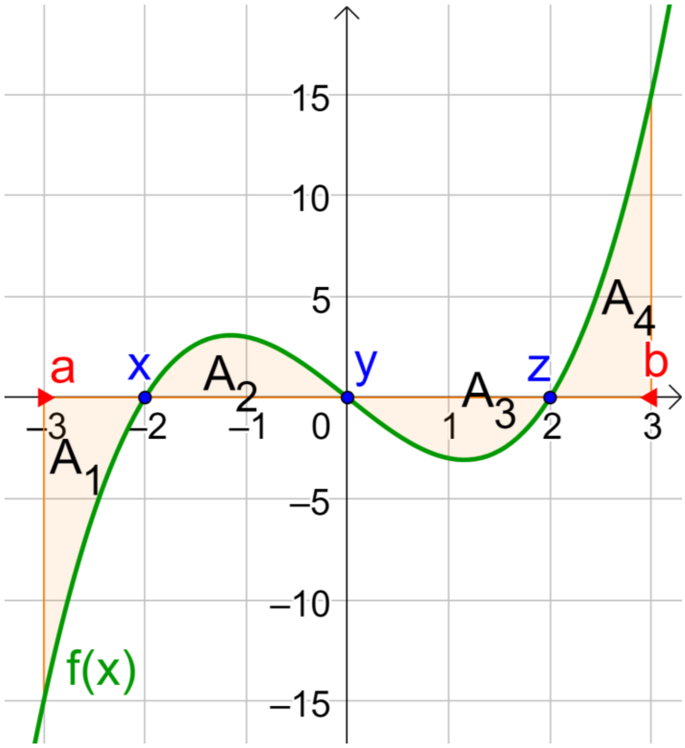
4.8 Bestimmtes Integral als Flächeninhalt

Maturaskript BHS – Teil A (17 Seiten)

Grundkompetenzen:

- **4.8** das bestimmte Integral als orientierten Flächeninhalt verstehen und anwenden



Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof. Tegischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben (**Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool**)** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info*: bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, …) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**" die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. A_263) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**" und „**GeoGebra**" erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**" erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

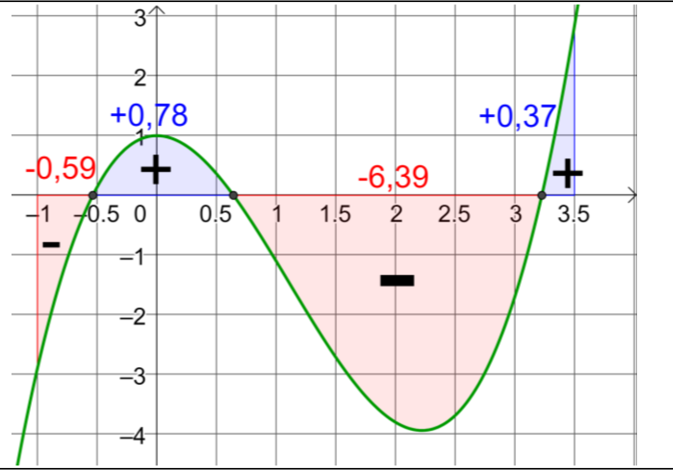
Allgemeine Regeln	**Weitere Regeln für Lehrpersonen**
▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen. ▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen. ▪ Sie dürfen mein Materialen **NICHT** gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden. ▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden. ▪ Bei einem **Missbrauch** erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	**WICHTIGSTE REGEL:** LehrerInnen dürfen die Materialien in **Ihrem eigenen Unterricht** verwenden: ▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen. ▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben. ▪ Es ist **nicht erlaubt**, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben. ▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

4.8 Bestimmtes Integral als Flächeninhalt

Video

(1) Flächeninhalt zwischen x-Achse und Funktionsgraph



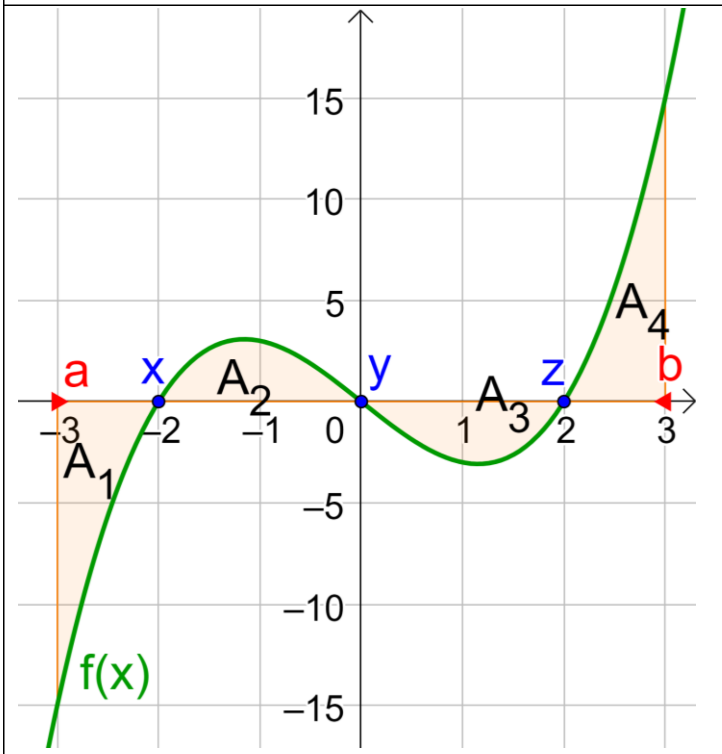
(1) Bestimmtes Integral:

$$\int_{-1}^{3,5} f(x)\,dx = -0,59 + 0,78 - 6,39 + 0,37 = -5,83$$

(2) Flächeninhalt zwischen x-Achse und Funktionsgraph:

$$A = 0,59 + 0,78 + 6,39 + 0,37 = 8,13\ E^2$$

Besitzt die Funktion ausschließlich **positive Funktionswerte** entspricht das **bestimmte Integral** dem tatsächlichen **Flächeninhalt**.



Besitzt eine Funktion **positive** und **negative Funktionswerte**, so kannst du den Flächeninhalt folgendermaßen berechnen:

Schritt 1: Mache dir eine Skizze des Funktionsgraphen. Gesucht ist der Flächeninhalt im Intervall $[-3; 3]$ zwischen der x-Achse und dem Funktionsgraphen. Berechne alle Nullstellen und überlege dir die Intervalle, in denen die Funktion im positiven bzw. negativen Bereich liegt.

$$f(x) = x^3 - 4x$$

$$f(x) = 0 \rightarrow \quad x = -2; y = 0; z = 3$$

Es entstehen 4 Bereiche:

$[-3; -2]$: negativ
$[-2; 0]$: positiv
$[0; 2]$: negativ
$[2; 3]$: positiv

Schritt 2: Es müssen alle Bereiche separat betrachtet werden. Die negativen Bereiche müssen zur Berechnung des Flächeninhalts positiv gemacht werden, sodass schlussendlich alle Flächen summiert werden.

2 Optionen, um negative Bereiche positiv zu machen:

(1) Betragsstriche bei den negativen Bereichen:

$$A(a; b) = \left|\int_{-3}^{-2} f(x)\,dx\right| + \int_{-2}^{0} f(x)\,dx + \left|\int_{0}^{2} f(x)\,dx\right| + \int_{2}^{3} f(x)\,dx = 20,5\ E^2$$

(2) **Minus** vor einem bestimmten Integral (negativer Funktionsbereich) setzen:

$$A(a; b) = -\int_{-3}^{-2} f(x)\,dx + \int_{-2}^{0} f(x)\,dx - \int_{0}^{2} f(x)\,dx + \int_{2}^{3} f(x)\,dx = 20,5\ E^2$$

Bsp. 1) Berechne den Inhalt jener Fläche, der vom Graphen von f und der x-Achse im gegebenen Intervall eingeschlossen wird. Mach dir eine Skizze.

a. $f(x) = 3x^2 - 3 \qquad [-2; 3]$	**b.** $f(x) = 2x + 4 \qquad [-6; 2]$
c. $f(x) = x^3 - 9x \qquad [-5; 4]$	**d.** $f(x) = x^4 - 4x^2 \qquad [-1; 3]$
e. $f(x) = e^x - 2 \qquad [-3; 5]$	**f.** $f(x) = \frac{1}{x} - 1 \qquad [0{,}5; 3]$

Video

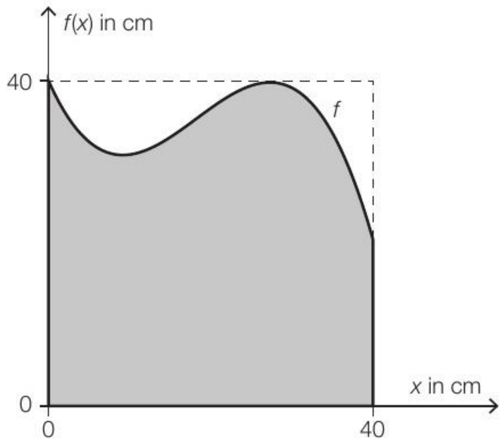
Bsp. 2) Eine Funktion f ist gegeben. Bestimme den Parameter e so, dass der Graph von f in $[1; e]$ mit $e > 1$ den Flächeninhalt A mit der x-Achse einschließt.

a. $f(x) = -x + 3 \qquad A = 10\ E^2$	**b.** $f(x) = -3x^2 + 12 \qquad A = 37\ E^2$
c. $f(x) = x^3 - 3x^2 \qquad A = 270\ E^2$	**d.** $f(x) = -4x + 16 \qquad A = 146\ E^2$

Baumhaus * (A_116)

Eine Familie plant, ein Baumhaus aus Holz zu errichten. Der Baum dafür steht in einem horizontalen Teil des Gartens.

b) Die Fenster des Baumhauses sollen eine spezielle Form haben (siehe grau markierte Fläche in der nachstehenden Abbildung).



Die obere Begrenzungslinie des Fensters kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion *f* beschrieben werden.

$f(x) = -0{,}003 \cdot x^3 + 0{,}164 \cdot x^2 - 2{,}25 \cdot x + 40$ mit $0 \leq x \leq 40$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in cm

1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Fensterfläche in der dargestellten Form kleiner als die Fensterfläche eines quadratischen Fensters mit der Seitenlänge 40 cm ist.

Betonschutzwand (A_171)

Zur Sicherung von Baustellen auf den Straßen werden verschiedene Betonschutzwände eingesetzt.

b) Die Abbildung 2 zeigt den Querschnitt einer anderen Betonschutzwand.

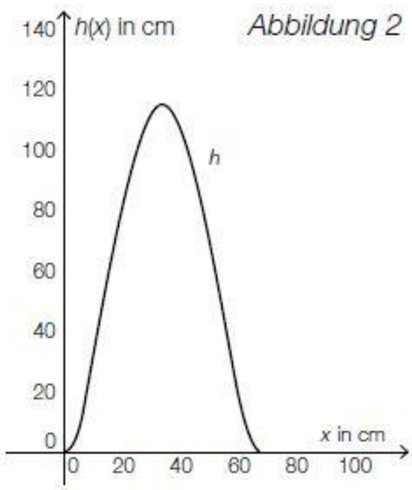
$h(x) = \frac{1}{11560} \cdot x^4 - \frac{1}{85} \cdot x^3 + \frac{2}{5} \cdot x^2$ mit $0 \leq x \leq 68$

x, $h(x)$ … Koordinaten in cm

– Berechnen Sie den Flächeninhalt der Querschnittsfläche dieser Betonschutzwand.

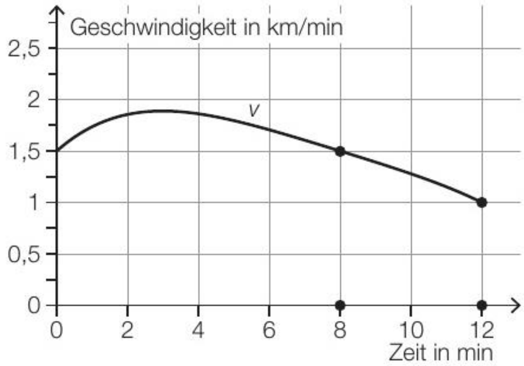
Die Betonschutzwand hat eine Länge von 4 m und eine Dichte von 2 400 kg/m³ (Masse = Dichte × Volumen).

– Berechnen Sie die Masse dieser Betonschutzwand in Tonnen.



Bordcomputer * (A_308)

Ein Bordcomputer hat 12 min lang die Geschwindigkeit eines PKW aufgezeichnet. Der Graph der so ermittelten Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v ist im nachstehenden Diagramm modellhaft dargestellt.



a) Der Flächeninhalt zwischen dem Graphen von v und der Zeitachse im Intervall [8 min; 12 min] kann durch den Flächeninhalt eines Vierecks angenähert werden. Die gekennzeichneten Gitterpunkte sind die Eckpunkte dieses Vierecks.

1) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Vierecks.

2) Interpretieren Sie diesen Flächeninhalt im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei auch die zugehörige Einheit an.

Kleingartensiedlung * (A_318)

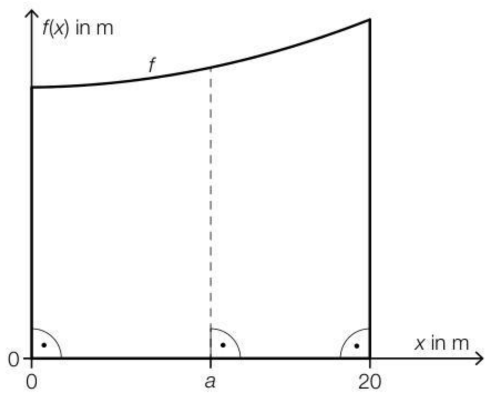
a) In einem Plan ist ein Grundstück durch 3 gerade Seiten und durch den Graphen der Funktion f begrenzt (siehe unten stehende Abbildung).

$f(x) = 0{,}01 \cdot x^2 + 0{,}01 \cdot x + 16 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 20$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

Das Grundstück soll so halbiert werden, dass 2 Kleingärten mit gleich großem Flächeninhalt entstehen.

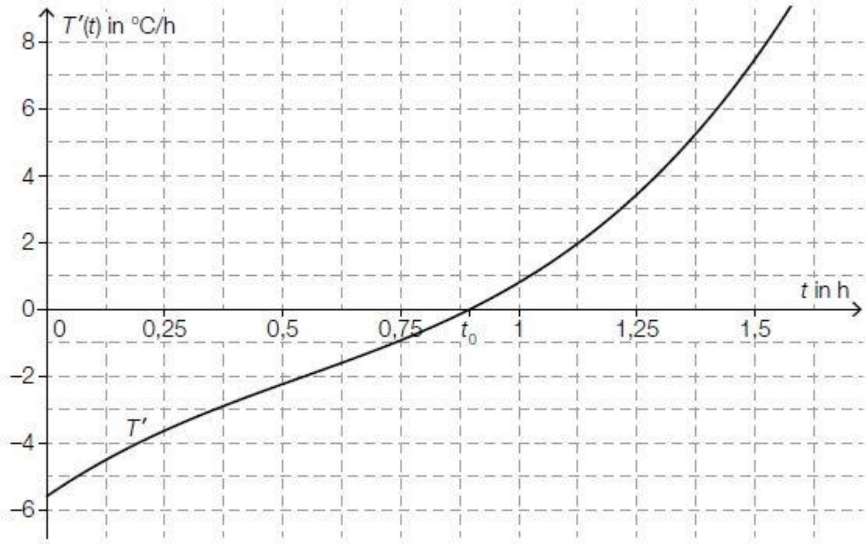
Die Halbierung soll – wie in der nachstehenden Abbildung dargestellt – an der Stelle a erfolgen.



1) Berechnen Sie die Stelle a.

Gewitter * (A_071)

c) Während eines Nachmittags, an dem es ein Gewitter gab, wurde die Veränderung der Temperatur ermittelt. Die Funktion T' beschreibt die momentane Änderungsrate der Temperatur in Abhängigkeit von der Zeit t (siehe nachstehende Abbildung).



t … Zeit seit Beginn der Messung in h
$T'(t)$ … momentane Änderungsrate der Temperatur zur Zeit t in °C/h

Die Funktion T' hat an der Stelle t_0 eine Nullstelle (siehe obige Abbildung).

1) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

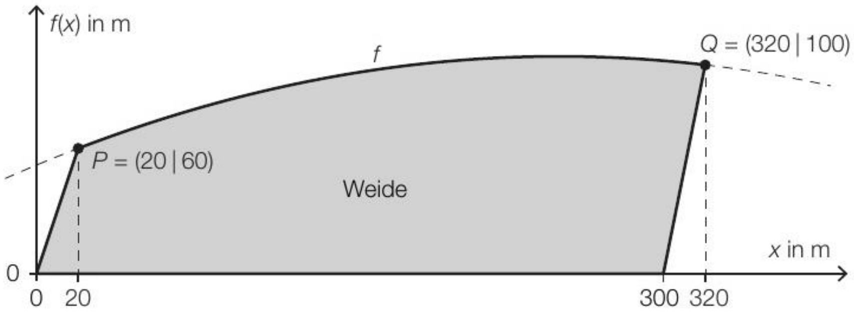
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Maximumstelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Minimumstelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Nullstelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Wendestelle.	☐
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine positive Steigung.	☐

Die absolute Temperaturänderung in einem Zeitintervall $[t_1; t_2]$ kann durch das Integral $\int_{t_1}^{t_2} T'(t)\,dt$ berechnet werden.

2) Bestimmen Sie mithilfe der obigen Abbildung näherungsweise die absolute Temperaturänderung im Zeitintervall [1,25; 1,5].

Kuehe auf der Weide * (A_141)

a) In der nachstehenden Abbildung ist eine Weide modellhaft dargestellt. Die obere Begrenzungslinie kann mithilfe einer Funktion f beschrieben werden. Die anderen drei Begrenzungslinien verlaufen geradlinig.



1) Erstellen Sie mithilfe von f eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A dieser Weide.

$A =$ ______________________________

Für die Funktion f gilt: $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + 52$

2) Erstellen Sie unter Verwendung der in der obigen Abbildung angegebenen Koordinaten ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a und b.

Leistung einer Solaranlage * (A_212)

b) Eine andere Solaranlage wird an einem bestimmten Tag von 7 Uhr bis 19 Uhr betrieben und ihre Leistung durch die Funktion P beschrieben, wobei gilt:

$P(t) = 0{,}007 \cdot t^4 - 0{,}165 \cdot t^3 + 0{,}972 \cdot t^2 + 1{,}221$ mit $0 \leq t \leq 12$

t ... Zeit in Stunden (h), wobei $t = 0$ der Uhrzeit 7 Uhr entspricht
$P(t)$ ... Leistung der Solaranlage zur Zeit t in kW

Die in einem Zeitintervall von der Solaranlage gelieferte Energie wird mithilfe des Integrals der Leistung in diesem Zeitintervall berechnet.

– Berechnen Sie die an diesem Tag von der Solaranlage gelieferte Energie.

Minirampe (A_091)

Ein Unternehmen, das Skate-Parks errichtet, plant eine neue Minirampe.

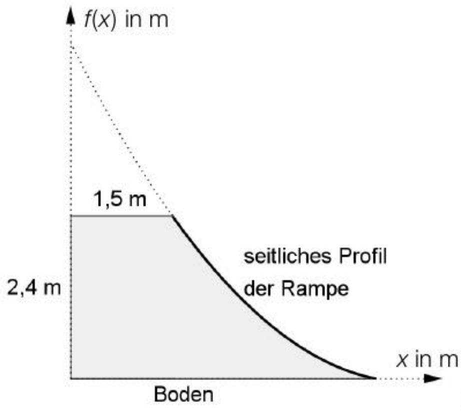


Abb. 1

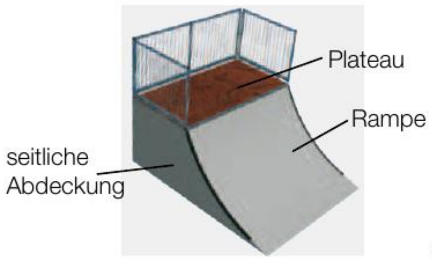


Abb. 2

Das seitliche Profil der Rampe kann durch eine Parabel 2. Ordnung modelliert werden:

$f(x) = 0{,}2 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 4{,}95$ mit $1{,}5 \leq x \leq 4{,}5$

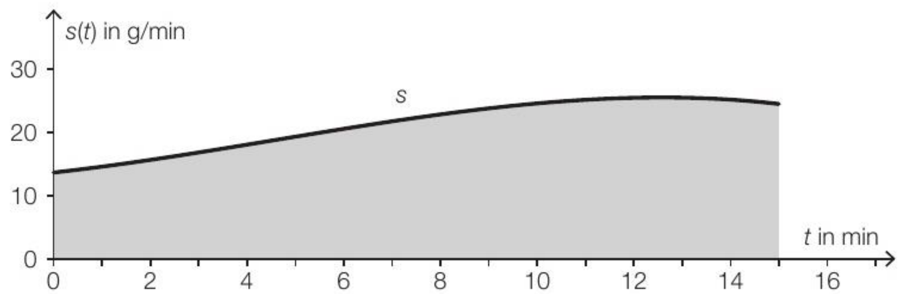
x … waagrechte Entfernung von der Rückwand in Metern (m)
$f(x)$ … Höhe der Rampe in Metern (m) an der Stelle x

a) – Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittsfläche einer seitlichen Abdeckung. Entnehmen Sie die dazu notwendigen Werte der Abbildung 1.

Sauna * (A_297)

In der kalten Jahreszeit besuchen viele Menschen regelmäßig eine Sauna.

b) Die Funktion s, deren Graph in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist, beschreibt die momentane Schweißabsonderung eines Saunagasts zur Zeit t bei einem 15-minütigen Saunagang.



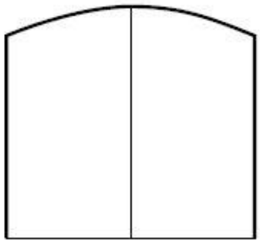
1) Erstellen Sie mithilfe der Funktion s eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche.

$A =$ ______________________________

2) Beschreiben Sie die Bedeutung von A im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

Scheunentor * (A_277)

Ein Scheunentor besteht aus 2 symmetrischen Flügeln. Die Vorderseite des Scheunentors (Rechteck mit einem aufgesetzten Bogen) ist in der nachstehenden Abbildung vereinfacht dargestellt.



b) Für ein anderes Scheunentor, dessen Flügel jeweils 2,5 m breit sind, lässt sich der Bogen näherungsweise durch den Graphen der quadratischen Funktion f beschreiben:

$f(x) = -0{,}08 \cdot x^2 + 4$

x ... Koordinate in m
$f(x)$ ... Höhe des Scheunentors an der Stelle x in m

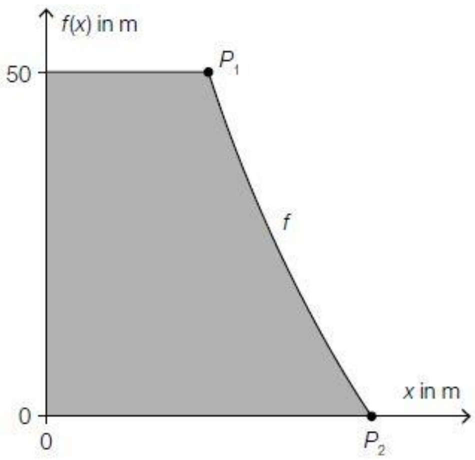
1) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Vorderseite des Scheunentors.

Staudamm (1) * (B_441)

a) Ein Staudamm hat den unten – nicht maßstabgetreu – dargestellten Querschnitt mit den Punkten $P_1 = (10|50)$ und $P_2 = (20|0)$. Alle Angaben erfolgen in Metern. Der Verlauf zwischen den Punkten P_1 und P_2 wird durch den Graphen der Funktion f beschrieben:

$f(x) = 216{,}1 - 72{,}1 \cdot \ln(x)$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in Metern (m)



1) Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittsfläche des Staudamms (graue Fläche).

Skatepark (1) * (A_194_1)

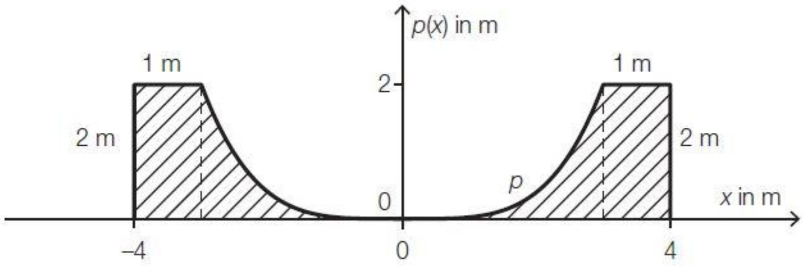
Ein *Skatepark* ist ein speziell für Skater/innen eingerichteter Bereich mit Startrampen und verschiedenen Hindernissen, die befahren werden können.

c) Für eine *Halfpipe* soll in einem Skatepark Material aufgeschüttet werden. Ein Teil des Verlaufs der Halfpipe im Querschnitt lässt sich annähernd durch die Funktion p beschreiben:

$p(x) = \frac{2}{81} \cdot x^4$ mit $-3 \leq x \leq 3$

x ... horizontale Koordinate in Metern (m)
$p(x)$ ... Höhe an der Stelle x in m

Die nachstehende Abbildung zeigt die Querschnittsfläche der Halfpipe.



– Ermitteln Sie den Inhalt der schraffierten Querschnittsfläche.

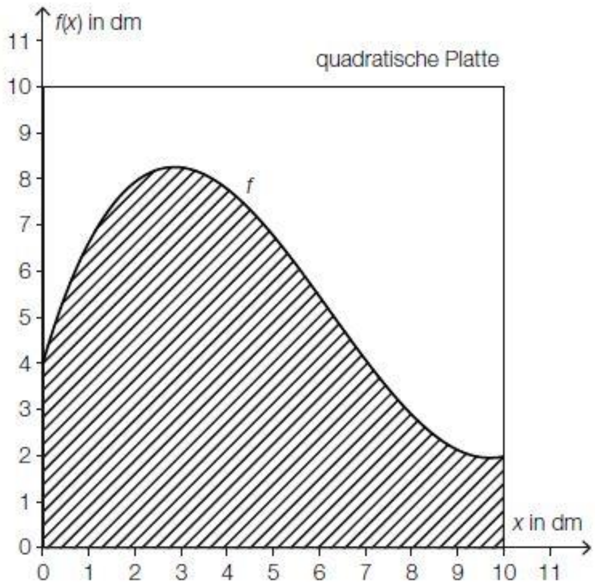
Werbedruck (A_173)

Eine Großbank erteilt einer Druckerei den Auftrag, ihre Bankenlogos anzufertigen.

a) Das Logo wird auf quadratische Platten gedruckt. Die Begrenzungslinie des Logos wird durch die Funktion f beschrieben.

$f(x) = \frac{1}{25} \cdot x^3 - \frac{3}{4} \cdot x^2 + \frac{33}{10} \cdot x + 4$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in dm



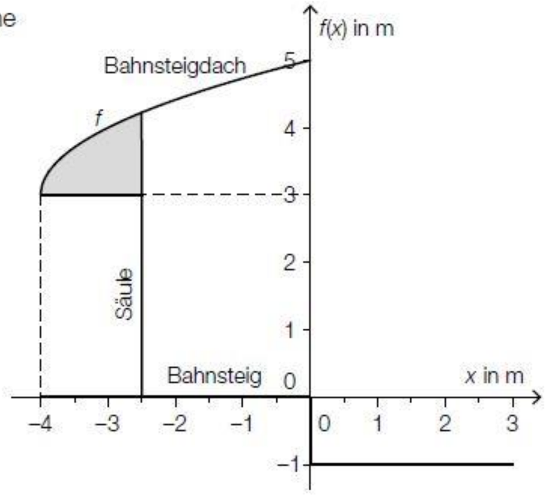
– Berechnen Sie den Flächeninhalt der schraffierten Fläche.

Bahnsteige (2) * (B_451)

a) Auf dem Bahnhof Linz wird eine Betonkonstruktion zur Überdachung eines Bahnsteigs verwendet.

Bildquelle: BMBWF

Die nebenstehende Abbildung zeigt eine vereinfachte Darstellung der Betonkonstruktion.



1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche.

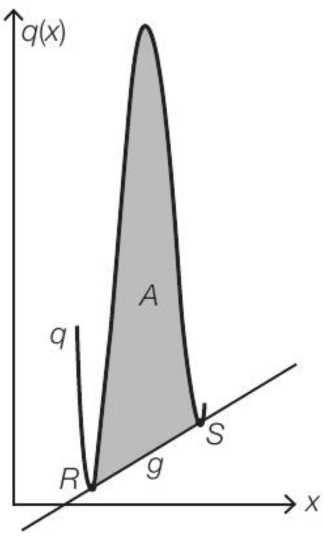
$A =$ ____________________

Gaschromatographie (B_328)

Gaschromatographie ist eine Analysemethode in der analytischen Chemie. Das dafür notwendige Gerät nennt man *Gaschromatograph*.

c) Das Ergebnis einer Analyse mit dem Gaschromatographen ist ein *Chromatogramm* – eine Grafik, die mehrere Peaks (Gipfel) anzeigt. Die Fläche unter einem Peak gibt Aufschluss über die quantitative Zusammensetzung der untersuchten Probe. Dabei wird der in der nebenstehenden Skizze dargestellte Flächeninhalt A bestimmt. Die Gerade g geht durch die Tiefpunkte R und S der Funktion q.

– Dokumentieren Sie in Worten die Rechenschritte, die notwendig sind, um den Flächeninhalt A bei gegebener Funktion q zu bestimmen.



Video

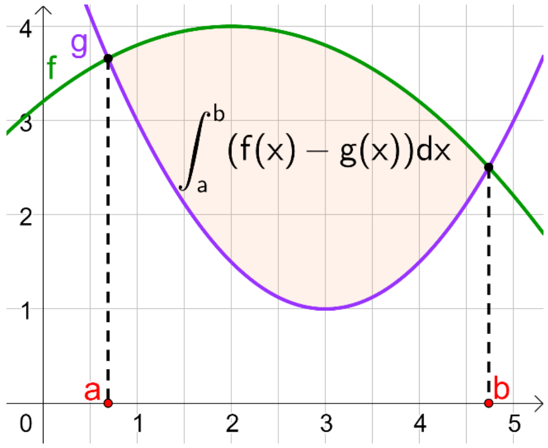
(2) Flächeninhalt zwischen zwei Funktionsgraphen

Schließen zwei stetige Funktionen im Intervall $[a; b]$ eine Fläche ein, so kann der **Inhalt der eingeschlossenen Fläche** mit folgender Formel berechnet werden:

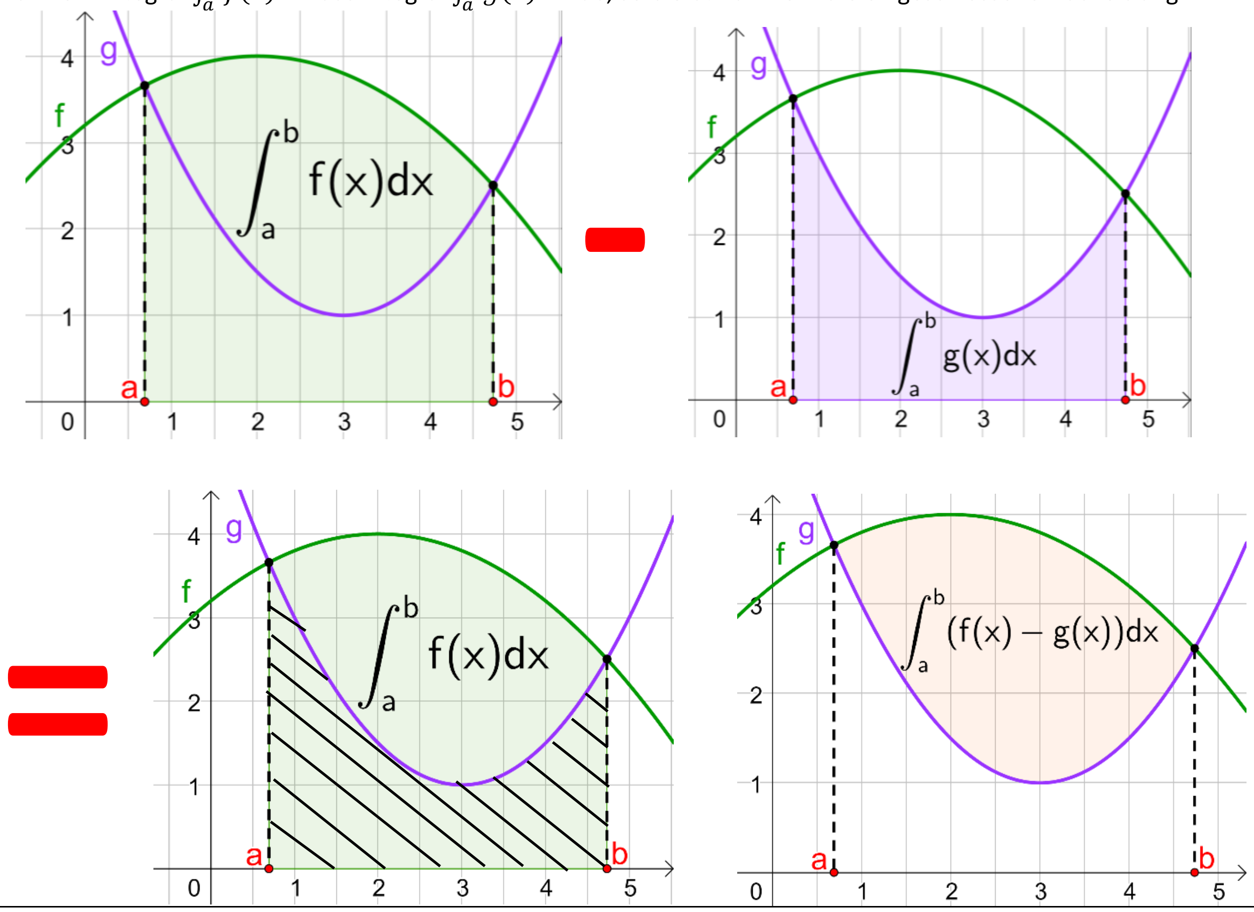
$$\int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b g(x)\,dx = \int_a^b [f(x) - g(x)]\,dx$$

wobei der Graph von $\boldsymbol{f}$ **die obere** und der **Graph von** $\boldsymbol{g}$ die **untere Begrenzungskurve** sein muss. Es gilt: $f(x) \geq g(x)$ für alle x aus dem Intervall $[a; b]$.

$$\int_{linke\ Grenze}^{rechte\ Grenze} (obere\ Funktion - untere\ Funktion)\,dx$$

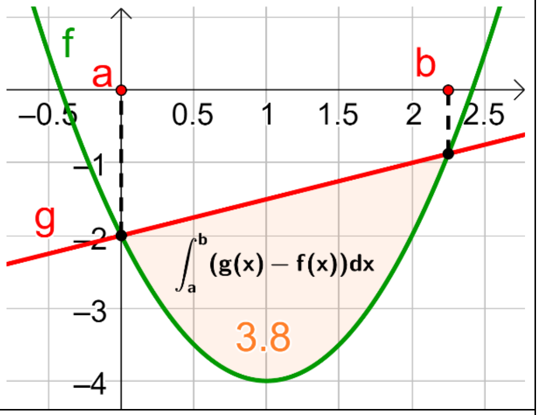


Zieht man vom Integral $\int_a^b f(x)\,dx$ das Integral $\int_a^b g(x)\,dx$ ab, so bleibt nur mehr die eingeschlossene Fläche übrig:

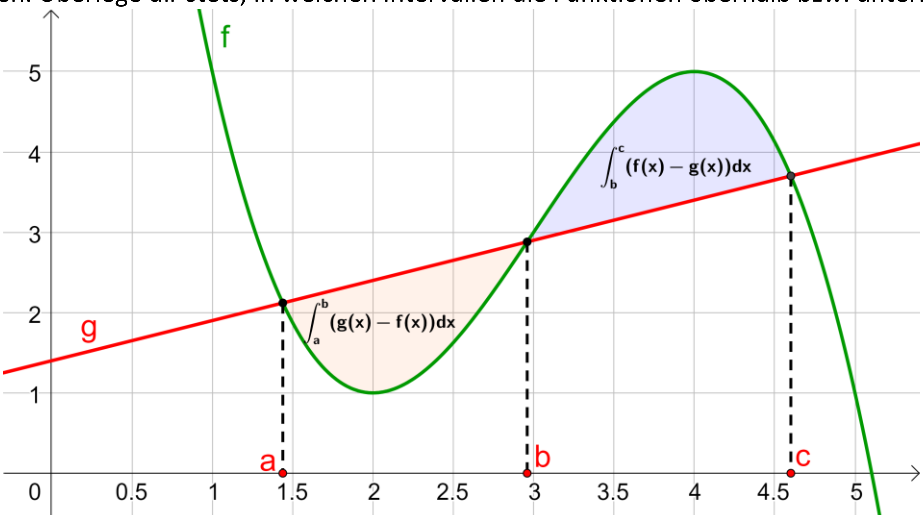


Bemerkung 1:

Bei dieser Berechnung ist es egal, ob die Funktionen unterhalb der x-Achse verlaufen, solange du stets „obere Funktion MINUS untere Funktion“ rechnest.



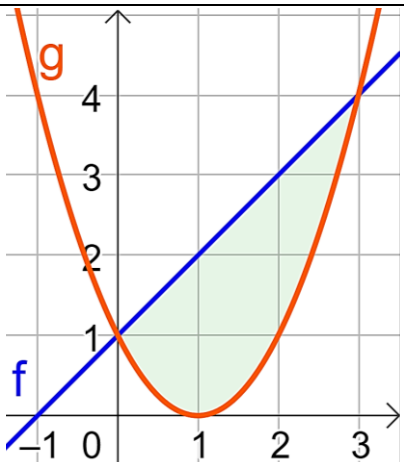
Haben zwei Funktionsgraphen mehrere Teilflächen, so musst du alle Teilflächen einzeln berechnen und anschließend summieren. Überlege dir stets, in welchen Intervallen die Funktionen oberhalb bzw. unterhalb sind.

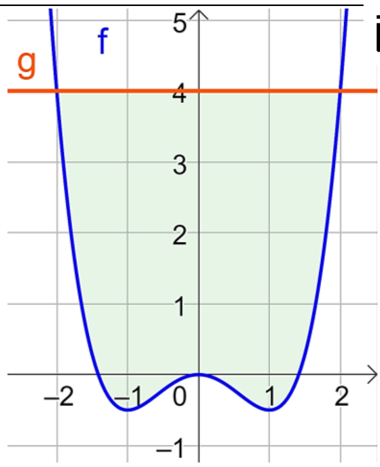


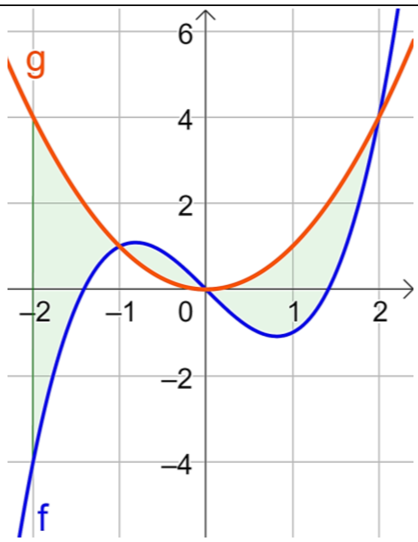
$$A = \int_a^b [g(x) - f(x)]\,dx \; + \int_b^c [f(x) - g(x)]\,dx$$

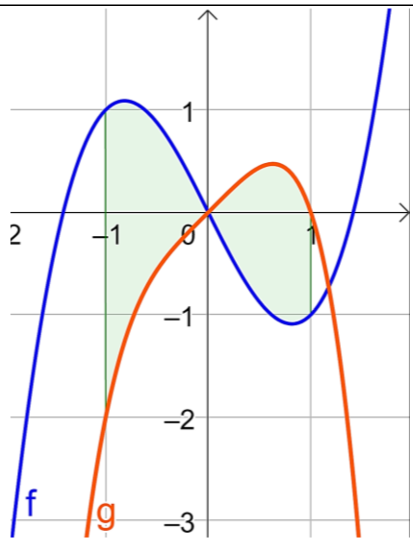
Video

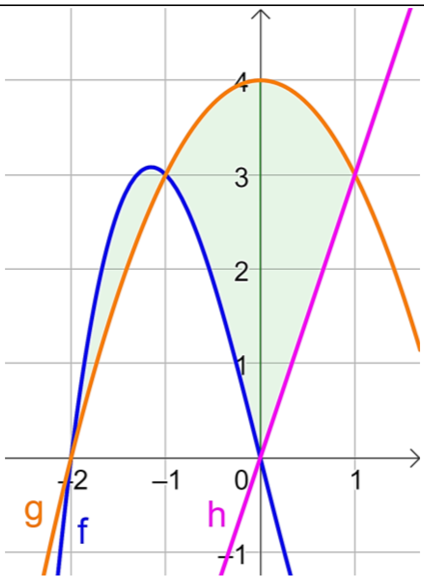
Bsp. 3) Gib mit den Funktionen $f(x), g(x), h(x)$ eine Formel zur Berechnung der markierten Fläche an.

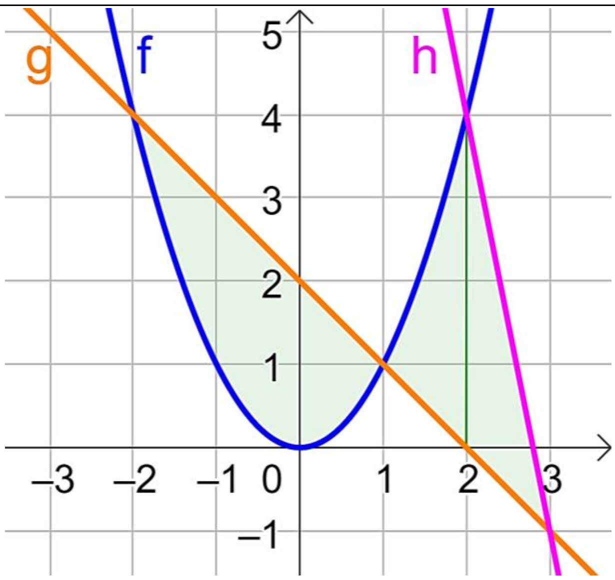










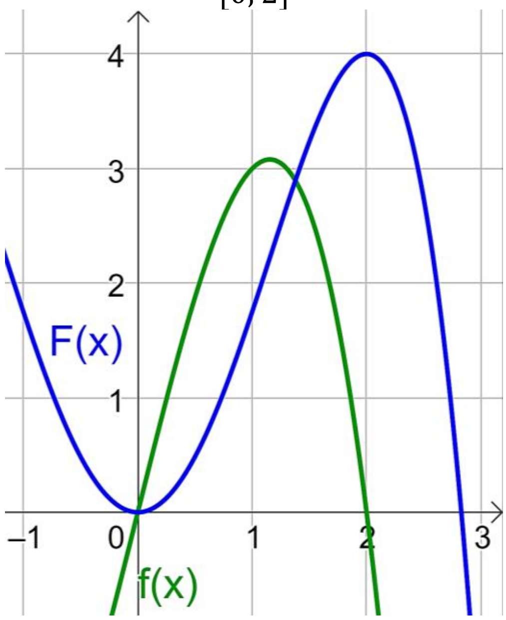
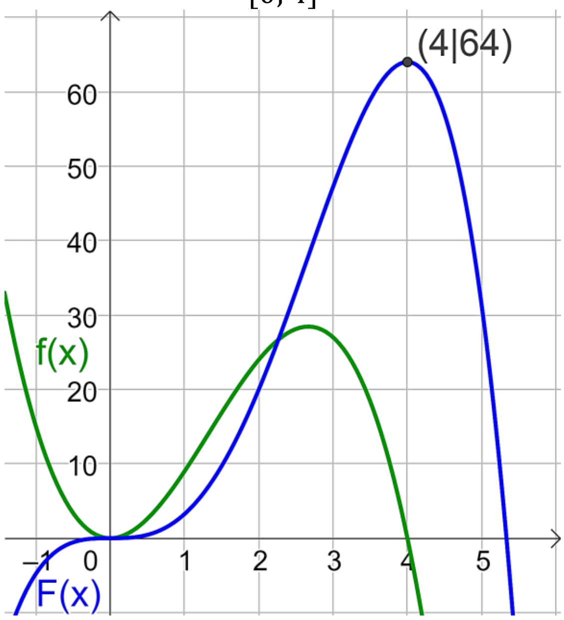


Bsp. 4) Berechne den Flächeninhalt, der von den Graphen der Funktionen f und g begrenzt wird.

a. $f(x) = x^4 - 3x^2 + 4$, $g(x) = 2x + 4$	**b.** $f(x) = -x$, $g(x) = x^3 - 2x$

c. $f(x) = x^3 + 4x^2 + 2$, $g(x) = 8 - x$	**d.** $f(x) = x^3 - 4x$, $g(x) = 4 - x^2$

Bsp. 5) Gegeben sind ein Graph einer Polynomfunktion f und der Graph einer ihrer Stammfunktionen F. Der Graph von f und die positive x-Achse begrenzen im gegebenen Intervall ein endliches Flächenstück. Markiere und ermittle den Flächeninhalt dieses Flächenstücks.

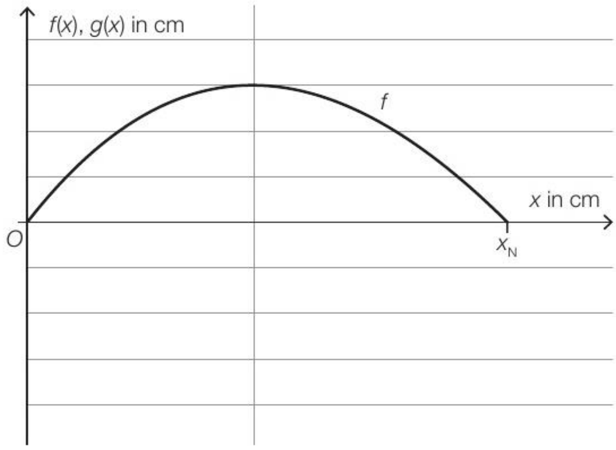
$[0; 2]$	$[0; 4]$
	

Baeume * (A_299)

a) Die Form des Blattes einer Buche lässt sich in einem Koordinatensystem näherungsweise durch die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion f und dem Graphen der Funktion g beschreiben.

$f(x) = 0{,}0047 \cdot x^3 - 0{,}2 \cdot x^2 + 1{,}28 \cdot x$ mit $0 \leq x \leq x_N$
$g(x) = -f(x)$
x, $f(x)$, $g(x)$ ... Koordinaten in cm

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion f dargestellt.

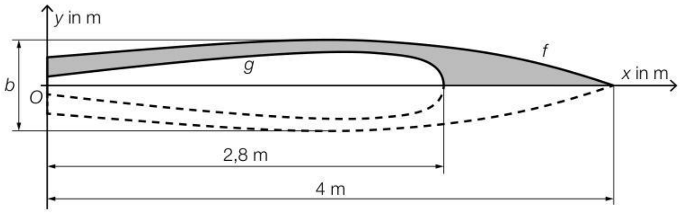


1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Graphen der Funktion g im Intervall $[0; x_N]$ ein.
2) Berechnen Sie die Nullstelle x_N.
3) Berechnen Sie gemäß diesem Modell den Flächeninhalt dieses Blattes.

Stand-up-Paddling (1) * (A_317)

Stand-up-Paddling ist eine Wassersportart, bei der man aufrecht auf einem Board steht und paddelt.

a) In der nachstehenden Abbildung ist der Entwurf für ein zweifärbiges Board in der Ansicht von oben dargestellt.



1) Stellen Sie mithilfe der Funktionen f und g eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

$A =$ ______________________________

Der Entwurf ist symmetrisch bezüglich der x-Achse.
Für die Funktion f gilt:

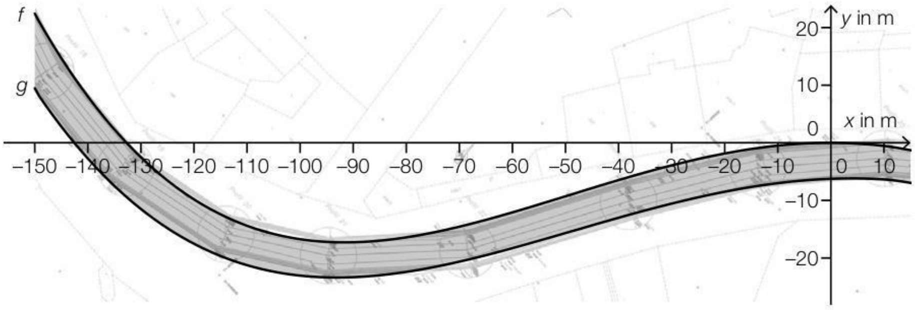
$f(x) = -0{,}0125 \cdot x^3 + 0{,}02 \cdot x^2 + 0{,}07 \cdot x + 0{,}2$ mit $0 \leq x \leq 4$

2) Berechnen Sie die maximale Breite b des Boards.

Der Grazbach * (B_561)

Der Kroisbach und der Leonhardbach sind Bäche in Graz, die nach ihrem Zusammenfluss den Grazbach bilden.

c) In der nachstehenden Abbildung ist ein Abschnitt des Kanals des Grazbachs in einem Vermessungsplan modellhaft dargestellt.



Ein Vermesser modelliert die Begrenzungslinien des Kanals im Intervall [–150; 15] mit den Graphen der Funktionen f und g.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche auf.

$A =$ ____

Für die Polynomfunktion 4. Grades f gilt: $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2$

Der Graph von f hat den Tiefpunkt $T = (-92{,}2 \mid -17{,}6)$ und schneidet die x-Achse an der Stelle $x = -133{,}5$.

2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

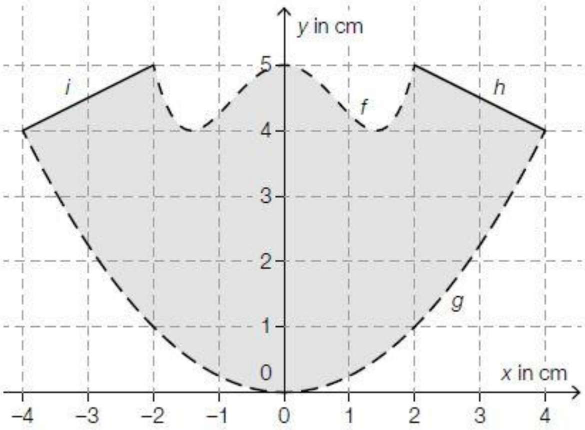
Die Funktion g ist ebenfalls eine Polynomfunktion 4. Grades.

3) Kreuzen Sie diejenige Aussage an, die auf die Funktion g im Intervall [–150; 15] zutrifft. *[1 aus 5]*

g hat genau 2 Nullstellen.	☐
g ändert genau 1-mal das Monotonieverhalten.	☐
g hat nur negative Funktionswerte.	☐
g hat genau 1 lokale Extremstelle.	☐
g ändert genau 1-mal das Krümmungsverhalten.	☐

Skulptur * (B_464)

Eine Skulptur wird von oben betrachtet. Die Deckfläche ist waagrecht und eben. Sie ist in der nachstehenden Abbildung in einem Koordinatensystem dargestellt. Dabei ist die Deckfläche symmetrisch zur y-Achse und wird durch die Graphen der Funktionen f, g, h und i begrenzt.

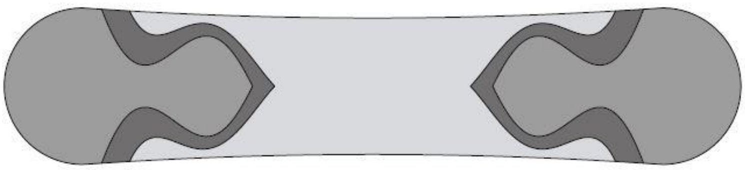


a) 1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A der grau markierten Deckfläche.

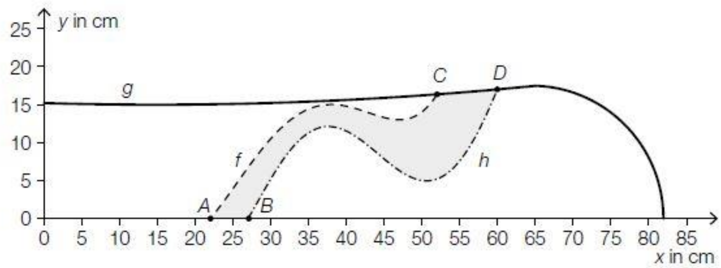
$A =$ ____

Snowboard (1) * (B_392)

Das Design für ein Freestyle-Snowboard sieht folgendermaßen aus:



b) Die geschwungene Farbfläche des Snowboards wird durch die Graphen der Funktionen f, g und h sowie die x-Achse begrenzt:



$A = (22|0)$
$B = (27|0)$
$C = (52|16{,}5)$
$D = (60|17)$

Im nachstehenden Ansatz zur Berechnung des Inhalts dieser grau markierten Fläche in cm² wurde eine Teilfläche nicht berücksichtigt.

$A_1 = \int_{22}^{27} f(x)\,\mathrm{d}x \qquad A_2 = \int_{27}^{52} \left[f(x) - h(x)\right]\mathrm{d}x$

– Kennzeichnen Sie in der obigen Grafik die fehlende Teilfläche.
– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A_3 dieser Teilfläche auf.

$A_3 =$ ____