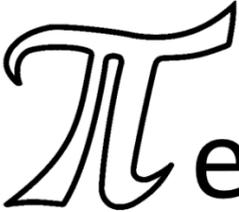


3.9 Polynomfunktionen

Maturaskript BHS – Teil A (2 Seiten)

Grundkompetenzen:

- **3.9** anwendungsbezogene Problemstellungen mit geeigneten Funktionstypen (lineare Funktion, Polynomfunktion bis zum Grad 3 und Exponentialfunktion) modellieren

Prof.  egischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben** (Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool) gelöst werden, um das Erlernete zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info: *bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, ...) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): <https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/>
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

- 1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: <https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM>
- 2) Gib im Feld „**Volltextsuche**“ die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. A_263) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**“ und „**GeoGebra**“ erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**“ erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	Weitere Regeln für Lehrpersonen
<ul style="list-style-type: none">▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen.▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen.▪ Sie dürfen mein Materialen NICHT gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden.▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden.▪ Bei einem Missbrauch erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	<p>WICHTIGSTE REGEL: LehrerInnen dürfen die Materialien in Ihrem eigenen Unterricht verwenden:</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen.▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben.▪ Es ist nicht erlaubt, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben.▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

BHS Teil A – 3.9 Polynomfunktionen

Polynomfunktionen sind Funktionen, die aus **Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten zusammengesetzt** sind. Die allgemeine Funktionsgleichung einer Polynomfunktion **n-ten Grades** lautet:

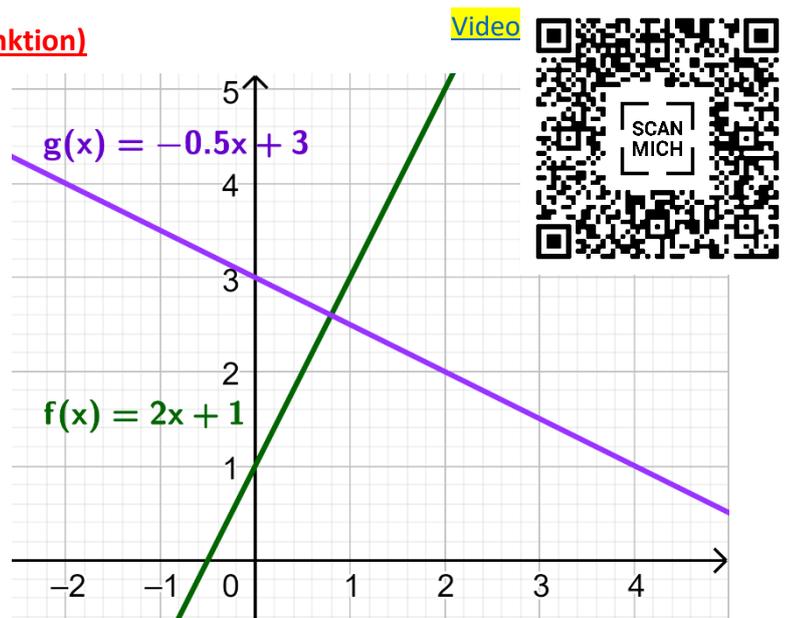
$$f(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x^1 + a_0 \text{ mit } a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}, a_n \neq 0 \text{ und } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

- der **höchste Exponent n** gibt dabei den "**Grad**" des **Polynoms** an.
- a_0 ist der **konstante Term** (da keine Variable dabei steht) und gibt an, in welchem Abstand vom Ursprung die **y-Achse** geschnitten wird (**=y-Abschnitt**) (Vergleiche Lineare Funktionen: da ist a_0 der Ordinatenabschnitt d).

Polynomfunktion 1. Grades (=Lineare Funktion)

$$f(x) = k \cdot x + d$$

- **Graph:** Gerade
- **Parameter k = Steigung**
- **Parameter d = y-Abschnitt**

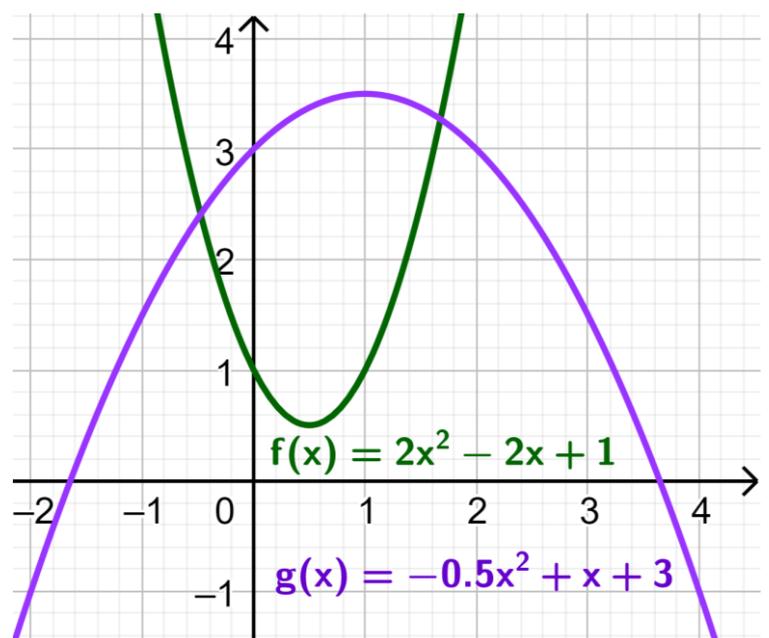


Polynomfunktion 2. Grades (=Quadratische Funktion)

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

Hauptform

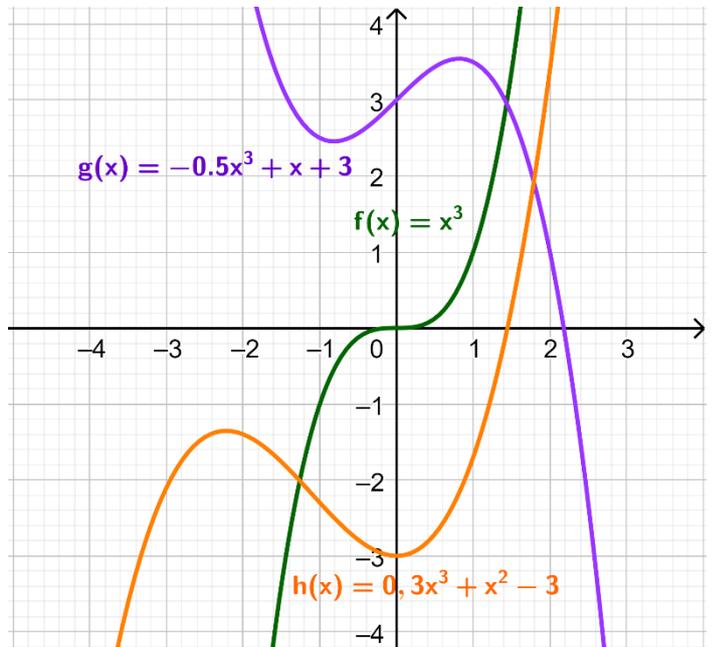
- **Graph:** Parabel
- $a > 0$: Parabel nach oben geöffnet
- $a < 0$: Parabel nach unten geöffnet
- **Parameter c:** Schnittpunkt mit der y-Achse



Polynomfunktion 3. Grades

$$f(x) = a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

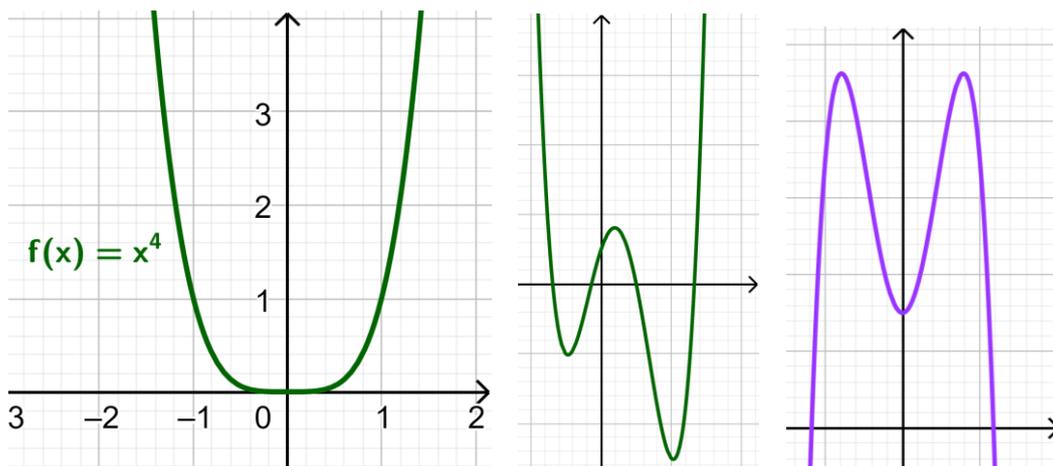
Die **Graphen** haben stets die **Form einer S-Kurve**. Es sind auch Graphen möglich, bei denen diese Form nicht mehr so deutlich auffällt.



Polynomfunktion 4. Grades

$$f(x) = a_4 \cdot x^4 + a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

Die **Graphen** haben stets die **Form einer „Doppel-S-Kurve“**. Es sind auch Graphen möglich, bei denen diese Form nicht mehr so deutlich auffällt.



Nullstellen und Extremstellen von Polynomfunktionen

Eine Polynomfunktion n-ten Grades besitzt:

- **höchstens n Nullstellen.**
 - ➔ Polynomfunktionen vom Grad 1, 3, 5, usw. haben stets **mindestens eine reelle** Nullstelle.
 - ➔ Polynomfunktionen vom Grad 2, 4, 6, usw. **müssen nicht unbedingt** eine reelle Nullstelle haben. Es kann z.B. sein, dass bei einer Funktion vom Grad 2 der Graph der Parabel nach oben verschoben ist (Bsp: $f(x) = x^2 + 2$) und die x-Achse somit nicht geschnitten wird.
- **höchstens n-1 Extremstellen (Grad 2,4,6..: mindestens 1, Grad 1,3,5..: kann auch keine haben).**
- **höchstens n-2 Wendestellen. (Grad 2,4,6..: kann keine haben, Grad 1,3,5..: mindestens 1)**

Symmetrie

Der Graph einer Polynomfunktion ist

- **symmetrisch** bezüglich der **y-Achse**, wenn alle auftretenden Exponenten **gerade** sind.
- **punktsymmetrisch** bezüglich des **Ursprungs**, wenn alle auftretenden Exponenten **ungerade** sind.