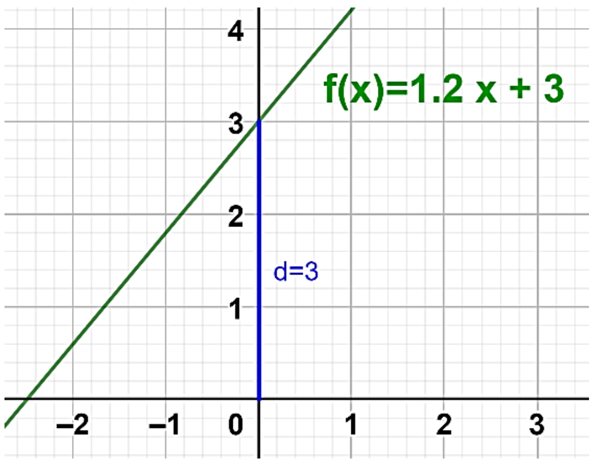
3.2 Lineare Funktionen

Maturaskript BHS – Teil A (11 Seiten)

Grundkompetenzen:

- **3.2** Zusammenhänge aus Anwendungsgebieten durch lineare Funktionen modellieren, damit Berechnungen durchführen, die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren; Graphen von linearen Funktionen skizzieren und die Parameter kontextbezogen interpretieren; den Zusammenhang zwischen einer linearen Gleichung in zwei Variablen und einer linearen Funktion verstehen und anwenden



Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof. πegischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben (**Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool**)** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info*: bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, …) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**" die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. A_263) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**" und „**GeoGebra**" erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**" erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	**Weitere Regeln für Lehrpersonen**
▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen. ▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen. ▪ Sie dürfen mein Materialen **NICHT** gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden. ▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden. ▪ Bei einem **Missbrauch** erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	**WICHTIGSTE REGEL:** LehrerInnen dürfen die Materialien in **Ihrem eigenen Unterricht** verwenden: ▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen. ▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben. ▪ Es ist **nicht erlaubt**, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben. ▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

BHS Teil A 3.2 – Lineare Funktionen

1. Definition einer linearen Funktion

Eine **lineare Funktion** ist eine reelle Funktion der Form

$$f(x) = k \cdot x + d \quad (mit\ k, d\ \in \mathbb{R}).$$

„*Linear*“ bedeutet, dass die Variable eines Terms nur mit dem Exponenten 1 auftritt: $x^1 = x$

Video

Bemerkung:

- **Homogene** lineare Funktion ($d = 0$): Ist $d = 0$, so spricht man von einer homogenen, linearen Funktion mit der Funktionsgleichung $f(x) = kx$.
  Die Funktion geht durch den Ursprung $(0|0)$.
- **Inhomogene** lineare Funktion ($d \neq 0$): „übliche“ lineare Funktion $f(x) = kx + d$

Darstellungsarten einer linearen Funktion

Hauptform	**Allgemeine Form**
$f(x) = kx + d \quad oder \quad f\colon\ y = kx + d$	$f\colon\ ax + by = c$

Video

Bsp. 1) Wandle die Geradengleichungen in die Hauptform und in die allgemeine Form um.

a. $f\colon y = -2x + 2$	**b.** $f\colon\ -3x + y = 9$	**c.** $f\colon x = -0{,}5y + 1$

2. Graphen und Wertetabellen von linearen Funktionen

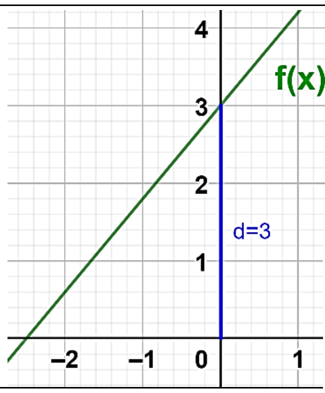
Der **Graph** einer **linearen Funktion** f mit $f(x) = kx + d$ ist immer eine **Gerade**.

Parameter d (Ordinatenabschnitt oder y-Abschnitt):

Der Parameter d ist der Funktionswert an der Stelle $x = 0$:

$$\boldsymbol{d = f(0)}$$

Der Parameter d wird auch **Ordinatenabschnitt** (oder y-Abschnitt) genannt und gibt den Wert des **Schnittpunkts** der Geraden mit der **y-Achse** an.



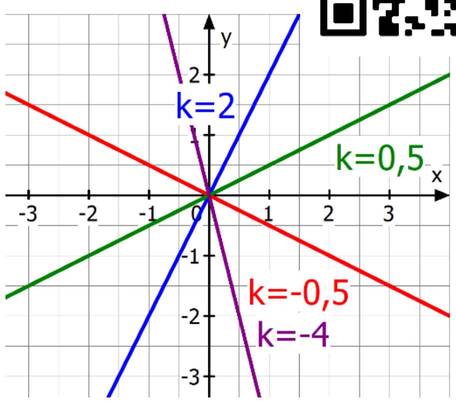
Video

Parameter k (Steigung)

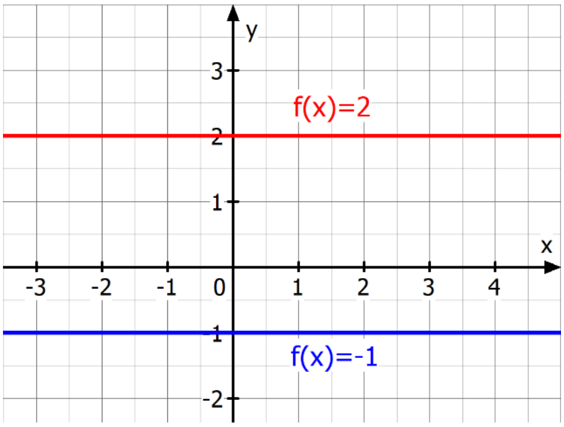
Der Parameter k gibt die **Steigung** der linearen Funktion an. Die Steigung k entspricht der Veränderung des Funktionswertes, wenn sich der x-Wert um +1 erhöht:

$$f(x + 1) = f(x) + k$$

Die Steigung k kann graphisch oder rechnerisch bestimmt werden.



- $\boldsymbol{k > 0}$: Der Graph von f ist „steigend“.
  Je größer k ist, desto stärker steigt die Funktion (Graph ist steiler)
- $\boldsymbol{k < 0}$: Der Graph von f ist „fallend“.
  Je kleiner k ist, desto stärker fällt die Funktion (Graph ist steiler)
- $\boldsymbol{k = 0}$: Der Graph von f ist „konstant“ (keine Steigung)



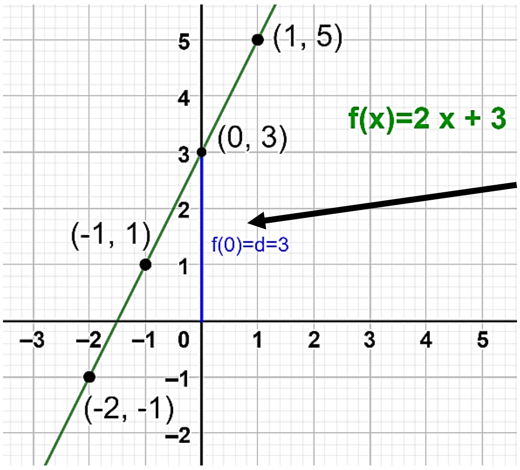
Sonderfall: Konstante Funktion

Die **konstante Funktion** der Form $f(x) = d$ hat **keine Steigung** ($k = 0$) und verläuft **parallel zur x-Achse**. Der Parameter d entspricht dabei dem Schnittpunkt auf der y-Achse.

Konstante Funktion

$f(x) = d$

2.1 Zusammenhang: Wertetabelle und Graph (Parameter k,d)



Beispiel: $f(x) = 2x + 3 \quad mit\ k = 2\ und\ d = 3$

y-Abschnitt d (Ordinatenabschnitt):

Der Parameter d ist der Funktionswert an der Stelle $x = 0$. Aus der Wertetabelle kannst du den Wert von d für $x = 0$ ablesen.

$\boxed{d = 3}$

x	$f(x)$
-3	-3
-2	-1
-1	1
0	**3**
1	5
2	7
3	9

Rechnerische Bestimmung des Parameters d (gegeben: $f(x) = 2x + d$)

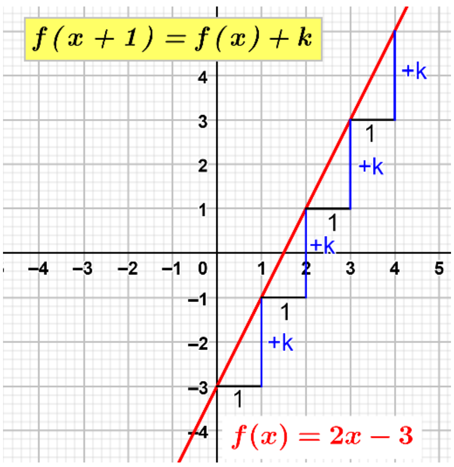
Setze ein Wertepaar aus der Wertetabelle ein, durch das die Funktion verläuft.

Beispiel: $(1|5) \rightarrow x = 1\ und\ f(x) = y = 5$

$5 = 2 \cdot 1 + d \rightarrow \quad d = 3$

Steigung k:

- Erhöht sich das Argument (der x-Wert) einer linearen Funktion **um 1**, so ändert sich der Funktionswert **um k**.
- Erhöht sich das Argument **um 2**, so ändert sich der Funktionswert **um** $\boldsymbol{2 \cdot k}$.
- Erhöht sich das Argument **um n**, so ändert sich der Funktionswert **um** $\boldsymbol{n \cdot k}$.



Am Graphen kannst du den Zusammenhang mit k an jedem Steigungsdreieck mit der Seitenlänge 1 ablesen.

	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x) = 2x - 3}$	
	-1	-5	
+1	0	-3	+k/+2
+1	1	-1	+k/+2
	2	1	
	3	3	
+2	4	5	+2k/+4

Bsp. 2) Bestimme die **Funktionsgleichung** der **linearen Funktion** aus der Wertetabelle. (auch mit CAS erlaubt)

x	$f(x)$
0	12
1	15
2	18

$f(x) =$

x	$f(x)$
5	-2
6	-3
7	-4

$f(x) =$

x	$f(x)$
-4	1
-3	6
-2	11

$f(x) =$

Bsp. 3) Die Punkte A und B liegen auf dem Graphen einer linearen Funktion mit der angegebenen Steigung k. Bestimme die fehlende Koordinate.

a. $A = (2|3);\ B = (3|y);\ k = 2$

b. $A = (2|3);\ B = (4|y);\ k = -1$

c. $A = (0|3);\ B = (3|y);\ k = -2$

2.2 Bestimmung der Steigung k

1) Steigungsdreieck

SCAN MICH

Der Wert der Steigung k einer linearen Funktion kann am Graphen aus jedem beliebigen Steigungsdreieck durch das **Verhältnis** von **senkrechter** zu **waagrechter** Seite ermittelt werden.

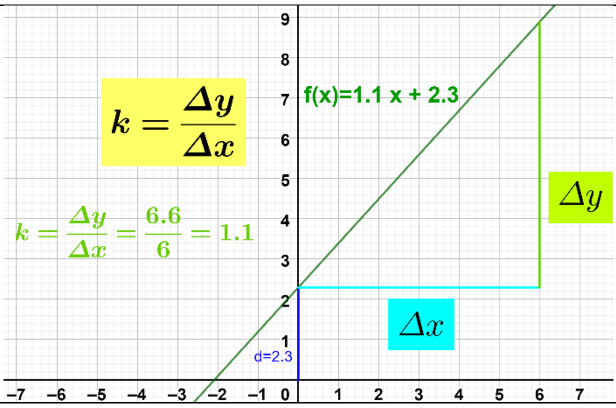
$$k = \frac{Höhenunterschied}{Längenunterschied} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Video

$\boldsymbol{\Delta y}$ ... Länge der **senkrechten** Kathete (inkl. Vorzeichen!) $\boldsymbol{\Delta x}$ ... Länge der **waagrechten** Kathete

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$$k = \frac{1}{2}$$



MERKE: Es kursiert bei einem **Steigungsdreieck** oft die Vermutung:

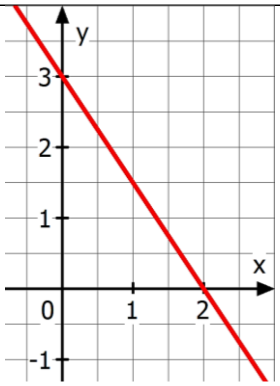
„Du musst 1 nach rechts gehen, damit du die Steigung k bekommst"

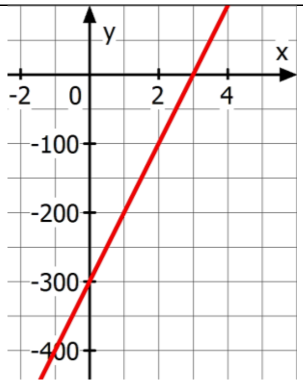
Und es stimmt auch, da $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{1} = \Delta y$

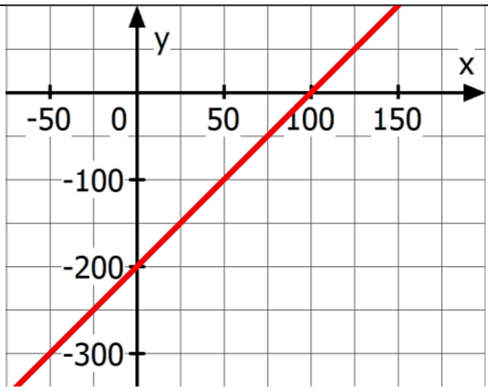
D.h. wenn $\Delta x = 1$, es gilt: $k = \Delta y$

ABER: Du musst **nicht zwingend** für die Bestimmung der Steigung **nur um 1 nach rechts** gehen. Du kannst **beliebig viel nach rechts** gehen (Δx kann beliebig groß sein), da das Verhältnis $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ immer gleich bleibt! Bei einigen Graphen musst du sogar ein größeres Steigungsdreieck wählen, wenn du die extakte Steigung haben möchtest.

Bsp. 4) Ermittle graphisch die lineare Funktionsgleichung.







2) Rechnerische Bestimmung

Wenn du **zwei Punkte** einer linearen Funktion kennst, kannst du jederzeit die **Steigung k** und in weiterer Folge den **Ordinatenabschnitt d** bestimmen.

Die **Punkte** kannst du auch aus der **Wertetabelle** ablesen.

$$\boldsymbol{k} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (= \boldsymbol{Differenzenquotient})$$

$$\mathbf{1.}\,\boldsymbol{Punkt}\ (x_1|y_1)\ \ und\ \mathbf{2.}\,\boldsymbol{Punkt}\ (x_2|y_2)\ mit\ x_1 < x_2$$

__Beispiel__: $P = (1|5)$; $Q = (4|11)$

$$\boldsymbol{k} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{11 - 5}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2$$

$f(x) = 2x + d$ (d fehlt noch)

Video

Setze einen der beiden Punkte in die Funktionsgleichung ein, z.B. $P = (1|5)$

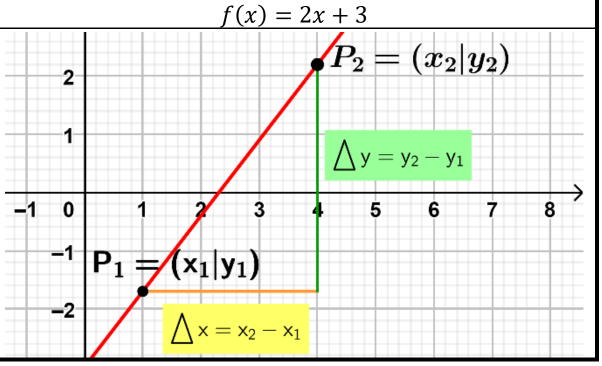
$$5 = 2 \cdot 1 + d \ \rightarrow \ d = 3$$

$$f(x) = 2x + 3$$

__MERKE__: Die **Steigung k** einer linearen Funktion f ist gleich dem **Differenzenquotient** von f in einem beliebigen Intervall $[x_1; x_2]$

$$\boxed{\begin{gathered} f(x_1) = y_1 \\ f(x_2) = y_2 \end{gathered}}$$

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Bsp. 5) Bestimme die Funktionsgleichung der linearen Funktion f mit $f(x) = kx + d$.

a. $f(0) = 3$; $f(1) = 6$	**b.** $f(-3) = 7$; $f(-1) = 3$	**c.** $f(-3) = -2$; $f(-1) = 4$

Bsp. 6) Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden, die durch die Punkte P und Q verläuft.

a. $P = (4|1)$; $Q = (6|7)$	**b.** $P = (210|120)$; $Q = (310|70)$

Video

Bsp. 7) Bestimme die Funktionsgleichung der linearen Funktion $f(x) = kx + d$ aus den gegebenen Bestimmungsstücken. Wenn du die Funktionsgleichung aufgestellt hast, berechne jeweils die **Funktionswerte** an der Stelle $x = -1$ und an der Stelle $x = 4$ (d.h. $\boldsymbol{f(-1)}$ **und** $\boldsymbol{f(4)}$)

a. $f(2) = 4;\ k = -3$ $f(x) =$ $f(-1) =$ $f(4) =$	**b.** $d = 4;\ f(3) = 10$ $f(x) =$ $f(-1) =$ $f(4) =$

2.3 Zeichnen von linearen Funktionen

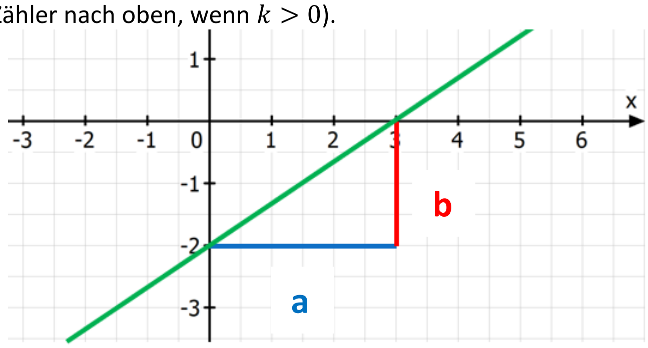
Markiere zuerst den **Parameter d** auf der y-Achse. Zeichne von diesem Punkt das Steigungsdreieck bei vorgegebener Steigung $\boldsymbol{k} = \pm\frac{b}{a}$ ein:

SCAN MICH

Video

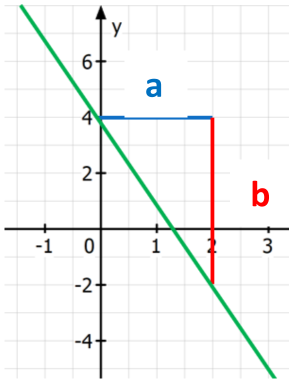
Methode 1

Ist $k > 0$, geht man vom Ordinatenabschnitt d um a nach rechts (Nenner nach rechts) und anschließend um b nach oben (Zähler nach oben, wenn $k > 0$).



$$f(x) = \frac{2}{3}x - 2$$

Ist $k < 0$, geht man vom Ordinatenabschnitt d um a nach rechts (Nenner nach rechts) und anschließend um b nach unten (Zähler nach unten, wenn $k < 0$).



$$f(x) = -3x + 4$$

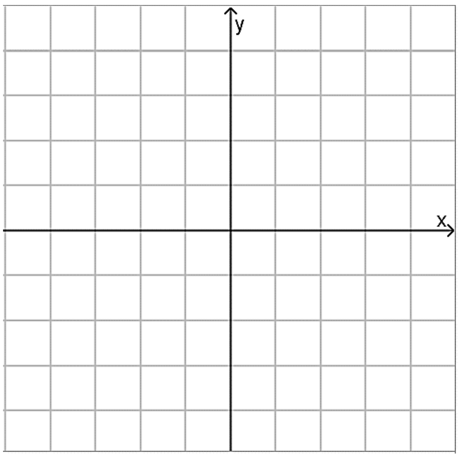
Nenner nach rechts UND Zähler nach oben (+) oder unten (-)

Bemerkung: Ist k eine gerade Zahl, z.B. $k = 5$, stelle k als Bruch dar: $k = 5 = \frac{5}{1} = \frac{10}{2}$

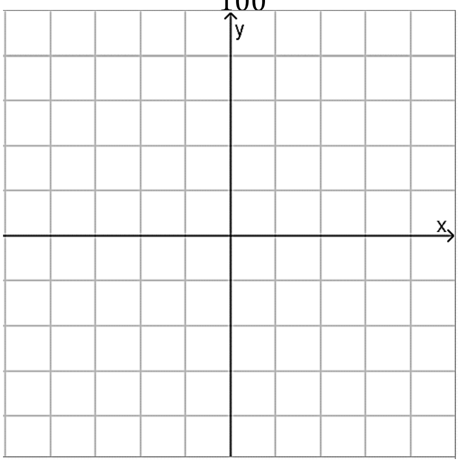
1 nach rechts & 5 nach oben ODER 2 nach rechts und 10 nach oben (beliebig viele Möglichkeiten)

Bsp. 8) Zeichne die linearen Funktionen im gegebenen Koordinatensystem. **Skaliere** die Achsen **passend**!

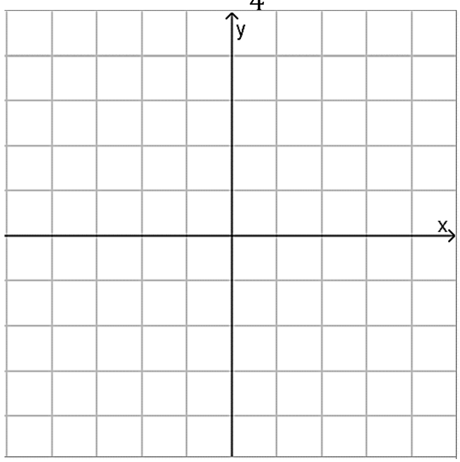
$f(x) = 3x - 3$



$f(x) = \frac{1}{100}x - 1$



$f(x) = -\frac{12}{4}x + 8$



2.4 Eigenschaften (Linearer Wachstum / Lineare Abnahme)

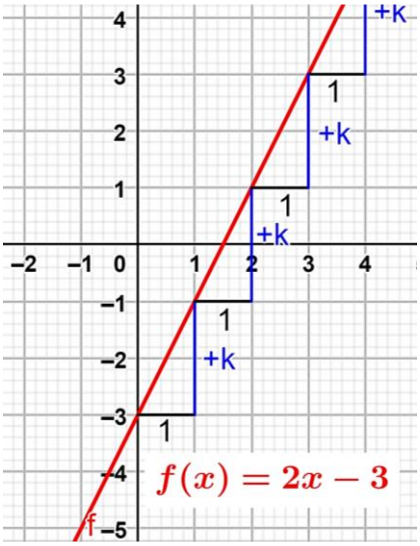
- **Linearer Wachstum**: Gleiche Zunahme der Argumente bewirkt stets gleiche Zunahme der Funktionswerte.
- **Lineare Abnahme**: Gleiche Zunahme der Argumente bewirkt stets gleiche Abnahme der Funktionswerte.

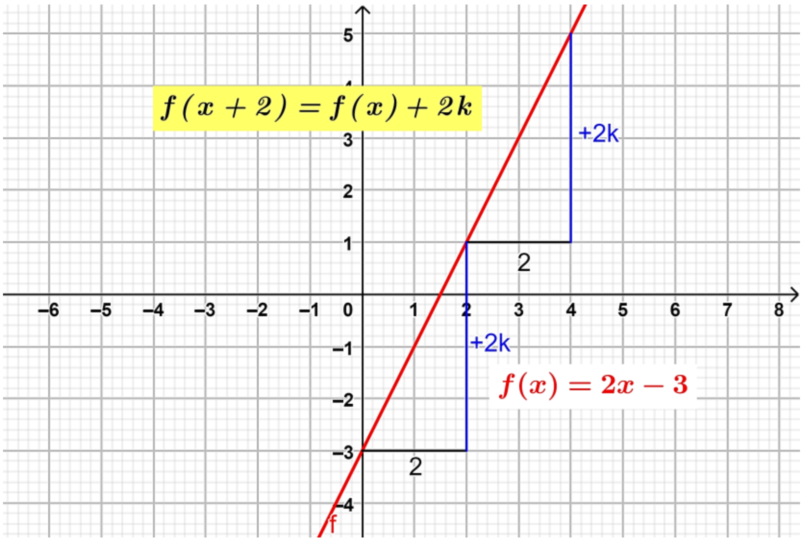
Video 9/13

1) Wird das Argument **um 1** erhöht, dann ändert sich der Funktionswert **um k**.
Wird das Argument **um 2** erhöht, dann ändert sich der Funktionswert **um 2k**.

$$f(x+1) = f(x) + k \quad \Leftrightarrow \quad k = f(x+1) - f(x)$$

$$f(x+2) = f(x) + 2k \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{f(x+2) - f(x)}{2}$$





2) Wird das Argument um n erhöht, dann ändert sich der Funktionswert um $k \cdot n$.

$$\boldsymbol{f(x+n) = f(x) + k \cdot n} \quad (n > 0)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$k = \frac{f(x+n) - f(x)}{n}$$

4. Interpretationen in Anwendungsbeispielen

4.1 Interpretation von k und d

Interpretation der Parameter k und d einer linearen Funktion f mit $f(x) = kx + d$ im **Kontext**

- d entspricht dem „Anfangswert" der Größe (wichtig: d ist in der **Einheit der Funktionswerte** gegeben, nicht in der Einheit der Argumente!!)
- Die Steigung k gibt eine Änderungsrate an. Allgemein gibt k die Änderung des Funktionswertes an, wenn sich das Argument um eine Einheit vergrößert. Für die Interpretation ist wichtig, zu wissen, in welcher Einheit die Funktionswerte (z.B. in Meter) und Argumente gegeben sind (z.B. in Sekunden -> Interpretation: Änderung pro Sekunde)
  Einheit von der Steigung k: Einheit der Funktionswerte **PRO** Einheit der Argumente (Meter pro Sekunde)

BSP1: Lineare Zeit-Ort Funktion $s(t) = 4t + 2 \quad s(t) \dots in\ Meter;\ t\ \dots\ in\ Sekunden$

- $\boldsymbol{d = s(0) = 2}$ - Anfangsweg beträgt 2 Meter (zu Beginn ist man 2 Meter vom Ausgangsort entfernt)
- $\boldsymbol{k = 4}$ –> Es werden 4 Meter pro Sekunde zurückgelegt (=**Geschwindigkeit**!).

$s(2) = 4 \cdot 2 + 2 = 10m$	Nach 2 Sekunden wurden 10 Meter zurückgelegt.
$s(5) = 22m$	Nach 5 Sekunden wurden 22 Meter zurückgelegt.
$s(10) = 42m$	Nach 10 Sekunden wurden 42 Meter zurückgelegt.

- **BSP2: Lineare Kostenfunktion**

Die gesamten Produktionskosten einer Ware setzen sich häufig aus zwei Teilen zusammen:

- **Fixkosten** (von Produktionsmenge unabhängig: Mietkosten, Stromkosten, Kosten zur Aufrechterhalten = Kosten, die immer anfallen; egal ob produziert wird oder nicht)
- **Variable Kosten** (hängen davon ab, wie viel produziert wird: Materialkosten, Lohnkosten, etc.)

Gesamtkosten = Variable Kosten + Fixkosten

$$K(x) = 10000 + 5x \quad K(x) \dots Kosten\ pro\ Stück\ in\ €;\ \ x \dots Stückanzahl$$

- $\boldsymbol{d = K(0) = 10000}$ - **Fixkosten**
- $\boldsymbol{k = 5}$ - **Pro** produziertem **Stück** fallen 5€ **zusätzliche Kosten** an.

$K(0) = 10000€$	Die Gesamtkosten betragen bei 0 produzierten Stück (=Fixkosten) 10000€.
$K(5) = 10025€$	Die Gesamtkosten betragen bei 5 produzierten Stück 10025 €.
$K(4000) = 30000€$	Die Gesamtkosten betragen bei 4000 produzierten Stück 30000 €.

Bsp. 9) Ein Taxiunternehmen berechnet den Preis P (in €) für eine x-Kilometer lange Fahrt nach der Formel $P(x) = 0{,}4x + 3.$ $P(x) \dots in\ €\ ;\ \ x \dots in\ Kilometer$
Interpretiere im gegebenen Sachzusammenhang k und d.

- Parameter k:

- Parameter d:

Bsp. 10) Die Länge L (in mm) einer brennenden Kerze kann durch die lineare Funktion L mit $L(x) = kx + d$ beschrieben werden, wobei x die Brennzeit in Minuten angibt.

a. Interpretiere im Kontext die Bedeutung der Paramater k und d für $k = -0{,}4$ und $d = 160$.

- Parameter $k = -0{,}4$:

- Parameter $d = 160$:

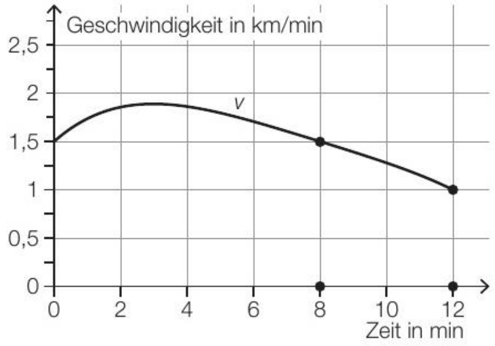
b. Interpretiere **allgemein** die Bedeutung der Paramater k und d im Kontext.

- Parameter k:

- Parameter d:

Bordcomputer * (A_308)

Ein Bordcomputer hat 12 min lang die Geschwindigkeit eines PKW aufgezeichnet. Der Graph der so ermittelten Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v ist im nachstehenden Diagramm modellhaft dargestellt.



b) Ein Motorrad ist in diesen 12 min mit einer konstanten Geschwindigkeit von 1,75 km/min gefahren.

1) Zeichnen Sie im obigen Diagramm den Graphen der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion dieses Motorrads ein.

Eiffelturm * (A_287)

Der Eiffelturm ist ein Wahrzeichen der Stadt Paris.

b) Im Jahr 1950 besuchten rund 1 027 000 Personen den Eiffelturm, im Jahr 1980 waren es rund 3 594 000 Personen.

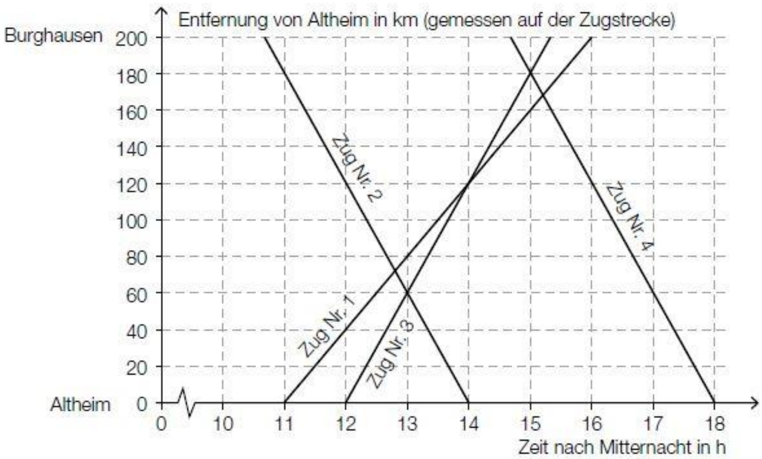
Für den Zeitraum von 1950 bis 1980 kann die Anzahl der Personen, die den Eiffelturm pro Jahr besuchten, näherungsweise durch eine lineare Funktion b beschrieben werden.

t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1950
$b(t)$ … Anzahl der Personen, die den Eiffelturm pro Jahr besuchten, zur Zeit t

1) Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion b. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 1950.

Eisenbahn * (A_270)

In der nachstehenden Abbildung ist ein sogenannter Bildfahrplan für Züge zwischen Altheim und Burghausen dargestellt. Die Züge fahren dabei – vereinfacht betrachtet – mit konstanter Geschwindigkeit.



a) Zug Nr. 3 fährt um 12:00 Uhr in Altheim ab.
Zug Nr. 4 fährt um 14:40 Uhr in Burghausen ab.
Auf der Fahrt zu ihren Zielbahnhöfen begegnen die beiden Züge einander.

1) Lesen Sie aus dem obigen Bildfahrplan ab, wann und wie weit von Burghausen entfernt die beiden Züge einander begegnen.

Kaffeekapseln * (A_325)

a) Der Kaffeevollautomat *Divo* kostet € 800. Die verwendeten Kaffeebohnen kosten 18 €/kg. Für eine Tasse Kaffee werden 10 g Kaffeebohnen benötigt.

Die Kosten für x Tassen Kaffee setzen sich aus den Kosten für den Kaffeevollautomaten und den Kosten für die Kaffeebohnen zusammen und können durch die Funktion K_1 beschrieben werden.

x ... Anzahl der Tassen Kaffee
$K_1(x)$ ... Kosten für x Tassen Kaffee in Euro

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion K_1 auf.

In einem kleinen Büro wird die Kaffeemaschine *Kapsello* verwendet. Die Kosten für x Tassen Kaffee können durch die Funktion K_2 beschrieben werden.

$K_2(x) = 0{,}38 \cdot x + 160$
x ... Anzahl der Tassen Kaffee
$K_2(x)$ ... Kosten für x Tassen Kaffee in Euro

2) Berechnen Sie diejenige Anzahl an Tassen Kaffee, ab der die Verwendung des Kaffeevollautomaten *Divo* günstiger als die Verwendung der Kaffeemaschine *Kapsello* wäre.

Pelletsheizung * (A_068)

Pellets sind Heizmaterial aus gepressten Sägespänen.

a) Die Gesamtkosten für eine Pelletslieferung setzen sich aus einer fixen Grundgebühr und den Kosten für die Liefermenge zusammen. Dabei ist für jede Tonne Pellets der gleiche Preis zu bezahlen.

Ein Pelletshändler bietet auf seiner Website einen Online-Rechner an. Eine Kundin verwendet diesen Online-Rechner und notiert die Gesamtkosten für drei verschiedene Liefermengen:

Liefermenge in Tonnen	Gesamtkosten in Euro
2	500
4	960
5,5	1 260

1) Überprüfen Sie nachweislich, ob der Online-Rechner die Gesamtkosten wie oben beschrieben berechnet.

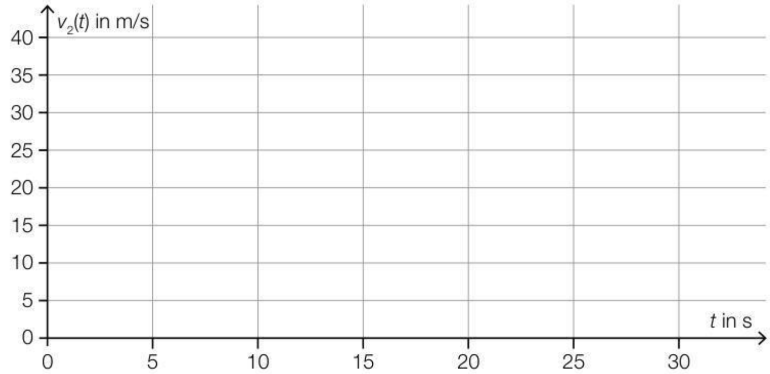
Testfahrten * (A_326)

Auf drei Teststrecken werden Testfahrten mit Autos durchgeführt.

b) Für eine bestimmte 30 s lange Testfahrt auf der zweiten Teststrecke gilt:

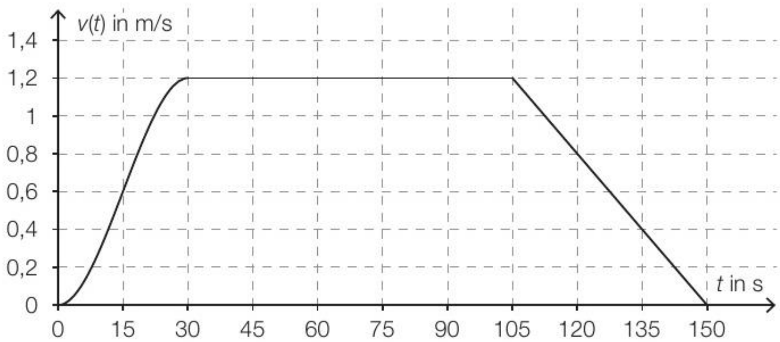
Zu Beginn ($t = 0$) steht das Auto still.
Im Zeitintervall [0; 10] nimmt die Geschwindigkeit bis 25 m/s mit konstanter Beschleunigung zu.
Im Zeitintervall [10; 30] nimmt die Geschwindigkeit mit konstanter Beschleunigung ab.
Am Ende ($t = 30$) steht das Auto wieder still.

1) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen der zugehörigen Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v_2 im Zeitintervall [0; 30] ein.



Torre de Collserola * (A_296)

Vom Fußpunkt des *Torre de Collserola* (Fernsehturm in Barcelona) bis zu dessen Aussichtsplattform führt ein Aufzug senkrecht nach oben.
In der nachstehenden Abbildung ist die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v bei einer Aufzugsfahrt modellhaft dargestellt.



t ... Zeit in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

b) 1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die Steigung k der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v im Zeitintervall [105; 150].

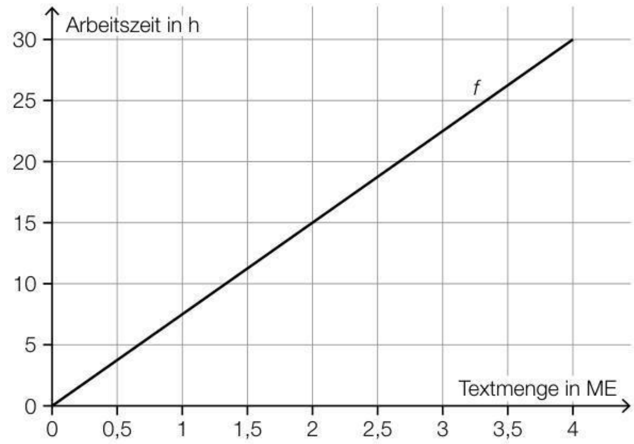
2) Interpretieren Sie die Steigung k und ihr Vorzeichen im gegebenen Sachzusammenhang.Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

Zehnfingersystem * (A_322)

Das Zehnfingersystem ermöglicht schnelles Tippen auf Tastaturen.

a) In einem Diagramm soll die Arbeitszeit für das Tippen einer bestimmten Textmenge mit zwei bzw. zehn Fingern verglichen werden.

x ... Textmenge in Mengeneinheiten (ME)
$f(x)$ ... Arbeitszeit für die Textmenge x beim Tippen mit zwei Fingern in h
$g(x)$ ... Arbeitszeit für die Textmenge x beim Tippen mit zehn Fingern in h



1) Stellen Sie mithilfe des obigen Diagramms eine Gleichung der linearen Funktion f auf.

Laut Angabe auf einer Website gilt: Beim Tippen mit zehn Fingern kann man im Vergleich zum Tippen mit zwei Fingern die doppelte Textmenge in der gleichen Arbeitszeit tippen.

2) Zeichnen Sie im obigen Diagramm den Graphen der linearen Funktion g für die Arbeitszeit beim Tippen mit zehn Fingern ein.