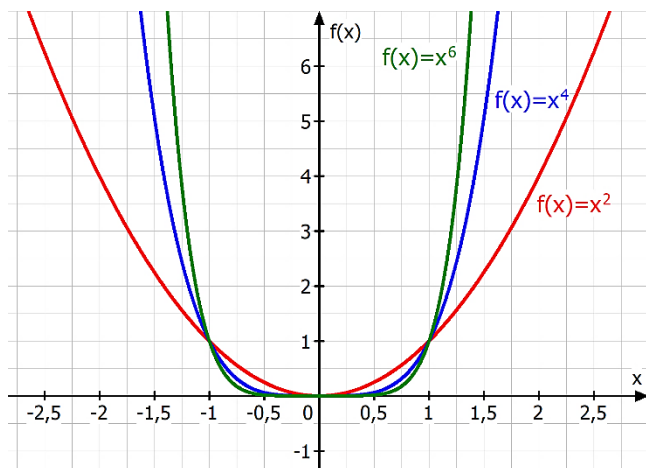


## 3.3 Potenzfunktionen

### Maturaskript BHS – Teil A (5 Seiten)

Grundkompetenzen:

- **3.3** Graphen von Potenzfunktionen ( $y = c \cdot x^n$  mit  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $c \in \mathbb{R}$  sowie  $y = \sqrt{x}$ ) skizzieren, ihre Definitions- und Wertemenge angeben können, ihre Eigenschaften (Symmetrie, Polstelle, asymptotisches Verhalten) anhand ihrer Graphen interpretieren und damit argumentieren

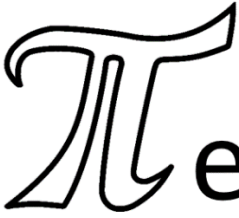


**Zusätzlich:**

**Erklärvideos** (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

**QR-Codes** im SKRIPT!

**Maturaaufgaben** aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof.  egischer

## Allgemeine Informationen zum Maturaskript

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben** (Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool) gelöst werden, um das Erlernete zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info: *bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, ...) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): <https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/>
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

- |   |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"><li>1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: <a href="https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM">https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM</a></li><li>2) Gib im Feld „<b>Volltextsuche</b>“ die <b>Nummer</b> ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.</li></ol> |
|---|

### Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. A\_263) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**“ und „**GeoGebra**“ erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**“ erstellt.

### Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	Weitere Regeln für Lehrpersonen
<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen.</li><li>▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist <b>nicht erlaubt</b>, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen.</li><li>▪ <b>Sie dürfen mein Materialen NICHT gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden.</b></li><li>▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden.</li><li>▪ Bei einem <b>Missbrauch</b> erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.</li></ul>	<p><b>WICHTIGSTE REGEL:</b> LehrerInnen dürfen die Materialien in <b>Ihrem eigenen Unterricht</b> verwenden:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen.</li><li>▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben.</li><li>▪ Es ist <b>nicht erlaubt</b>, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben.</li><li>▪ <b>LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.</b></li></ul>

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren ([info@prof-tegischer.com](mailto:info@prof-tegischer.com)). Auf meiner Homepage [prof-tegischer.com](http://prof-tegischer.com) finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

# BHS Teil A 3.3 Potenzfunktionen

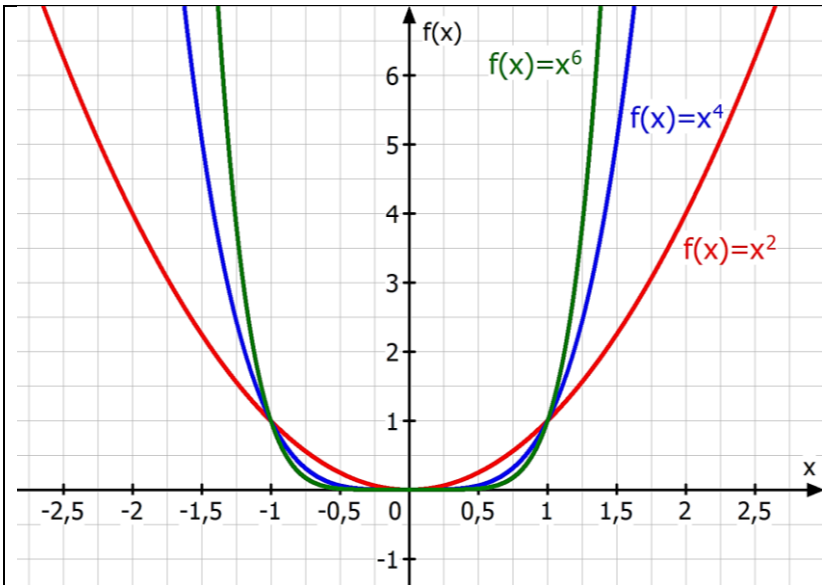


Eine reelle Funktion der Form  $f(x) = a \cdot x^r$  ( $a, r \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) nennt man **Potenzfunktion**.

Bei Potenzfunktionen hängen die Eigenschaften sowie die Definitionsmenge der Funktion vom Exponenten ab. Wir betrachten folgende Fälle:

## 1.1 Potenzfunktionen mit geraden natürlichen Exponenten ( $r \in \mathbb{N}_g$ )

[Video](#)

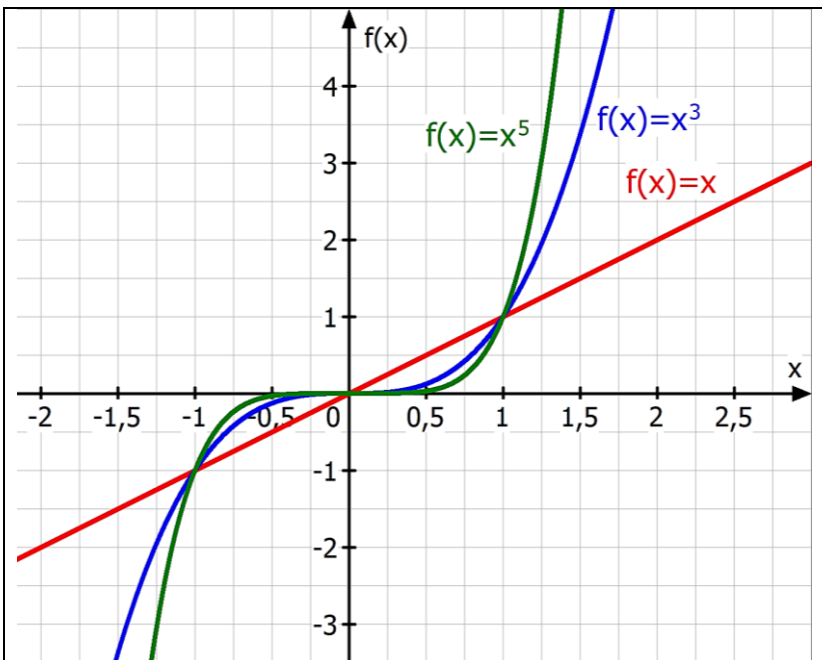


**Eigenschaften**

- Definitionsmenge  $D = \mathbb{R}$
- für  $x \leq 0$ : streng monoton **fallend**
- für  $x \geq 0$ : streng monoton **steigend**
- **symmetrisch** bezüglich der y-Achse (gerade Funktion)
- Alle Graphen gehen durch folgende drei **Punkte**:

$$P_1 = (-1|1)$$
$$P_2 = (0|0)$$
$$P_3 = (1|1)$$

## 1.2 Potenzfunktionen mit ungeraden natürlichen Exponenten ( $r \in \mathbb{N}_u$ )



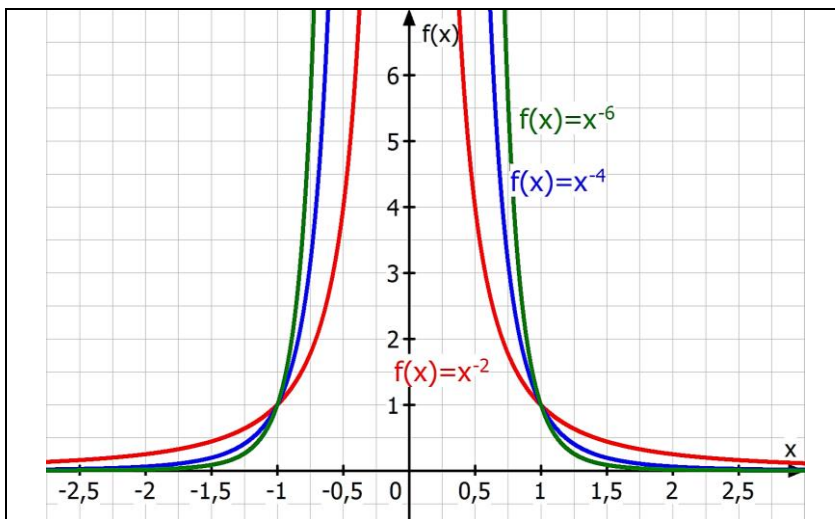
**Eigenschaften**

- Definitionsmenge  $D = \mathbb{R}$
- für alle  $x$ : streng monoton **steigend**
- **punktsymmetrisch** bezüglich des Ursprungs (ungerade Funktion)
- Alle Graphen gehen durch folgende drei **Punkte**:

$$P_1 = (-1|-1)$$
$$P_2 = (0|0)$$
$$P_3 = (1|1)$$

### 1.3 Potenzfunktionen mit geraden negativen Exponenten

z. B.:  $f(x) = x^{-4} = \frac{1}{x^4} \rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$



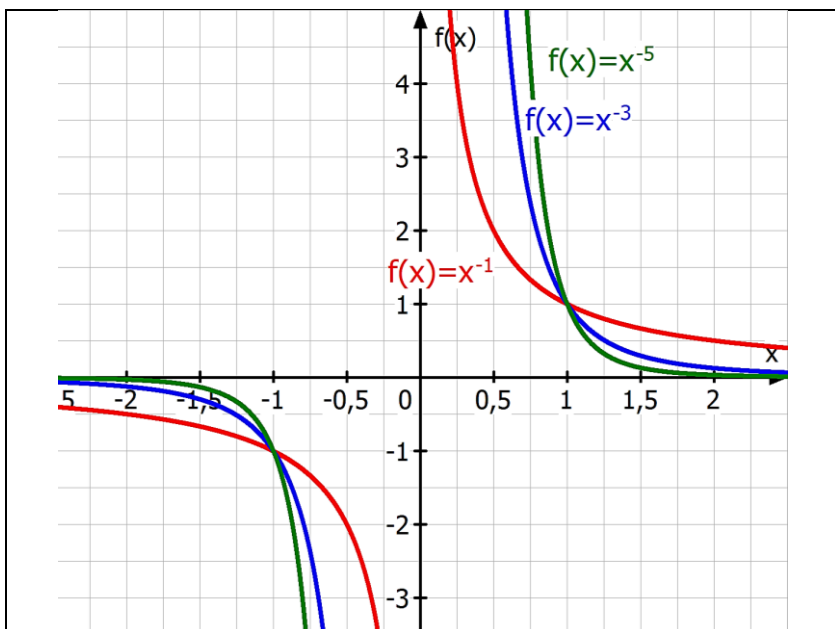
#### Eigenschaften

- **Definitionsmenge**  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- für  $x < 0$ : streng monoton **steigend**
- für  $x > 0$ : streng monoton **fallend**
- für  $x = 0$ : nicht definiert
- **symmetrisch** bezüglich der y-Achse (gerade Funktion)
- Alle Graphen gehen durch folgende zwei **Punkte**:

$$P_1 = (-1|1)$$

$$P_2 = (1|1)$$

### 1.4 Potenzfunktionen mit ungeraden negativen Exponenten



#### Eigenschaften

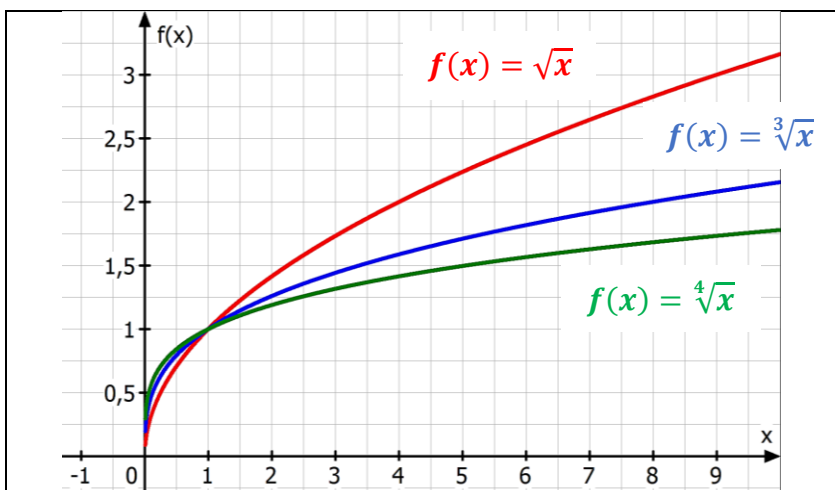
- **Definitionsmenge**  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- für  $x < 0$ : streng monoton **fallend**
- für  $x > 0$ : streng monoton **fallend**
- für  $x = 0$ : nicht definiert
- **punktsymmetrisch** bezüglich des Ursprungs (ungerade Funktion)
- Alle Graphen gehen durch folgende zwei **Punkte**:

$$P_1 = (-1|-1)$$

$$P_2 = (1|1)$$

### 1.5 Wurzelfunktionen: Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten

Funktionen vom Typ  $f(x) = x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$  mit  $D = \mathbb{R}_0^+$  und  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  nennt man **Wurzelfunktionen**.



#### Eigenschaften

- **Definitionsmenge**  $D = \mathbb{R}_0^+$
- für alle  $x \in D$ : streng monoton **steigend**
- Alle Graphen gehen durch folgende zwei **Punkte**:

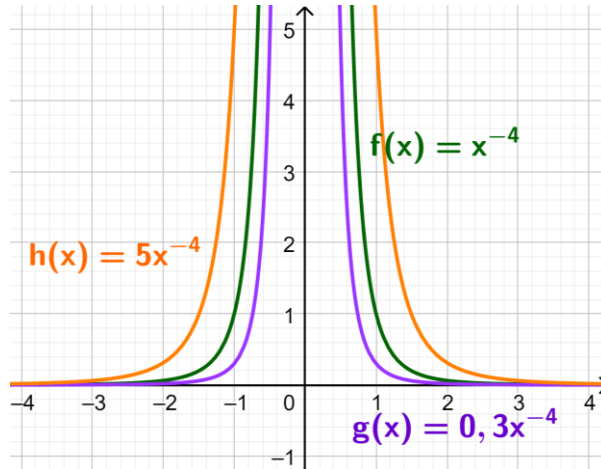
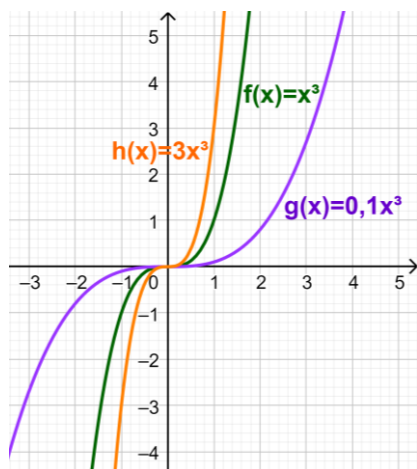
$$P_1 = (0|0)$$

$$P_2 = (1|1)$$

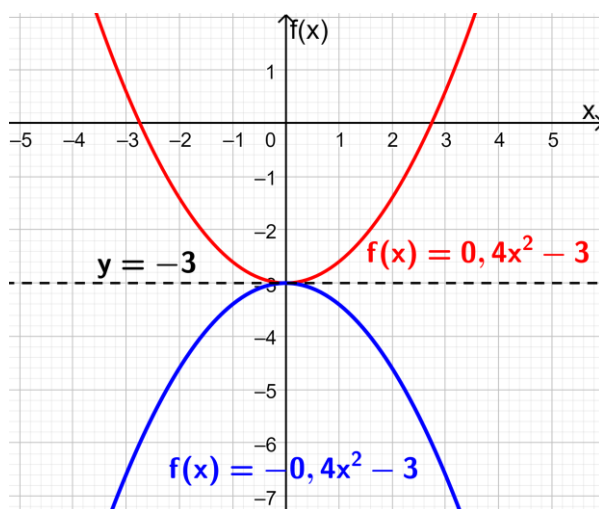
## 1.6 Wirkung der Parameter a,b einer Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^r + b$



- Ist  $|a| > 1$ , so wird die ursprüngliche Potenzfunktion entlang  $f(x) = x^r$  entlang der y-Achse gestreckt.
- Ist  $|a| < 1$ , so wird die ursprüngliche Potenzfunktion entlang  $f(x) = x^r$  entlang der y-Achse gestaucht.
- Ist a negativ, so wird die Funktion an der Gerade  $y = b$  gespiegelt.



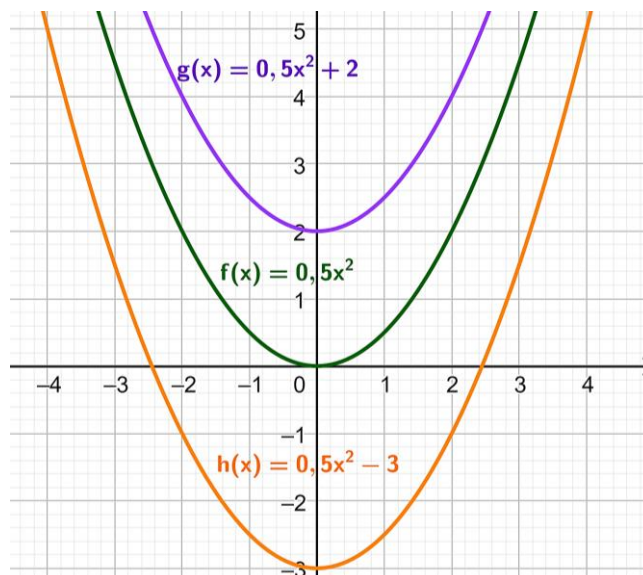
Video



Der Parameter **b** bewirkt eine Verschiebung des Graphen  $f(x) = a \cdot x^r$  um **b** entlang der y-Achse.

**b > 0**: um b nach oben

**b < 0**: um b nach unten



### Body-Mass-Index \* (A\_205)

Der Body-Mass-Index (BMI) ist eine Maßzahl für die Bewertung der Masse eines Menschen in Relation zu seiner Körpergröße.

Die Formel für die Berechnung des BMI lautet:  $BMI = \frac{m}{l^2}$

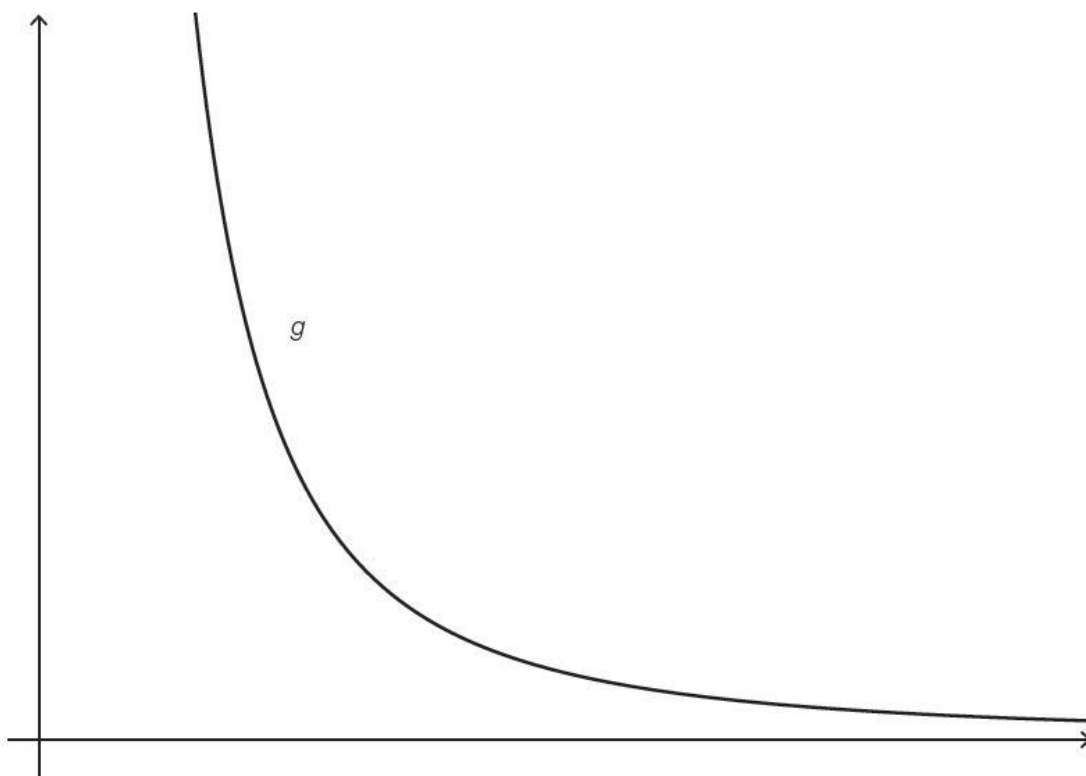
$m$  ... Masse in Kilogramm (kg)

$l$  ... Körpergröße in Metern (m)

- c) Die Abhängigkeit des BMI von der Körpergröße  $l$  wird durch die Funktion  $g$  beschrieben:

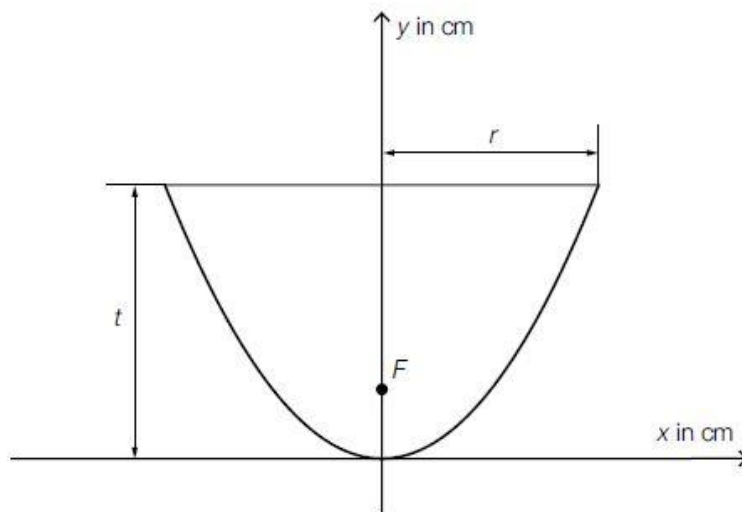
$$g(l) = \frac{m}{l^2}$$

- Beschriften Sie in der unten dargestellten Abbildung des Funktionsgraphen von  $g$  die Koordinatenachsen.
- Erklären Sie, warum der unten dargestellte Funktionsgraph den oben genannten Zusammenhang richtig beschreibt.



### Ausbreitung von Licht \* (B\_428)

- c) Viele Scheinwerfer haben die Form eines Rotationsparaboloids, das durch Rotation einer Parabel mit der Gleichung  $y = a \cdot x^2$  um die  $y$ -Achse entsteht. Dabei befindet sich die Lampe des Scheinwerfers im Brennpunkt  $F = \left(0 \mid \frac{1}{4 \cdot a}\right)$  (siehe nachstehende Abbildung).



- Berechnen Sie die Koordinaten des Brennpunkts  $F$  für  $r = 12$  cm und  $t = 15$  cm.

Jemand behauptet: „Verdoppelt man bei gleichbleibender Tiefe  $t$  eines Rotationsparaboloids den Radius  $r$ , so vervierfacht sich dadurch die  $y$ -Koordinate des Brennpunkts.“

- Überprüfen Sie diese Behauptung nachweislich auf ihre Richtigkeit.