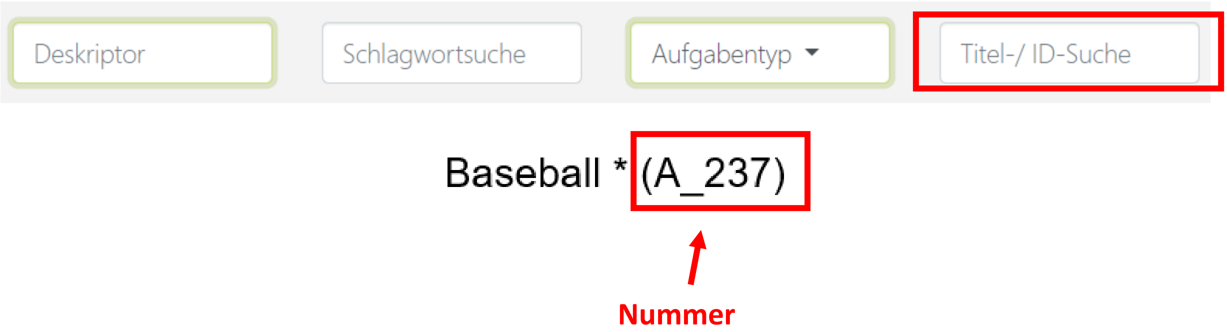
Lösungen Maturaaufgaben:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik BHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM
2) Gib im Feld „**Titel-/ID-Suche**" die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.



Bsp. 1) Gegeben ist eine Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Bestimme jeweils die (1) absolute Änderung, (2) mittlere Änderung, (3) relative Änderung und (4) prozentuelle Änderung im Intervall [2;5].

a. $f(x) = 2x - 7$

$f(5) = 10 - 7 = 3$

$f(2) = 4 - 7 = -3$

(1) $f(5) - f(2) = 3 - (-3) = 6$

(2) $\frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} = \frac{6}{3} = 2$

(3) $\frac{f(5) - f(2)}{f(2)} = \frac{6}{-3} = -2$

(4) -200%

b. $f(x) = -x^2 + 6x$

$f(5) = -25 + 30 = 5$

$f(2) = -4 + 12 = 8$

(1) $5 - 8 = -3$

(2) $\frac{-3}{3} = -1$

(3) $\frac{-3}{8} = -\frac{3}{8} = -0{,}375$

(4) $-37{,}5\%$

c. $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

$f(5) = 2 \cdot 25 - 15 + 1 = 50 - 15 + 1 = 36$

$f(2) = 2 \cdot 4 - 6 + 1 = 3$

(1) $36 - 3 = 33$

(2) $\frac{33}{3} = 11$

(3) $\frac{33}{3} = 11$

(4) 1100%

d. $f(x) = 2x^3 - x^2 + 4x$

$f(5) = 2 \cdot 125 - 25 + 20 = 250 - 5 = 245$

$f(2) = 2 \cdot 8 - 4 + 8 = 16 + 4 = 20$

(1) $245 - 20 = 225$

(2) $\frac{225}{3} = 75$

(3) $\frac{225}{20} = 11{,}25$

(4) 1125%

Bsp. 2)

1) $s(t) = -2t^4 + 8t^3$ (1)

a) $\frac{s(1)-s(0)}{1-0} = \underline{\underline{6 m/s}}$

b) $v(1) = s'(1) = \underline{\underline{16 m/s}}$

c) $s(3) = \underline{\underline{54 m}}$

d) $v(t) = s'(t) = -8t^3 + 24t^2$

- $v'(t) = 0 \Leftrightarrow -24t^2 + 48t = 0$

$t_1 = 0$: $v''(0) = 48 > 0$ MIN

$t_2 = 2$: $\underline{\underline{v''(2) = -48 < 0}}$ MAX

$\Rightarrow \underline{\underline{v(2) = 32 m/s}}$ ← max. Geschw. nach $t = 2$ sek.

e) $\frac{v(2)-v(0)}{2-0} = \underline{\underline{16 m/s^2}}$

f) $s(t) = 40$

↓ GG

$\underline{\underline{t_1 = 2{,}25 \text{ sek}}}$ ($t_2 = 3{,}55$ sek)

g) $v(t) = 10$

↓ GG

($t_1 = -0{,}59$ sek) $\underline{\underline{t_2 = 0{,}74 \text{ sek}}}$ $\underline{\underline{t_3 = 2{,}85 \text{ sek}}}$

Bsp. 3)

5a) ① $f(-4)=-9$
$f(-1)=-3$ $\Rightarrow \frac{-3-(-9)}{-1-(-4)}=\frac{6}{3}=\underline{\underline{2}}$

② $f(-2)=-5$
$f(4)=7$ $\Rightarrow \frac{7-(-5)}{4-(-2)}=\frac{12}{6}=\underline{\underline{2}}$

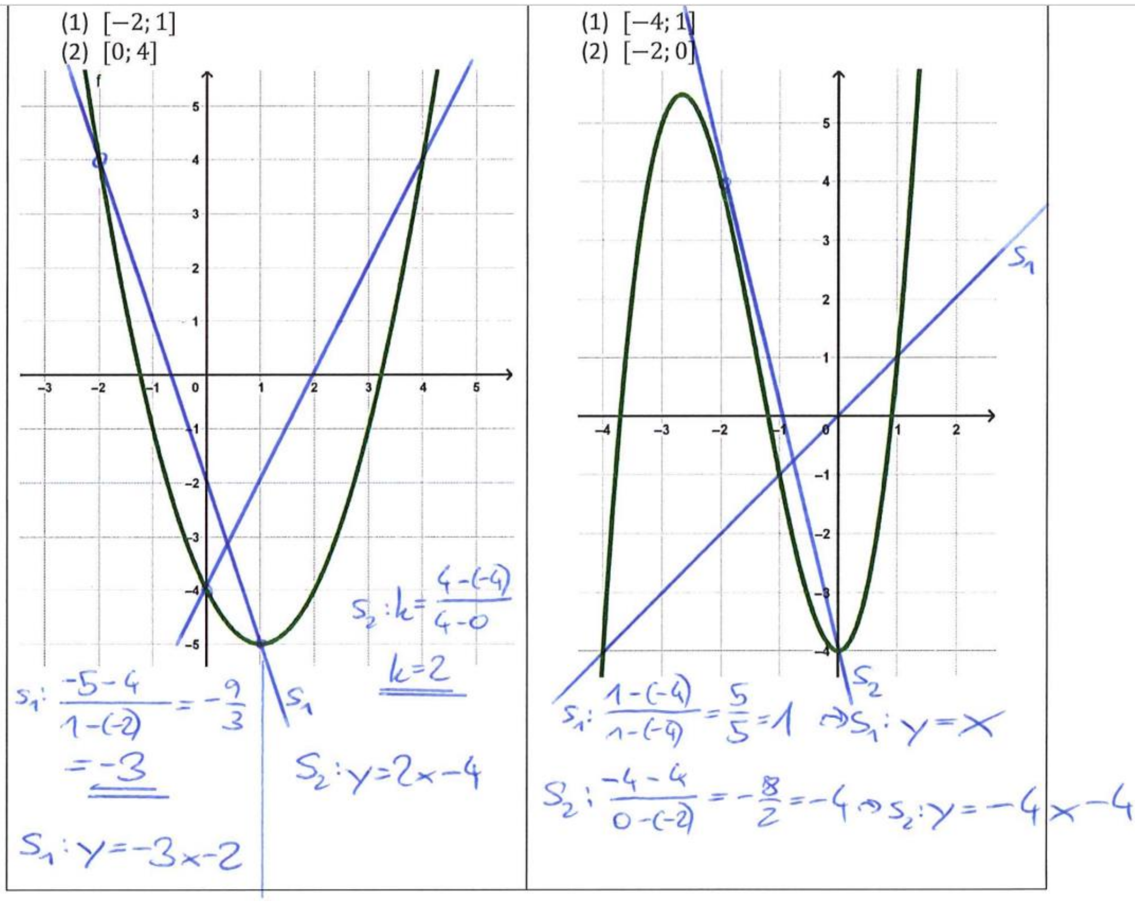
③ $f(2)=3$
$f(1)=1$ $\Rightarrow \frac{3-1}{2-1}=\frac{2}{1}=\underline{\underline{2}}$

5b) ① $f(-1)=-1-2-1=-4$
$f(-4)=-16-8-1=-25$ $\Rightarrow \frac{-4-(-25)}{-1-(-4)}=\frac{21}{3}=\underline{\underline{7}}$

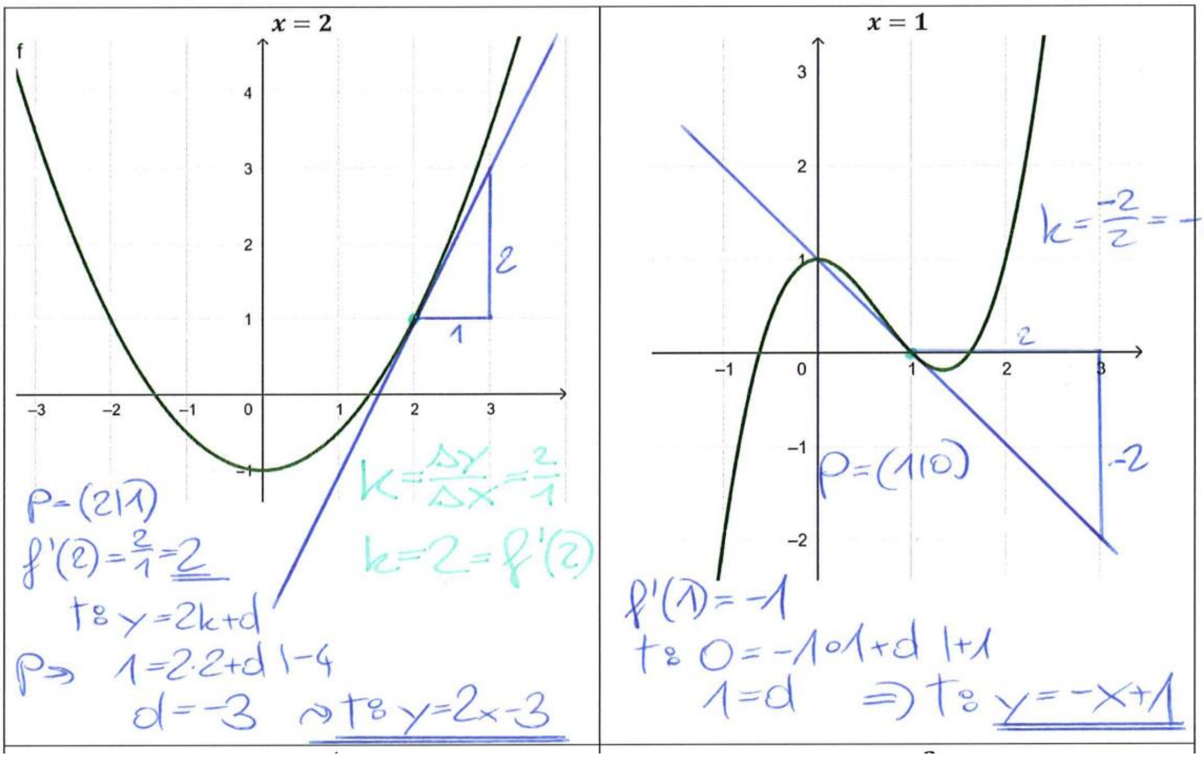
② $f(4)=-16+8-1=-9$
$f(-2)=-4-4-1=-9$ $\Rightarrow \frac{-9-(-9)}{4-(-2)}=\frac{0}{6}=\underline{\underline{0}}$

③ $f(2)=-4+4-1=-1$
$f(1)=-1+2-1=0$ $\Rightarrow \frac{-1-0}{2-1}=-\frac{1}{1}=\underline{\underline{-1}}$

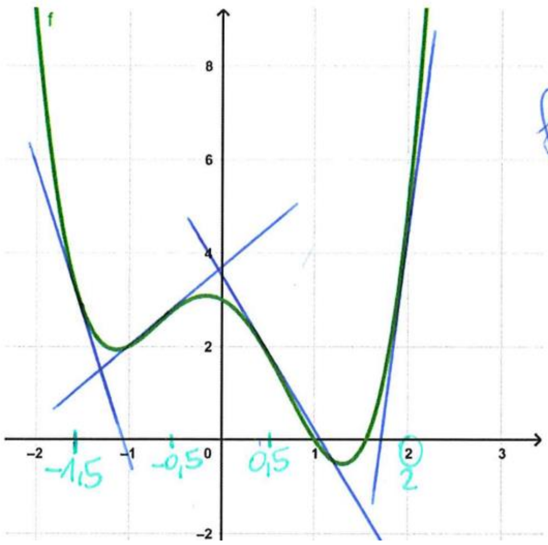
Bsp. 4) Berechne den Differenzenquotient für die gegebenen Intervalle. Zeichne jeweils die Sekante



Bsp. 5) Zeichne die Tangente an der gesuchten Stelle ein. Bestimme geometrisch die Steigung der Tangente und gib den Differentialquotient an. Gib jeweils die Tangentengleichung an.

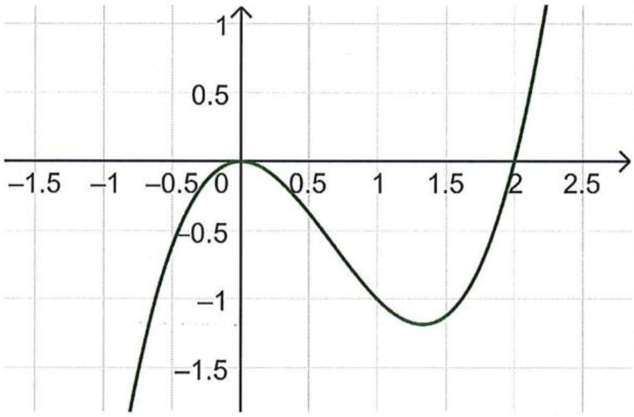


Bsp. 6) Zeichne bei den Stellen $x_1 = -1{,}5; x_2 = -0{,}5; x_3 = 0{,}5\ und\ x_4 = 2$ jeweils die Tangente ein. Ordne die Werte $f'(-1{,}5), f'(-0{,}5), f'(0{,}5)\ und\ f'(2)$ der Größe nach. Beginne mit dem größten Wert.



$f'(2) > f'(-0{,}5) > f'(0{,}5) > f'(-1{,}5)$

Bsp. 7) Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades.
Kreuze die **beiden** zutreffenden Aussagen an.



Der Differentialquotient von f an der Stelle $x = 1$ ist Null.	☐
$f'(x) < 0$ für alle $x \in [0; 2)$.	☐
Der Differenzenquotient von f im Intervall $[0{,}5; 2]$ ist positiv.	☒
Die momentane Änderungsrate von f an der Stelle 0 ist Null.	☒
$f'(x) > 0$ für $x = 0{,}5$	☐