 4{,}5$

Das **dritte Quartil** q_3 entspricht dem **Median der rechten Hälfte**. → $q_3 = \frac{10+10}{2} = 10$

- **Bemerkung 1**: In einigen Lehrbüchern wird statt **ca. 25 %** auch **mind. 25 %** geschrieben.

Warum ist es möglich, dass in einem oder mehreren Bereichen mehr als 25 % der Werte liegen? In Summe könnten dies dann mehr als 100 % sein?!

Begründung: Es kann passieren, dass Werte „doppelt gezählt“ werden und zu zwei Bereichen gehören. Wenn ein Wert dem q_1, q_2 oder q_3 entspricht, ist dieser Wert in beiden Bereichen enthalten. (somit insgesamt >100 %).

Beispiel: Der Wert 10 liegt im dritten Bereich, aber auch im vierten Bereich.

- **ABER:** In Ausnahmefällen (ungerade Datenreihe) ist es möglich, dass im ersten bzw. vierten Bereich **WENIGER als 25 %** der Werte liegen -> Betrachte dazu folgende Datenreihe:

$$1, 3, 5, 7, 7, 8, 9, 10, 11$$

$$Minimum = 1, q_1 = 4, q_2 = 7, q_3 = 9{,}5, Maximum = 11$$

- Im ersten und vierten Bereich liegen jeweils nur zwei Werte (von gesamt 9!). Dies entspricht nur ca. 22,2 % und somit weniger als 25 %.
- **Bemerkung 2:** Absolute Häufigkeiten können bei einem Boxplot NICHT herausgelesen werden.

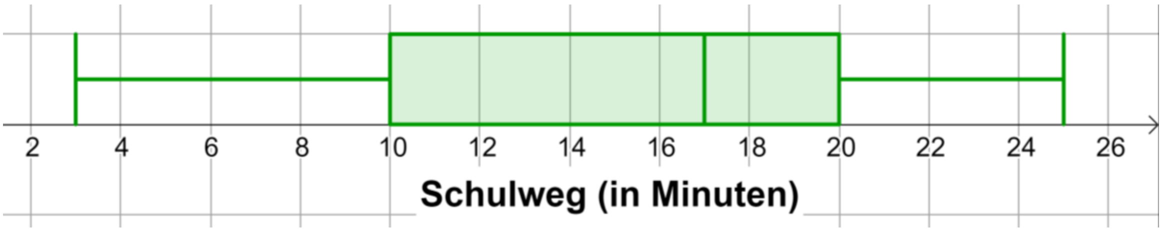
Bsp. 13) Bestimme alle Kennzahlen, die du für den Boxplot benötigst. Zeichne den Boxplot ohne technisches Hilfsmittel. Gib die Spannweite und den Quartilsabstand an.

a. Datenreihe 1: 3, 5, 1, 6, 2, 3, 4, 2, 7, 8, 4, 3, 9, 5, 11, 5, 8

b. Datenreihe 2: 14, 15, 26, 20, 23, 27, 18, 22, 27, 19, 22, 28, 24

c. Datenreihe 3: 110, 111, 111, 111, 112, 114, 116, 112, 115, 117

Bsp. 14) Der Boxplot veranschaulicht die Dauer des Schulweges der Schülerinnen und Schüler einer Gymnasiums-Klasse.



a. Lies alle statistischen Kennzahlen ab.

b. Berechne den Quartilsabstand und interpretiere diesen Wert im gegebenen Kontext.

c. Vervollständige den Lückentext:

(i) ______________________ Prozent der Schülerinnen und Schüler benötigen maximal 17 Minuten, um in die Schule zu kommen.

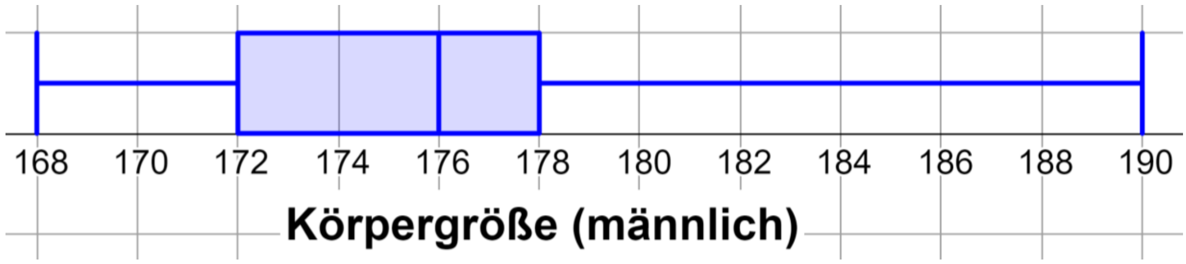
(ii) ______________________ Prozent der Schülerinnen und Schüler benötigen mindestens 10 Minuten auf ihrem Schulweg.

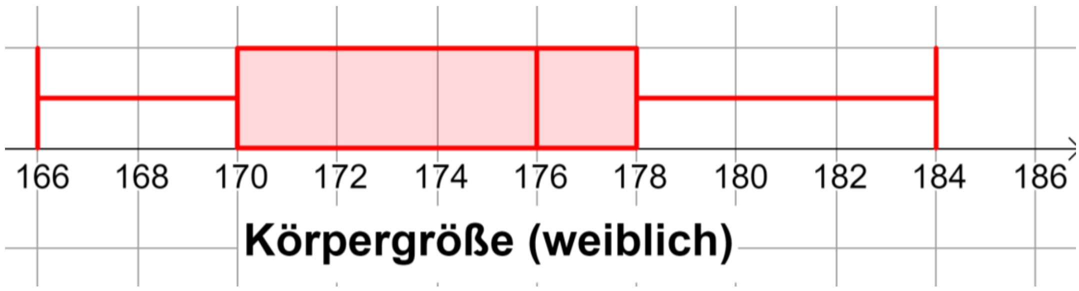
(iii) ______________________ Prozent der Schülerinnen und Schüler benötigen maximal 10 Minuten auf ihrem Schulweg.

d. Wie viele Schülerinnen und Schüler benötigen mindestens 20 Minuten für ihren Schulweg. Begründe deine Antwort.

Bsp. 15) Gib alle Kennzahlen an, die du aus einem Boxplot bestimmen kannst. Welche Kennzahlen kennst du, die du nicht aus einem Boxplot herauslesen kannst?

Bsp. 16) Aus einer Gruppe von Erwachsenen wurde die Körpergröße von Männern und Frauen erhoben. Mithilfe von Boxplots werden die Daten veranschaulicht:





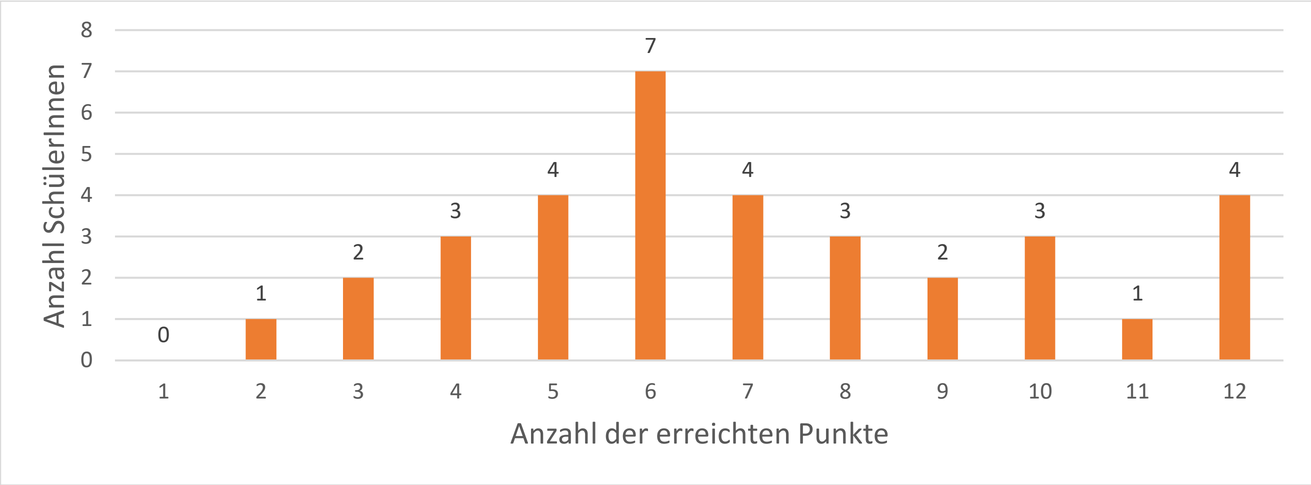
a. Lies die statistischen Kennzahlen der beiden Boxplots ab. Beschreibe Unterschiede bzw. Gemeinsamkeiten.

b. Kreuze zutreffende Aussagen an.

Ca. 25 % der Frauen sind mindestens 178 cm groß.	O
Die Spannweite bei den Männern ist kleiner als bei den Frauen.	O
Obwohl das Maximum bei den Frauen geringer ist, ist der Median bei beiden Datenreihen gleich.	O
50 % der Männer weisen eine Größe zwischen 172 cm und 178 cm auf.	O
Mindestens ein Mann ist größer als 189 cm.	O
Die Körpergröße von ca. 50 % der Männer beträgt mindestens 176 cm.	O
Der Quartilsabstand ist bei den Frauen größer.	O
Mindestens ein Viertel der Frauen sind 170 cm oder kleiner.	O
Genau 25 % der Männer sind maximal 172 cm groß.	O

c. Kannst du aus dem Boxplot herauslesen, wie viele Frauen kleiner als 176 cm sind?

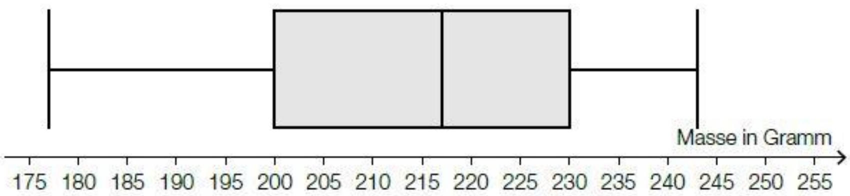
Bsp. 17) Bei einem Test konnten 12 Punkte erreicht werden. Das nachfolgende Säulendiagramm veranschaulicht die Ergebnisse:



Aufgabenstellung: Stelle die erreichten Punktzahlen der Schülerinnen und Schüler mit einem Boxplot dar.

Aepfel * (A_170)

a) Die Äpfel einer Großlieferung wurden einzeln gewogen. Die Daten sind in Form eines Boxplots dargestellt:



In der Fachliteratur wird ein Wert oft als „Ausreißer nach oben" bezeichnet, wenn der Wert weiter als das 1,5-Fache des Interquartilsabstands rechts vom 3. Quartil liegt. Solche Ausreißer sind im obigen Boxplot nicht berücksichtigt.

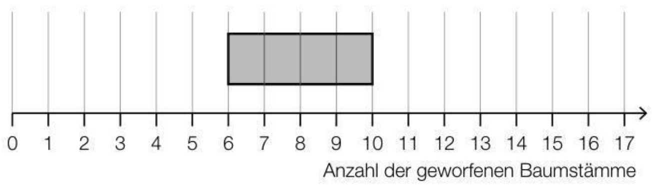
– Geben Sie an, ab welcher Masse ein Apfel als „Ausreißer nach oben" bezeichnet wird.

Baumstammwerfen * (A_324)

Baumstammwerfen ist ein traditioneller schottischer Wettkampf.

c) Bei einem Wettbewerb versucht jede teilnehmende Person, innerhalb von drei Minuten möglichst viele Baumstämme zu werfen. Die Anzahlen der jeweils geworfenen Baumstämme sollen in Form eines Boxplots dargestellt werden.
Folgende Daten sind bekannt:

Maximum	16
Spannweite	12
Median	9



1) Vervollständigen Sie den obigen Boxplot.

Studentenfutter * (A_203)

Die Übungsfirma einer Tourismusschule möchte selbstgemischtes Studentenfutter an Schüler/innen derselben Schule verkaufen.

b) Die Übungsfirma führt eine Umfrage in der Schule durch, um festzustellen, welchen Preis die Schüler/innen für eine Packung der Studentenfutter-Mischung zu bezahlen bereit sind. Das Ergebnis der Umfrage ist in der nachstehenden Tabelle dargestellt.

Preis	Anzahl der Schüler/innen
€ 1,20	356
€ 1,50	123
€ 2	41

– Erklären Sie in Worten, wie Sie aus dieser Tabelle das arithmetische Mittel der Preise, die die Schüler/innen zu bezahlen bereit sind, bestimmen können.

Testfahrten * (A_326)

Auf drei Teststrecken werden Testfahrten mit Autos durchgeführt.

c) Auf der dritten Teststrecke wurden unter anderem folgende Geschwindigkeiten in m/s gemessen:
18 22 24 30

1) Ordnen Sie den beiden Aussagen jeweils die zutreffende Auswirkung auf diese Datenliste aus A bis D zu.

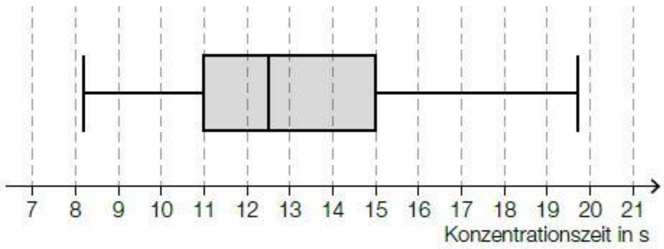
Zu dieser Datenliste wird der Wert 32 hinzugefügt.	
Zu dieser Datenliste wird der Wert 23 hinzugefügt.	

A	Das arithmetische Mittel wird größer.
B	Der Median wird kleiner.
C	Der Median bleibt unverändert.
D	Die Spannweite wird kleiner.

Boule * (B_444)

Boule ist eine Sportart, bei der Kugeln geworfen werden. Ziel ist es, mit den eigenen Kugeln möglichst nah an eine Zielkugel zu gelangen.

c) Die Zeit, die benötigt wird, um sich vor einem Wurf zu konzentrieren, nennt man Konzentrationszeit.
Im nachstehenden Boxplot sind die Konzentrationszeiten von Emma bei mehreren Würfen zusammengefasst.



1) Lesen Sie aus dem Boxplot den Interquartilsabstand der Konzentrationszeiten von Emma ab.

Farbenfrohe Gummibaeren * (A_157)

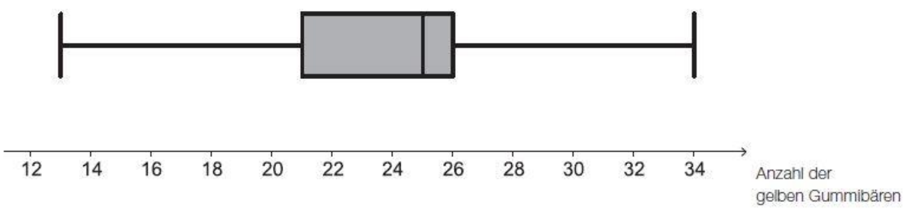
Gummibären werden in 5 unterschiedlichen Farben bzw. 6 unterschiedlichen Geschmacksrichtungen hergestellt: rot (Himbeere und Erdbeere), gelb (Zitrone), grün (Apfel), orange (Orange) und weiß (Ananas).

a) Die nachstehende Tabelle enthält eine Auflistung, wie viele weiße Gummibären in den untersuchten Packungen waren.

Anzahl weißer Gummibären pro Packung	17	20	21	22	24
Anzahl der Packungen	2	3	3	1	4

– Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Anzahlen weißer Gummibären pro Packung.

b) Mehrere Packungen wurden hinsichtlich der Anzahl der gelben Gummibären pro Packung untersucht. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist im nachstehenden Boxplot dargestellt.



Eine der untersuchten Packungen wird zufällig ausgewählt. Sie gehört zu jenem Viertel aller untersuchten Packungen, in dem die meisten gelben Gummibären zu finden waren.

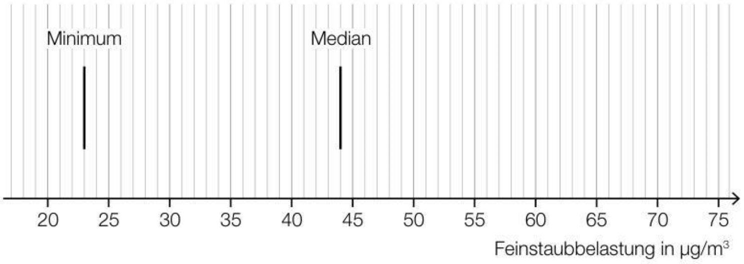
– Lesen Sie aus dem Boxplot ab, in welchem Bereich die Anzahl der gelben Gummibären in der ausgewählten Packung liegen muss.

Feinstaub * (A_327)

Feinstaub in der Atemluft stellt ein Gesundheitsrisiko dar.

c) Es wurden Messwerte der Feinstaubbelastung für einige Messstationen ausgewertet.
Diese Messwerte sollen im unten stehenden Diagramm als Boxplot veranschaulicht werden.
Das Minimum und der Median der Messwerte sind bereits eingezeichnet.
Weiters gilt:

- 3. Quartil (q_3): 59 μg/m³
- Spannweite: 49 μg/m³
- Interquartilsabstand: 26 μg/m³



1) Vervollständigen Sie den Boxplot im obigen Diagramm.

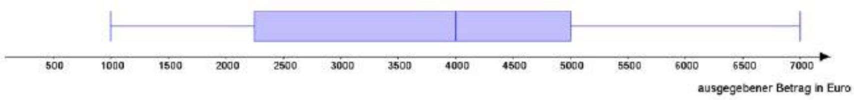
Der Messwert einer bestimmten Messstation mit einer besonders hohen Feinstaubbelastung wurde bei der Erstellung des Boxplots nicht berücksichtigt. Dieser Messwert ist um 134 % größer als der im obigen Diagramm eingezeichnete Median.

2) Ermitteln Sie diesen Messwert.

Interneteinkaeufe (B_216)

Das Einkaufen im Internet erfreut sich immer größerer Beliebtheit.

c) Ein Internethändler hat untersucht, um welchen Geldbetrag seine Stammkunden jährlich bei ihm einkaufen. Es wurde dazu folgender Boxplot erstellt.



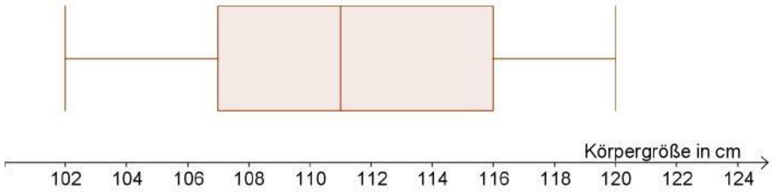
– Kreuzen Sie die <u>nicht</u> zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

Kauft ein Stammkunde um € 6.000 ein, so zählt der ausgegebene Geldbetrag zu den 25 % der höchsten Beträge.	☐
Kein Stammkunde kauft um weniger als € 1.000 ein.	☐
Mindestens 75 % der Stammkunden kaufen um maximal € 5.000 ein.	☐
Kein Stammkunde kauft um mehr als € 7.000 ein.	☐
50 % der Stammkunden kaufen um genau € 4.000 ein.	☐

Koerpergroesse von Kindergartenkindern (B_235)

Bei den Vorsorgeuntersuchungen von Kindern wird auch die Körpergröße überprüft, um bei Auffälligkeiten rechtzeitig Therapiemaßnahmen setzen zu können.

b) Als Ergebnis der Messung der Körpergröße von 5-jährigen Kindern wurde folgender Boxplot erstellt:



– Interpretieren Sie das Diagramm im Hinblick auf die Bedeutung der 5 Kennzahlen Minimum, Maximum, Median, 1. und 3. Quartil.

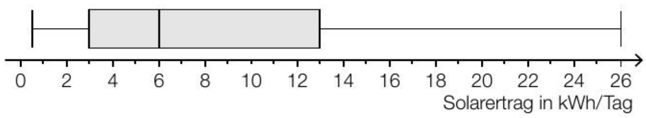
c) Die gemessenen Körpergrößen der 4-jährigen Buben haben folgende Kennzahlen geliefert:

Minimum (Min):	96 cm
Maximum (Max):	112 cm
Median (Med):	103 cm
1. Quartil (Q_1):	100,5 cm
3. Quartil (Q_3):	108 cm

– Erstellen Sie mit diesen Kennzahlen einen Boxplot.

Photovoltaik (2) (B_153

c) Im nachstehenden Boxplot ist der tägliche Solarertrag in kWh einer Photovoltaikanlage in Eisenstadt für den Herbst 2012 dargestellt.



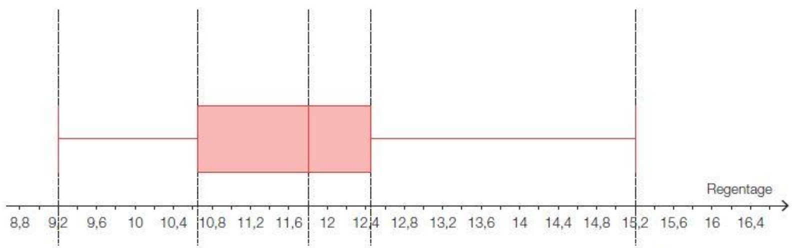
– Lesen Sie den minimalen und den maximalen Solarertrag pro Tag aus der Grafik ab.
– Lesen Sie den Interquartilsabstand ab.

Regentage in Gmunden (B_253)

Die angeführte Tabelle zeigt die durchschnittliche Anzahl der Regentage in Gmunden (Oberösterreich) für die Monate Juni bis September.

Monat	durchschnittliche Anzahl der Regentage
Juni	15,2
Juli	13,8
August	12,3
September	11,0

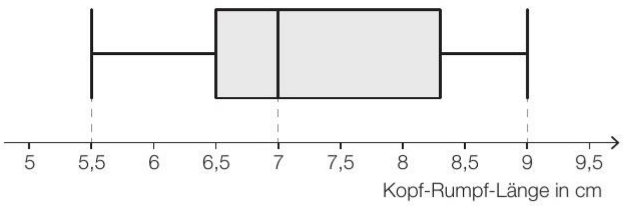
c) Die untenstehende Grafik zeigt einen Boxplot über die durchschnittliche Anzahl von Regentagen pro Monat während eines Jahres in Gmunden.



– Lesen Sie aus dem Boxplot folgende Kenngrößen ab: Spannweite, Median, unteres Quartil, oberes Quartil.
– Interpretieren Sie die Lage des Medians in Bezug auf die Verteilung der Daten.

Roborowski-Zwerghamster * (B_177)

c) Im nachstehenden Boxplot sind die Kopf-Rumpf-Längen einer Zwerghamsterpopulation dargestellt.



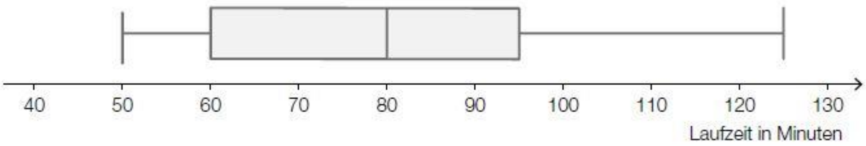
1) Ermitteln Sie die Spannweite.

Jemand behauptet: „Es gibt in dieser Zwerghamsterpopulation mindestens 1 Zwerghamster mit einer Kopf-Rumpf-Länge von 7 cm.“

2) Argumentieren Sie, dass diese Behauptung nicht zwingend richtig sein muss.

Silvesterlauf * (B_403)

b) Für die Gesamtwertung wurden die Zeiten aller 130 Läufer/innen dokumentiert und im nachstehenden Boxplot zusammengefasst.



– Lesen Sie den Median der Laufzeiten ab.

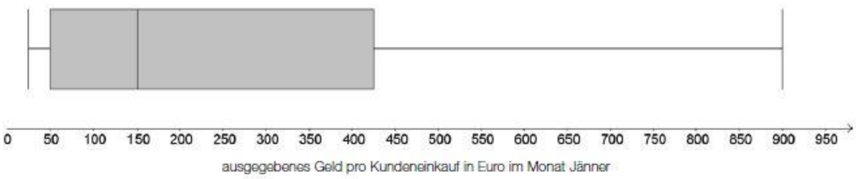
Elisabeth erreichte bei diesem Silvesterlauf in der Gesamtwertung den 20. Platz.

– Lesen Sie aus dem obigen Boxplot das kleinste Intervall ab, in dem Elisabeths Laufzeit mit Sicherheit liegen muss.

Sportgeschaeft (B_263)

c) Für den einkommensschwachen Monat Februar möchte ein Sportgeschäft eine Marketing-Strategie entwickeln. Dafür wird ausgewertet, wie viel Geld die einzelnen Kunden bei einem Einkauf im Monat Jänner jeweils ausgegeben haben.

Das Ergebnis der Auswertung wird im nachstehenden Boxplot dargestellt.

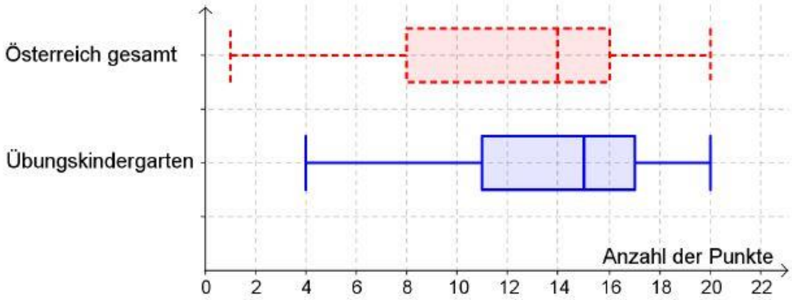


– Lesen Sie den Median und den Interquartilsabstand ab.
– Interpretieren Sie den Boxplot hinsichtlich desjenigen Anteils an Kunden, die zwischen € 150 und € 425 pro Kundeneinkauf ausgegeben haben.

Spracherwerb (B_248)

Die Früh- und Kindergartenpädagogik beschäftigt sich mit der Sprachentwicklung von Kindern im Vorschulalter.

b) In der nachstehenden Abbildung werden sowohl die österreichweiten Ergebnisse einer Sprachtestung an Vorschulkindern als auch die Ergebnisse eines Übungskindergartens dargestellt.
Ist die beim Test erreichte Punktezahl kleiner als 10, besteht sonderpädagogischer Förderbedarf.



– Lesen Sie den Median für die österreichweiten Ergebnisse ab.
– Ermitteln Sie die Spannweite für die österreichweiten Ergebnisse.
– Begründen Sie, warum die folgende Aussage in einer Zeitung nicht aus dem Boxplot der gesamtösterreichischen Ergebnisse geschlossen werden kann: „In Österreich haben nur 20 % aller Vorschulkinder sprachlichen Förderbedarf."
– Vergleichen Sie die österreichweiten Ergebnisse mit jenen des Übungskindergartens bezüglich des Anteils der Kinder mit Förderbedarf.

Stadtlauf (1) (B_245)

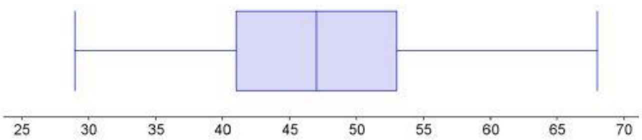
In einer Stadt findet jährlich ein Laufwettbewerb statt.

a) Eine Gruppe von Schülerinnen und Schülern einer Maturaklasse hat am Stadtlauf teilgenommen. In der folgenden Tabelle sind ihre Laufzeiten in Minuten aufgelistet:

46	50	43	49	59	61
53	54	53	56	67	39

– Berechnen Sie das arithmetische Mittel und den Median der Laufzeiten.
– Begründen Sie, warum der Median gegenüber extremen Einzelwerten („Ausreißern") stabiler ist als das arithmetische Mittel.

b) Die nachstehende Grafik zeigt einen Boxplot über die Laufzeiten aller Teilnehmer/innen des Stadtlaufs. Die Laufzeiten sind in Minuten angegeben.



– Lesen Sie die ungefähren Werte der 5 Kenngrößen des Boxplots ab.
– Interpretieren Sie anhand der abgelesenen Kenngrößen das obere Quartil in Bezug auf die erreichten Laufzeiten.
– Begründen Sie, warum man anhand des Boxplots keine Aussage über die Anzahl der Teilnehmer/innen machen kann.

2.3 Streuungsmaße

Video

a. Spannweite

$$Spannweite \ = \ Maximum - \ Minimum$$

b. Empirische Standardabweichung und Empirische Varianz

Es sind die Daten $x_1, x_2, \dots, x_n$ und deren arithmetischer Mittelwert $\bar{x}$ gegeben. Die empirische Standardabweichung σ gibt an, wie stark die Daten um den Mittelwert $\bar{x}$ streuen.

Es gilt für die empirische Standardabweichung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

Die empirische Varianz ist das Quadrat der Standardabweichung. Es gilt:

$$Varianz = \sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Bsp. 18) Bestimme die Spannweite, die Standardabweichung und die Varianz der Datenreihe. Vergleiche die Werte. Was fällt dir auf?

a. Datenreihe 1: 3, 5, 1, 6, 2

b. Datenreihe 2: 140, 15, 260, 1120, 923, 127

c. Datenreihe 3: 110, 111, 111, 111, 112, 114, 116

Bsp. 19) Gegeben ist eine geordnete Liste der Daten x_1, x_2, x_3, x_4 mit $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$.

Beantworte die Fragestellung, wenn folgendes geändert wird:

a. x_1 wird um 10 verkleinert.

b. Jeder Wert wird um 5 vergrößert.

c. x_4 wird um 100 vergrößert.

d. x_1 wird um 1 verkleinert und x_4 wird um 1 vergrößert.

e. Jeder Wert verdoppelt sich.

f. x_3 wird um $x_4 - x_3$ größer und x_4 wird um $x_4 - x_3$ kleiner.

Fragestellung: Gib an, ob die gegebenen Kennzahlen größer, kleiner oder gleichbleiben.

(i) Arithmetisches Mittel (ii) Median (iii) Spannweite (iv) Standardabweichung (v) Minimum

+ größer - kleiner = bleibt gleich	**Arithmetisches Mittel**	**Median**	**Spannweite**	**Standardabweichung**	**Minimum**
Aufgabe a					
Aufgabe b					
Aufgabe c					
Aufgabe d					
Aufgabe e					
Aufgabe f					

Bsp. 20) Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Der Quartilsabstand wird stärker durch einen Ausreißer nach oben beeinflusst als die Spannweite.	O
Die Standardabweichung beschreibt, wie stark die Daten um das arithmetische Mittel streuen.	O
Ein Ausreißer hat keine Auswirkung auf die Standardabweichung.	O
Die Spannweite, die Varianz, die Standardabweichung und der Quartilsabstand sind Kennzahlen für die Streuung der Daten.	O
Vergrößert man alle Werte einer Datenreihe $x_1, x_2, \dots, x_n$ um 2, so vergrößert sich die Standardabweichung auch um 2.	O

Eignungspruefung (B_238)

Um eine Bildungsanstalt besuchen zu können, muss eine Eignungsprüfung positiv abgelegt werden.

a) Die Schüler/innen einer ersten Klasse erzielten bei der Eignungsprüfung folgende Punktezahlen:

70, 73, 73, 74, 74, 75, 76, 76, 77, 81, 82, 83, 85, 85, 86, 87, 87, 87, 88, 89, 90, 90, 90, 91, 92, 95, 95, 96, 97

– Berechnen Sie das arithmetische Mittel $\bar{x}$ und die Standardabweichung σ.

Huehnerfarm (B_184)

Auf einer Hühnerfarm werden Eier produziert.

a) In einer Stichprobe von n = 12 Eiern wurden folgende Massen in Gramm (g) gemessen:

62,4	68,1	54,3	65,4	71,8	52,6	55,7	62,8	67,1	66,2	61,0	70,1

– Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung dieser Stichprobe.

Intelligenzquotient (B_236)

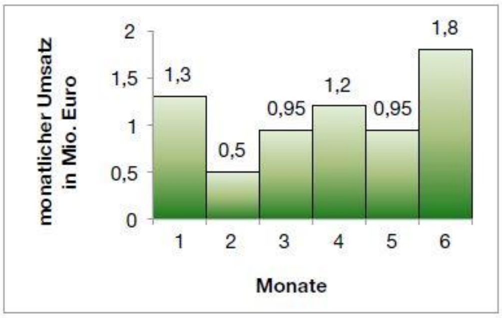
Der Intelligenzquotient (IQ) ist eine Kenngröße zur Bewertung des allgemeinen intellektuellen Leistungsvermögens (Intelligenz) eines Menschen. Er vergleicht die Intelligenz eines Menschen mit der mittleren Intelligenz der Gesamtbevölkerung im selben Zeitraum und im vergleichbaren Alter.

b) Bei einem IQ-Test erreichte eine Gruppe von 5 Schülerinnen und Schülern Werte von 90, 95, 100, 105 und 110 IQ-Punkten, eine andere Gruppe 85, 90, 95, 105 und 125 IQ-Punkte.

– Berechnen Sie die arithmetischen Mittel sowie die Streuungsmaße *Spannweite* und *Standardabweichung* (auf eine Dezimalstelle gerundet) der beiden Stichproben.
– Interpretieren Sie die Unterschiede.

Jahresumsatz (B_135)

b) Die nachstehende Grafik zeigt die monatliche Umsatzverteilung im 1. Halbjahr des 5. Jahres.



– Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der monatlichen Umsätze.

In einem Geschäftsbericht werden nur das arithmetische Mittel und die Standardabweichung veröffentlicht.

– Erklären Sie, welche Informationen zur Umsatzentwicklung dadurch verloren gehen.

Kinderhort (B_234)

In einem Kinderhort sind 36 Kinder für die Nachmittagsbetreuung angemeldet. 22 Kinder kommen aus der Volksschule, 7 aus der Neuen Mittelschule (NMS), 4 aus der AHS-Unterstufe und 3 aus der Sonderschule.

c) An einem anderen Tag notiert ein Praktikant, wie viele Minuten die Kinder für die Hausübung brauchen:

70, 32, 25, 15, 18, 20, 60, 22, 15, 30, 27, 30, 60, 12, 33, 75, 33, 35, 40, 48, 30, 20, 65, 10, 35, 95, 18, 32, 23, 29, 24

– Ermitteln Sie das arithmetische Mittel, den Median, die Standardabweichung und die Quartile.
– Argumentieren Sie, ob in diesem Fall das arithmetische Mittel oder der Median aussagekräftiger ist.