

## BHS Teil A 3.1 – Funktionen Grundlagen (Lösungen)

### Lösungen Maturaaufgaben:

- 1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik BHS: <https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM>
- 2) Gib im Feld „**Titel-/ID-Suche**“ die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

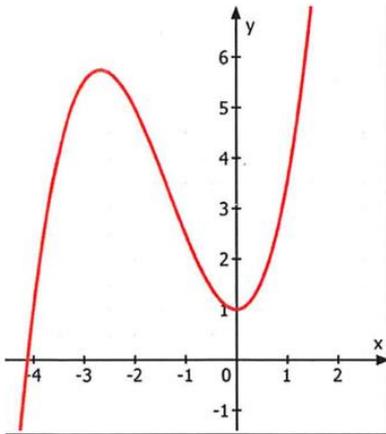
Deskriptor	Schlagwortsuche	Aufgabentyp ▾	Titel-/ ID-Suche
------------	-----------------	---------------	------------------

Baseball \* (A\_237)

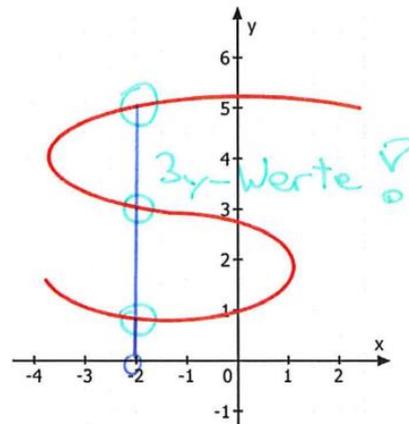
↑  
Nummer

### Bsp. 1)

Bsp. 1) Welcher der folgenden Graphen stellt eine Funktion dar?



JA!



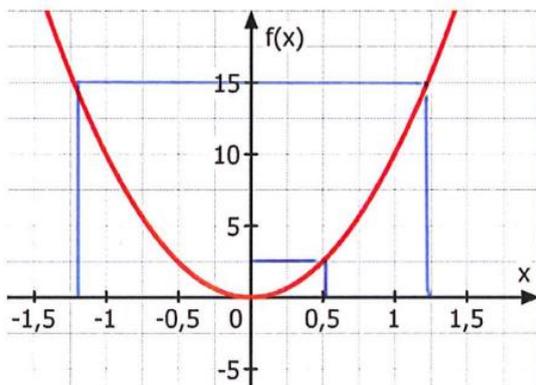
NEIN!

**Bsp. 2)**

Bsp. 2) Welche Wertetabelle stellt eine Funktion dar?

<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>9</td></tr> <tr><td>4</td><td>16</td></tr> <tr><td>5</td><td>25</td></tr> <tr><td>6</td><td>36</td></tr> </tbody> </table> <p><input checked="" type="checkbox"/> JA <input type="checkbox"/> NEIN</p>	x	f(x)	0	0	1	1	2	4	3	9	4	16	5	25	6	36	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td></tr> </tbody> </table> <p><input type="checkbox"/> JA <input checked="" type="checkbox"/> NEIN</p>	x	f(x)	0	2	1	3	1	4	2	4	3	3	4	2	5	1	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>-6</td><td>3</td></tr> <tr><td>-4</td><td>3</td></tr> <tr><td>-2</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>3</td></tr> </tbody> </table> <p><input checked="" type="checkbox"/> JA <input type="checkbox"/> NEIN</p>	x	f(x)	-6	3	-4	3	-2	3	0	3	2	3	4	3	6	3
x	f(x)																																																	
0	0																																																	
1	1																																																	
2	4																																																	
3	9																																																	
4	16																																																	
5	25																																																	
6	36																																																	
x	f(x)																																																	
0	2																																																	
1	3																																																	
1	4																																																	
2	4																																																	
3	3																																																	
4	2																																																	
5	1																																																	
x	f(x)																																																	
-6	3																																																	
-4	3																																																	
-2	3																																																	
0	3																																																	
2	3																																																	
4	3																																																	
6	3																																																	
<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td></tr> </tbody> </table> <p><input type="checkbox"/> JA <input checked="" type="checkbox"/> NEIN</p>	x	f(x)	3	0	3	1	3	1	3	2	3	3	3	4	3	5	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td></tr> </tbody> </table> <p><input checked="" type="checkbox"/> JA <input type="checkbox"/> NEIN</p>	x	f(x)	1	1	1	1	2	1	2	1	3	1	3	1	5	1	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>14</td></tr> <tr><td>10</td><td>9</td></tr> <tr><td>13</td><td>14</td></tr> <tr><td>17</td><td>23</td></tr> <tr><td>22</td><td>20</td></tr> <tr><td>28</td><td>29</td></tr> <tr><td>33</td><td>14</td></tr> </tbody> </table> <p><input checked="" type="checkbox"/> JA <input type="checkbox"/> NEIN</p>	x	f(x)	1	14	10	9	13	14	17	23	22	20	28	29	33	14
x	f(x)																																																	
3	0																																																	
3	1																																																	
3	1																																																	
3	2																																																	
3	3																																																	
3	4																																																	
3	5																																																	
x	f(x)																																																	
1	1																																																	
1	1																																																	
2	1																																																	
2	1																																																	
3	1																																																	
3	1																																																	
5	1																																																	
x	f(x)																																																	
1	14																																																	
10	9																																																	
13	14																																																	
17	23																																																	
22	20																																																	
28	29																																																	
33	14																																																	

**Bsp. 3)**



$f(0,5) = 2,5$

$f(-1) = 10$



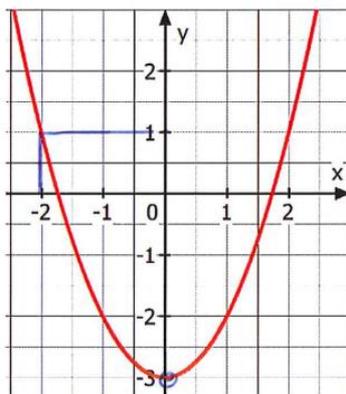
An welchen Stellen hat die Funktion den Funktionswert  $f(x) = 15$ ?

$x_1 = -1,2 \quad x_2 = 1,2$

Gib die Koordinaten des Punktes an der Stelle  $x = 0,5$  an.

$P = (0,5 | 2,5)$

**Bsp. 4)**



**Bsp. 6)** Beantworte die Fragen. Bei den Aufgaben (a) und (d) zeichne zusätzlich die graphische Bestimmung ein.

a.  $f(-2) = 1$

b.  $f(1) = -2$

c. Wie lautet der Funktionswert an der Stelle  $x = -1$ :  $-2$

d. An welcher Stelle/n hat die Funktion den Funktionswert  $f(x) = -3$ ?

$x = 0$

e. An welcher Stelle/n hat die Funktion den Funktionswert  $f(x) = 1$ ?

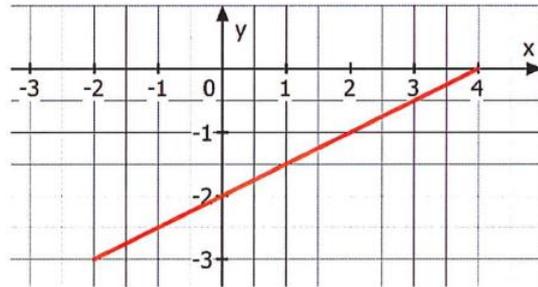
$x_1 = -2 \quad x_2 = 2$

**Bsp. 5)**

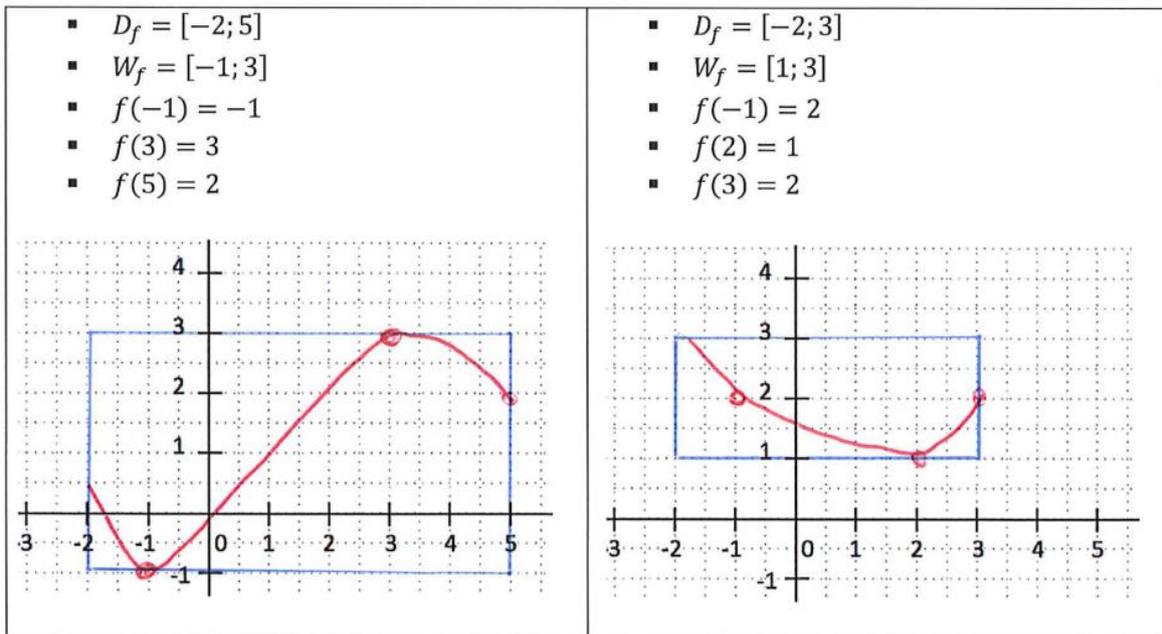
7) Gib die **Definitions-** und **Wertemenge** der Funktion an.

$$D = [-2; 4]$$

$$W = [-3; 0]$$



**Bsp. 6)**



**Bsp. 7)**

$A = (2 8), f(x) = x^2 + 3x - 2$ $f(2) = 2^2 + 6 - 2 = 8$ $8 = 8 \checkmark A \in f$	$A = (0 4), f(x) = 5x + 4$ $f(0) = 4$ $4 = 4 \checkmark A \in f$	$A = (-1 -1), f(x) = 3x - 3$ $f(-1) = -3 - 3 = -6$ $-6 \neq -1 \quad A \notin f$
$A = (-3 5), f(x) = x^2 + 3x + 4$ $f(-3) = 9 - 9 + 4 = 4$ $4 \neq 5 \quad A \notin f$	$A = (6 -9), f(x) = -x^2 - 5x + 1$ $f(6) = -36 - 30 + 1 = -65$ $-65 \neq -9 \quad A \notin f$	$A = (-2 10), f(x) = x^2 - 4x - 2$ $f(-2) = 4 + 8 - 2 = 10$ $10 = 10 \checkmark A \in f$

**Bsp. 8)**

$f(x) = x^2 + 3x - 2$ $f(0) = -2 \Rightarrow A = (0 -2)$ $f(1) = 1 + 3 - 2 = 2 \Rightarrow B = (1 2)$	$f(x) = 5x + 4$ $f(-4) = -20 + 4 = -16 \Rightarrow A = (-4 -16)$ $f(8) = 40 + 4 = 44 \Rightarrow B = (8 44)$
$f(x) = 5x^2 - 16$ $f(3) = 5 \cdot 9 - 16 = 29 \Rightarrow A = (3 29)$ $f(-1) = 5 - 16 = -11 \Rightarrow B = (-1 -11)$	$f(x) = -x^2 - 5x + 1$ $f(7) = -49 - 35 + 1 = -83 \Rightarrow A = (7 -83)$ $f(0) = 1 \Rightarrow B = (0 1)$

**Bsp. 9)**

Ausdruck	Interpretation
$Z(15) = 30$	15 Personen benötigen 30h für diese Arbeit
$Z(4)$	= Zeit, die 4 Personen für die Arbeit benötigen
$Z(11) < Z(5)$	11 Personen brauchen kürzer als 5 Personen für diese Arbeit
$Z(6) = \frac{1}{2} \cdot Z(3)$	6 Personen sind doppelt so schnell wie 3 Personen
$Z(1) = Z(3) + 4$	1 Person braucht um 4h länger als 3P.

**Bsp. 10)**

Ausdruck	Interpretation
$s(3) = 150$	In 3min legt die Person 150m zurück.
$s(7) = s(6) + 50$	In der 7. Minute legt die Person 50m zurück.
$s(2t) = 2s(t)$	In der doppelten Zeit legt die Person den doppelten Weg zurück
$s(100) - s(90) = 300$	Zwischen der 90. und 100. Minute legt die Person 300m zurück

**Bsp. 11)**

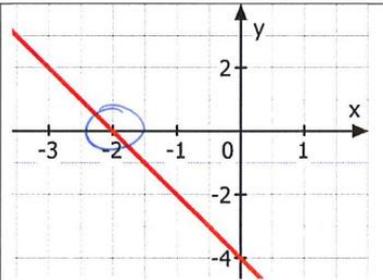
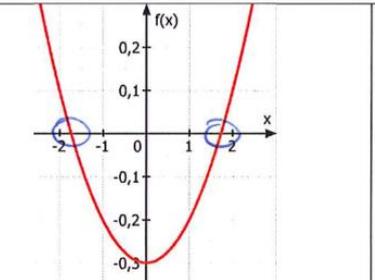
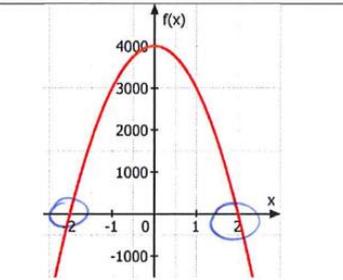
Ausdruck	Interpretation
$s(5) = 100$	Nach fünf Stunden hat das Auto 100 km zurückgelegt.
$s(6) = s(4) + 250$	Nach sechs Stunden ist das Auto um 250 km mehr gefahren als nach vier Stunden.
$s(4) = 3 \cdot s(1)$	Nach vier Stunden ist das Auto dreimal soweit gefahren, wie nach einer Stunde.
$s(t+1) - s(t) = 35$	Das Auto legt jede Stunde 35 km zurück.
$\frac{s(8) - s(0)}{8} = 30$	Das Auto hat nach acht Stunden Fahrzeit im Durchschnitt 30km pro Stunde zurückgelegt.

**Bsp. 12)**

<p>a. <math>f(x) = \frac{1}{3}x + 1</math></p> <p><math>f(x) = 0</math></p> <p><math>\frac{1}{3}x + 1 = 0 \quad   -1</math></p> <p><math>\frac{1}{3}x = -1 \quad   \cdot 3</math></p> <p><u><math>x = -3</math></u></p>	<p>b. <math>f(x) = -4x</math></p> <p><math>-4x = 0 \quad   :(-4)</math></p> <p><u><math>x = 0</math></u></p>	<p>c. <math>f(x) = x^2 - x - 12</math></p> <p><math>f(x) = 0</math></p> <p>Kleine LF:</p> <p><math>x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 12} \quad   \frac{49}{4} \quad   \frac{7}{2}</math></p> <p><u><math>x_1 = 4</math></u>    <u><math>x_2 = -3</math></u></p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Bsp. 13)**

Bsp. 13) Bestimme Graphen die Nullstellen der Funktionen ...

 <p><math>x = -2</math></p>	 <p><math>x_1 = -1,8</math>    <math>x_2 = 1,8</math></p>	 <p><math>x_1 = -2</math>    <math>x_2 = 2</math></p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Bsp. 14)**

<p>a. <math>h(t)</math> gibt die Höhe <math>h</math> (in m) eines senkrecht hinauf geworfenen Steines <math>t</math> Sekunden nach dem Abwurf an.</p> <p><math>h(8) = 0</math></p> <p>Nach 8 Sekunden kommt der Stein wieder auf den Boden auf!</p>	<p>b. <math>W(J)</math> gibt das Wirtschaftswachstum <math>W</math> im Jahr <math>J</math> an.</p> <p><math>W(2014) = 0</math></p> <p>Im Jahr 2014 gab es kein Wirtschaftswachstum (= konstant!)</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Bsp. 15)**

<p><math>f(x) = -5x + 20</math></p> <p><math>f(-7) = 20 + 35 = \underline{40}</math></p> <p><math>f(7) = \underline{15}</math></p> <p><math>f(10) = -50 + 20 = \underline{-30}</math></p>	<p><math>f(x) = -x^2 - 2x - 6</math></p> <p><math>f(-7) = -(-7)^2 - 2(-7) - 6</math></p> <p><math>= -16 + 8 - 6 = \underline{-14}</math></p> <p><math>f(7) = -1 - 2 - 6 = \underline{-9}</math></p> <p><math>f(10) = -100 - 20 - 6 = \underline{-126}</math></p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Bsp. 16)

$f(x) = \frac{1}{3}x + 6$ <p>gesucht: <math>f(x) = -1</math>?</p> $\frac{1}{3}x + 6 = -1 \quad   -6$ $\frac{1}{3}x = -7 \quad   \cdot 3$ $\underline{\underline{x = -21}}$	$f(x) = -x^2 + 2x + 4$ <p>gesucht: <math>f(x) = 1</math>?</p> $-x^2 + 2x + 4 = 1 \quad   -1$ $-x^2 + 2x + 3 = 0$ <p>Große LF:</p> $x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12} \cdot 1/4}{-2}$ $x_1 = \frac{-2 + 4}{-2} = \underline{\underline{-1}}$ $x_2 = \frac{-2 - 4}{-2} = \underline{\underline{3}}$
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Bsp. 17)

- ①  $N(9) = 3000 + 300 \cdot 9 = 5700 \text{ g}$     Nach 9 Wochen wiegt er bereits 5,7 kg
- ②  $6300 = 3000 + 300 \cdot t \quad | -3000$   
 $3300 = 300 \cdot t \quad | :300$   
 $11 = t$      $\rightarrow$  Nach 11 Wochen wiegt er 6,3 kg.

Bsp. 18)

a) 15% von 100000 =  $0,15 \cdot 100000 = 15000 \text{ l}$

$\Rightarrow 15000 = 100000 - 50t \quad | -100000$   
 $-85000 = -50t \quad | :(-50)$   
 $\underline{\underline{t = 1700 \text{ min} = 28,3 \text{ h}}}$

$2 \text{ h} = 120 \text{ min}$

b)  $N(120) = 100000 - 50 \cdot 120 = \underline{\underline{94000 \text{ l}}}$

c)  $0 = 100000 - 50t \quad | +50t$   
 $50t = 100000 \quad | :50 \Rightarrow \underline{\underline{t = 2000 \text{ min} = 33,3 \text{ h}}}$

Bsp. 19)

$$\begin{aligned} a) \quad h(t) &= 0 \\ -t^2 + t + 2 &= 0 \\ t_{1,2} &= \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8/9} / 3}{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (t_1 = \frac{2}{-2} = -1) & \quad \text{Nach 2 Sekunden kommt der} \\ t_2 = \frac{-4}{-2} = \underline{\underline{2}} & \quad \text{Pfeil am Boden auf!} \end{aligned}$$

$$b) \quad \lambda = -t^2 + t + 2 \quad | :2$$

$$0 = -t^2 + t$$

$$-t^2 + t = 0$$

$$t \cdot (-t + 1) = 0$$

$$\begin{aligned} \downarrow & \\ t_1 = 0 & \\ \text{START} & \\ -t + 1 = 0 & \quad | +t \\ \underline{\underline{1-t}} & \end{aligned}$$

Nach 1 Sekunde!

$$\begin{aligned} \hookrightarrow h(1,5) &= -1,5^2 + 1,5 + 2 \\ &= \underline{\underline{1,25\text{m}}} \end{aligned}$$

Nach 1,5s beträgt die  
Höhe 1,25m