

4.5 Zusammenhang Funktion – Ableitungsfunktion bzw. Stammfunktion

Maturaskript BHS – Teil A (6 Seiten)

Grundkompetenzen:

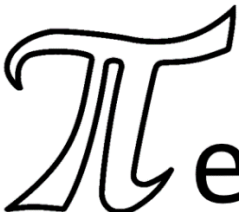
- **4.5** den Zusammenhang zwischen Funktion und ihrer Ableitungsfunktion bzw. einer Stammfunktion interpretieren und erklären; bei gegebenem Graphen einer Funktion den Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion skizzieren

Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof.  egischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben** (Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool) gelöst werden, um das Erlernete zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info: *bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, ...) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): <https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/>
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none">1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM2) Gib im Feld „Volltextsuche“ die Nummer ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten. |
|---|

Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. A_263) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**“ und „**GeoGebra**“ erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**“ erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	Weitere Regeln für Lehrpersonen
<ul style="list-style-type: none">▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen.▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen.▪ Sie dürfen mein Materialen NICHT gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden.▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden.▪ Bei einem Missbrauch erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	<p>WICHTIGSTE REGEL: LehrerInnen dürfen die Materialien in Ihrem eigenen Unterricht verwenden:</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen.▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben.▪ Es ist nicht erlaubt, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben.▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.



BHS Teil A 4.5 Zusammenhang zwischen Funktion und ihrer Ableitungsfunktion bzw. einer Stammfunktion

Graphisches Differenzieren von Polynomfunktionen (N-E-W Regel)

Grundregel:



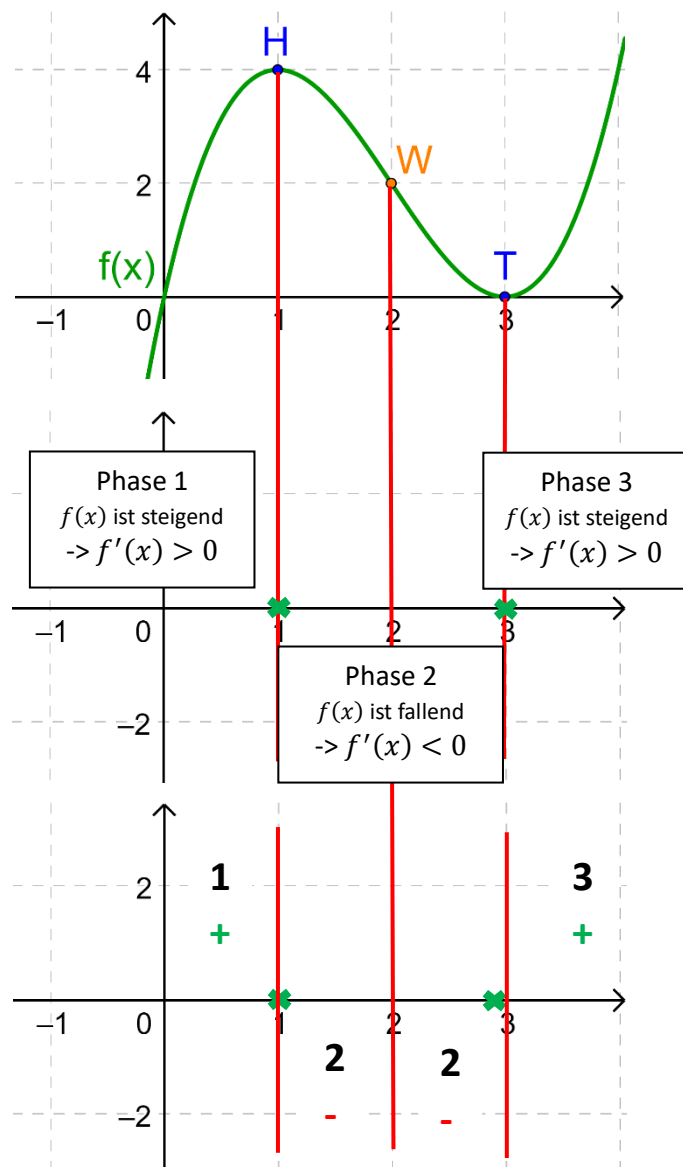
$f(x)$: N E W
 ↓ ↓
 $f'(x)$: N E W
 ↓ ↓
 $f''(x)$: N E W

Video

- **Nullstellen** der ursprünglichen Funktion haben **keine Bedeutung** in der graphischen Darstellung der Ableitungsfunktion
- **Extremstellen** werden in der Ableitungsfunktion stets zu **Nullstellen**
- **Wendestellen** werden in der Ableitungsfunktion stets zu **Extremstellen**

Vorgansweise:

1. An **Extremstellen** orientieren -> Diese werden zu **Nullstellen** -> D.h. zuerst die Nullstellen im abgeleiteten Graph kennzeichnen. Es ergeben sich **mehrere Bereiche** - kennzeichnen!
2. Am **Verlauf** der ursprünglichen Funktion orientieren: **Wo steigt/fällt der Graph?**
Zur Erinnerung: Die erste Ableitung einer Funktion entspricht immer der Steigung des Graphen. Das heißt: $f'(x)$ gibt die Steigung von $f(x)$ an.
→ Jeden einzelnen Bereich mit einem + (Der Graph steigt in diesem Bereich) oder - kennzeichnen (Der Graph fällt in diesem Bereich) -> Steigt der Graph in einem Bereich, so verläuft $f'(x)$ oberhalb der x-Achse. Je größer die Funktionswerte von $f'(x)$ sind, desto stärker steigt an dieser Stelle die Funktion $f(x)$.
3. Zum Schluss orientierst du dich an den Wendestellen von $f(x)$. Diese werden zu Extremstellen -> d.h. dort wo der Graph fällt ($f'(x)$ ist unterhalb der x-Achse), entsteht ein Tiefpunkt von $f'(x)$. Umgekehrt ein Hochpunkt. Jetzt musst du nur mehr den Verlauf der abgeleiteten Funktion skizzieren!

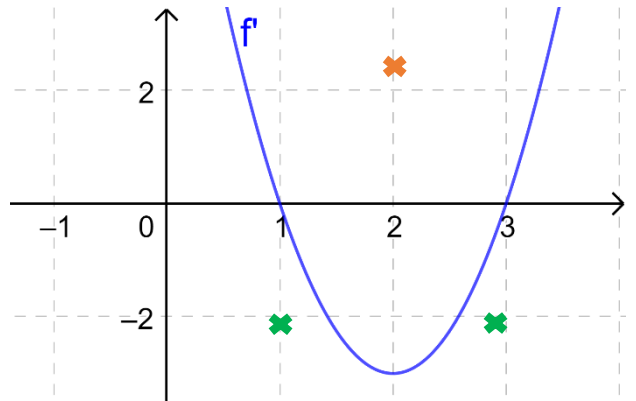


Bemerkung 1:

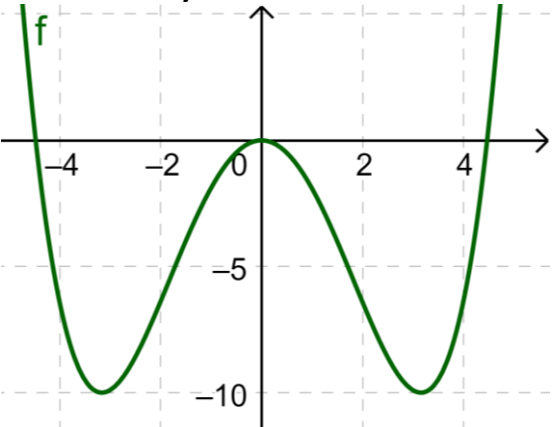
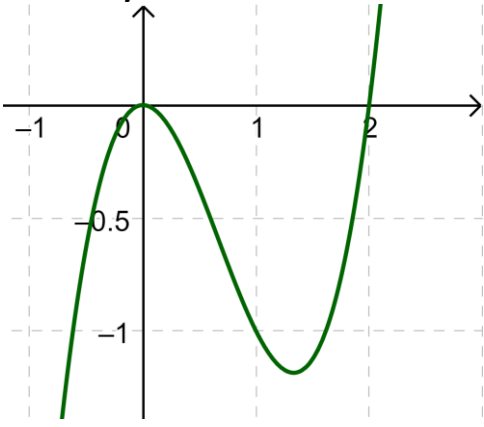
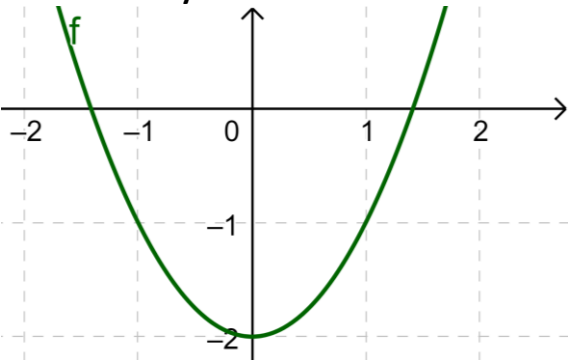
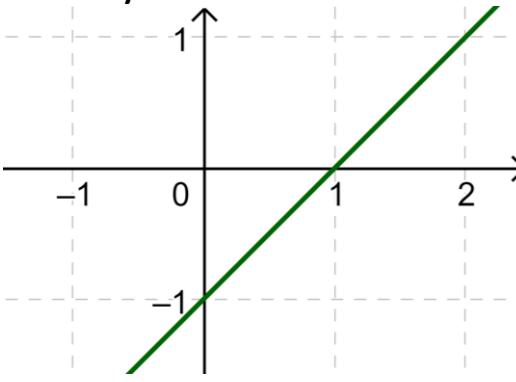
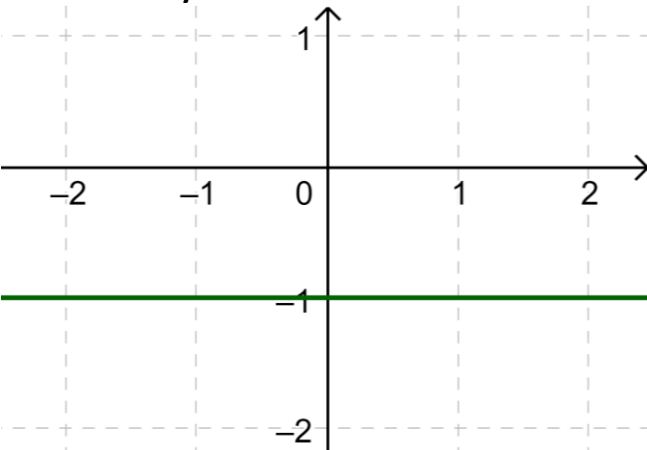
Es geht nicht darum, den Ableitungsgraph perfekt zu zeichnen, sondern nach diesen Vorgaben zu skizzieren.

Bemerkung 2:

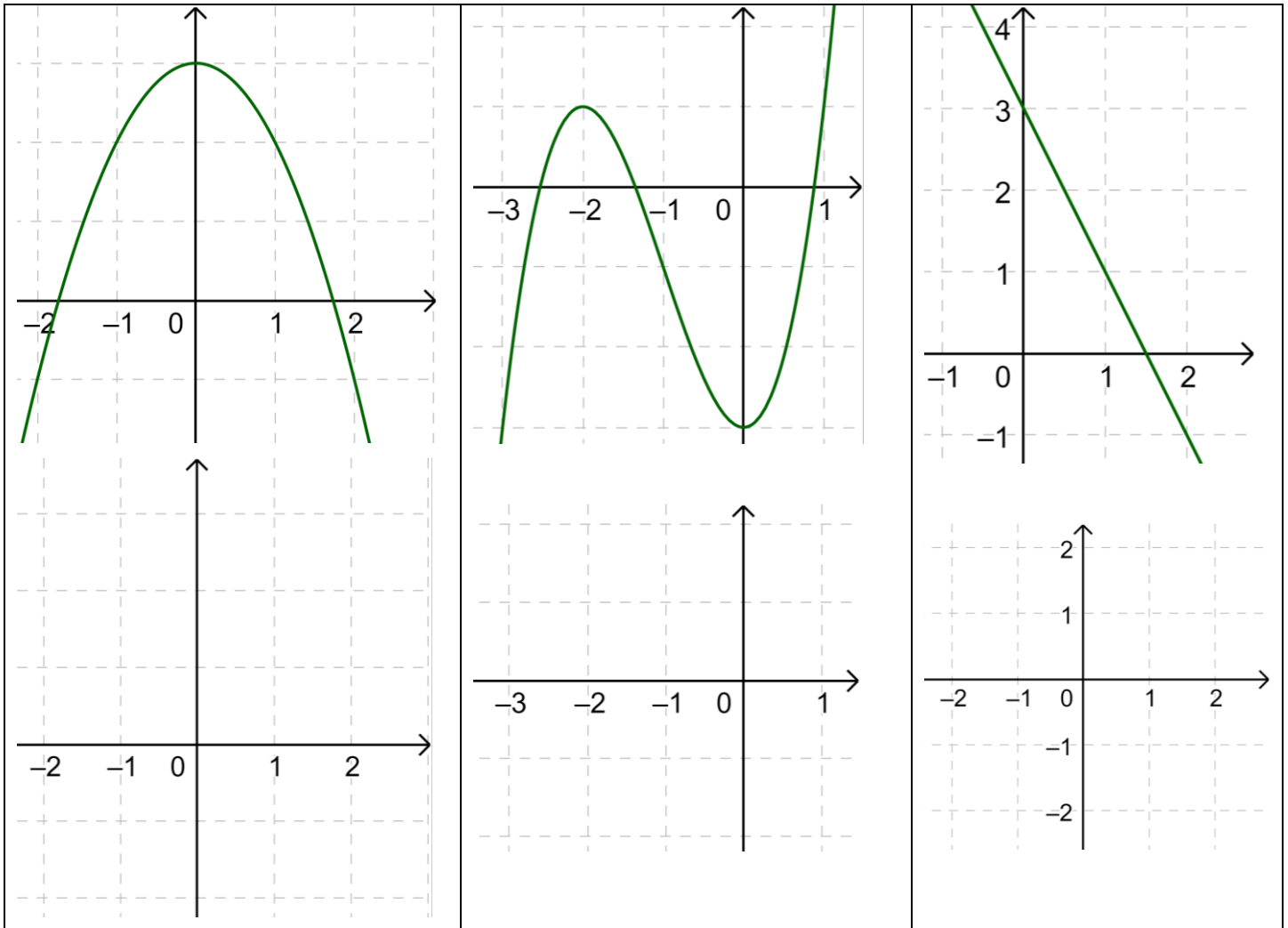
Ein Wendepunkt wird zum Extrempunkt. Entscheide nach Gefühl, wie hoch/tief du diesen Punkt im Ableitungsgraph markierst. Möchtest du dies möglichst genau einzeichnen, so entspricht die y -Koordinate des Extrempunktes der Steigung der ursprünglichen Funktion an dieser Stelle.



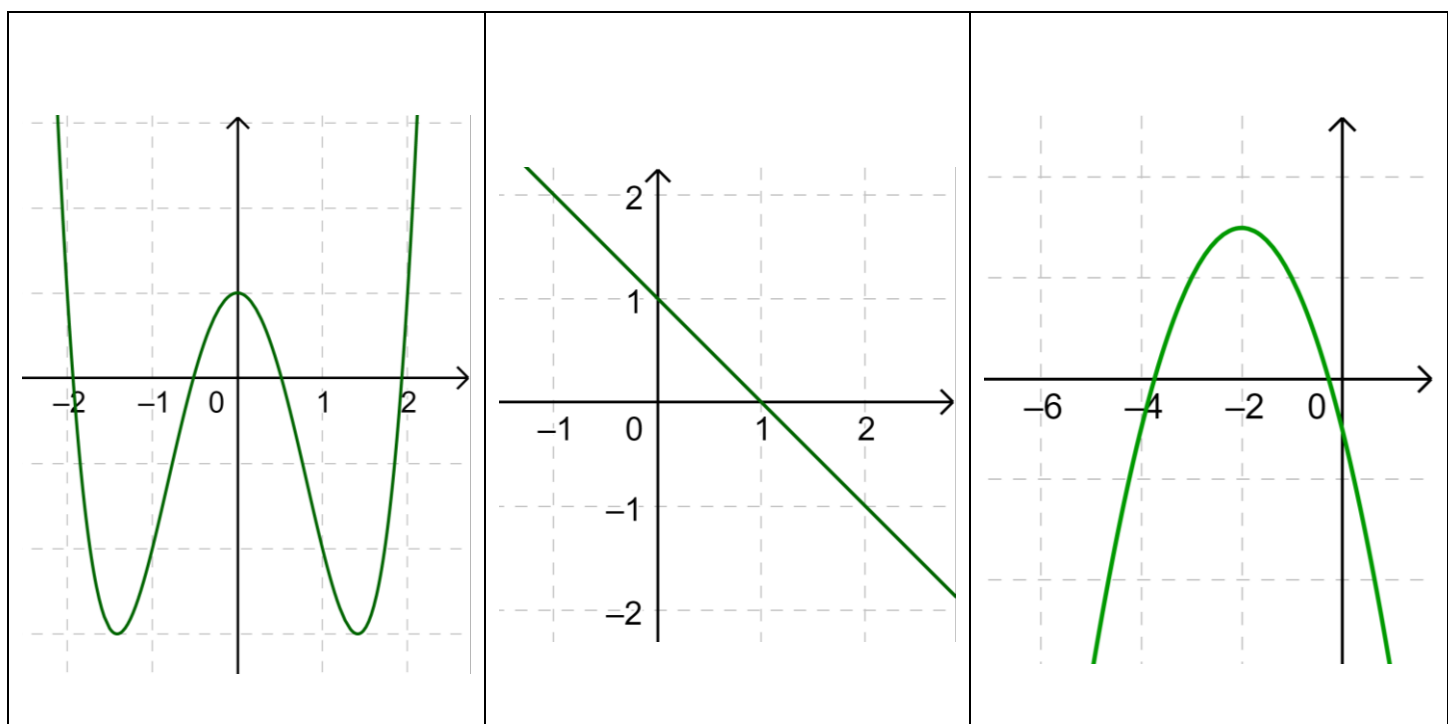
Bemerkung: Leitet man eine Polynomfunktion ab, so verringert sich der Grad um 1. Für das graphische Differenzieren ist es wichtig, dass du ein Vorstellungsvermögen hast, wie eine Polynomfunktion bis zum Grad 4 ausschauen kann. In den folgenden Abbildungen zeige ich dir typische Graphen.

<p style="text-align: center;">Polynomfunktion 4. Grades</p>  <ul style="list-style-type: none"> ▪ Typische Merkmale: 3 Extrempunkte & 2 Wendepunkte ▪ Darstellung kann variieren (z.B. ohne Wendepunkt -> nur 1 Extrempunkt) 	<p style="text-align: center;">Polynomfunktion 3. Grades</p>  <ul style="list-style-type: none"> ▪ Typische Merkmale: 2 Extrempunkte & 1 Wendepunkt ▪ Darstellung kann variieren (z.B. ohne Extrempunkt)
<p style="text-align: center;">Polynomfunktion 2. Grades</p>  <ul style="list-style-type: none"> ▪ Typische Merkmale: 1 Extrempunkt, Kein Wendepunkt ▪ nach oben oder unten geöffnet ▪ Graph: Parabel 	<p style="text-align: center;">Polynomfunktion 1. Grades</p>  <ul style="list-style-type: none"> ▪ Keine Extrempunkte oder Wendepunkte ▪ Graph: Gerade
<p style="text-align: center;">Polynomfunktion 0. Grades</p>  <ul style="list-style-type: none"> ▪ Konstante Funktion 	

Bsp. 1) Leite die gegebene Funktion graphisch ab. Zeichne die Ableitungsfunktion im Graph darunter ein.

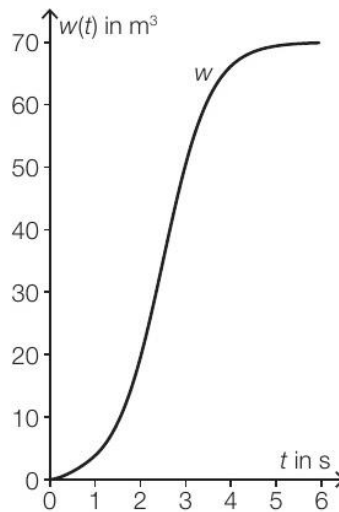


Bsp. 2) Leite die gegebene Funktion graphisch ab. Zeichne die Ableitungsfunktion im gleichen Graph ein.



Fressverhalten von Furchenwalen * (A_288)

- c) Die Funktion w beschreibt näherungsweise das gesamte Wasservolumen, das ein Furchenwal während eines Beutestoßes aufnimmt (siehe nachstehende Abbildung).



t ... Zeit seit Beginn der Wasseraufnahme in s

$w(t)$... gesamtes aufgenommenes Wasservolumen bis zur Zeit t in m^3

- 1) Kreuzen Sie den Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion w' an. [1 aus 5]

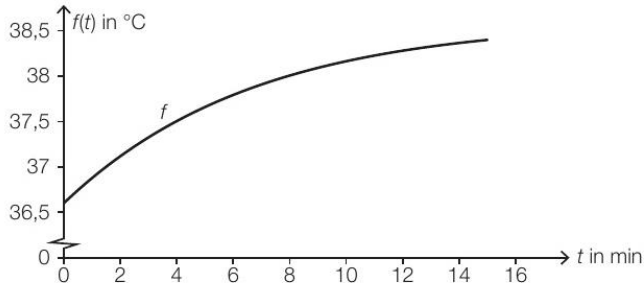
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

Sauna * (A_297)

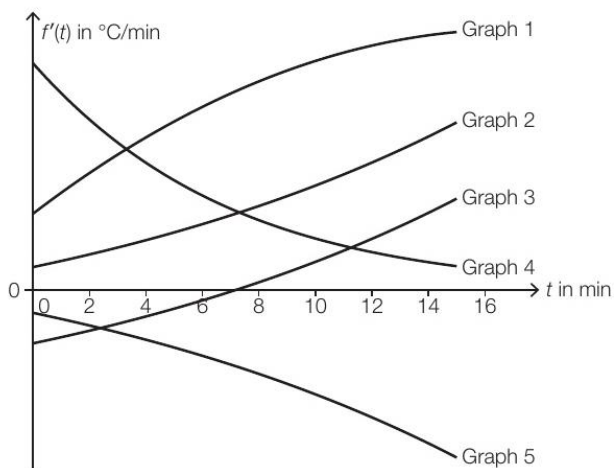
In der kalten Jahreszeit besuchen viele Menschen regelmäßig eine Sauna.

- a) Der Graph der Funktion f in der nachstehenden Abbildung zeigt die Körpertemperatur eines Saunagasts während eines Saunagangs.

t ... Zeit seit Betreten der Sauna in min
 $f(t)$... Körpertemperatur zur Zeit t in $^{\circ}\text{C}$



- 1) Kreuzen Sie den zutreffenden Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion f' an. [1 aus 5]



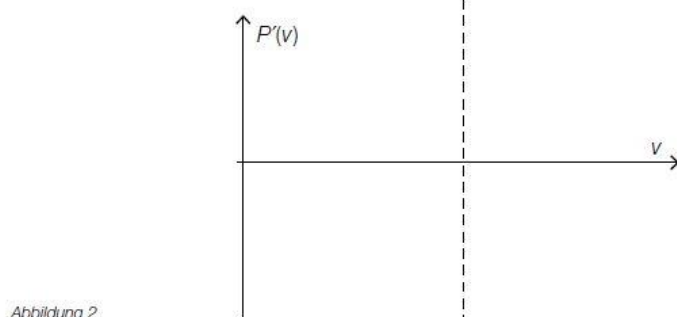
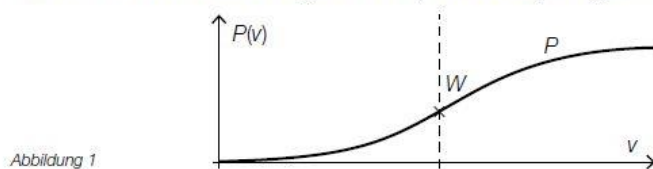
Graph 1	<input type="checkbox"/>
Graph 2	<input type="checkbox"/>
Graph 3	<input type="checkbox"/>
Graph 4	<input type="checkbox"/>
Graph 5	<input type="checkbox"/>

Windraeder * (A_247)

- b) Die tatsächliche Leistung von Windrädern in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit v kann näherungsweise durch die Funktion P beschrieben werden.

Der Graph dieser Funktion P und ihr Wendepunkt W sind in der unten stehenden Abbildung 1 dargestellt.

– Skizzieren Sie in der Abbildung 2 den Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion P' .



!! WICHTIG für Kompetenz 4.5 !!

Bewegungsaufgaben