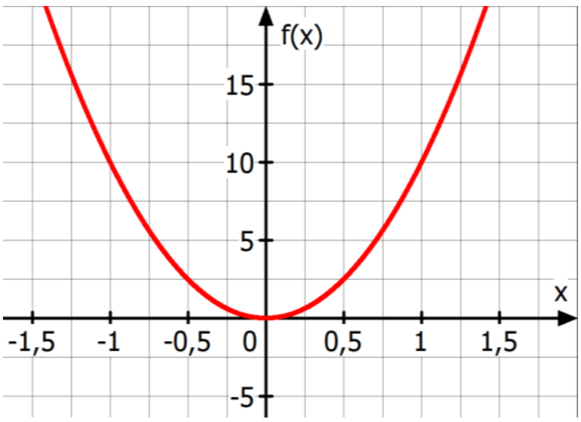
3.1 Funktionen (Grundlagen)

Maturaskript BHS – Teil A (15 Seiten)

Grundkompetenzen:

- **3.1** eine Funktion in einem geeigneten Definitionsbereich als eindeutige Zuordnung verstehen und als Darstellung der Abhängigkeit zwischen Größen interpretieren; den Graphen einer gegebenen Funktion mittels Technologieeinsatz darstellen, Funktionswerte ermitteln und den Verlauf des Graphen im Kontext interpretieren



Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof. Tegischer

<u>Allgemeine Informationen zum Maturaskript</u>

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben (**Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool**)** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info*: bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, …) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/

- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**“ die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

<u>Quellennachweis:</u>

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. A_263) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**“ und „**GeoGebra**“ erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**“ erstellt.

<u>Lizenzbedingungen:</u>

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	**Weitere Regeln für Lehrpersonen**
▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen. ▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen. ▪ Sie dürfen mein Materialen **NICHT** gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden. ▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden. ▪ Bei einem **Missbrauch** erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	**WICHTIGSTE REGEL:** LehrerInnen dürfen die Materialien in **Ihrem eigenen Unterricht** verwenden: ▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen. ▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben. ▪ Es ist **nicht erlaubt**, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben. ▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **<u>Instagram</u>** (**prof. tegischer**) oder per **<u>Mail</u>** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

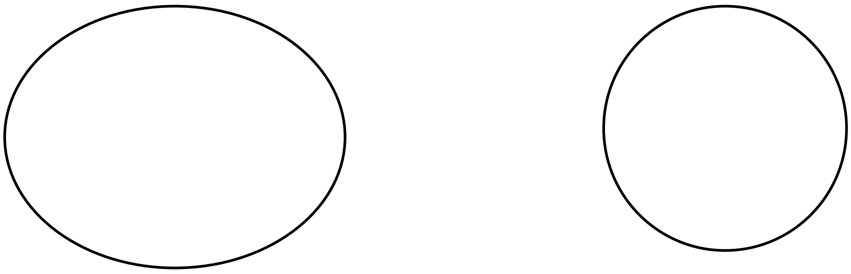
BHS Teil A 3.1 Funktionen – Grundlagen

1. Definition einer Funktion

[Video]

Beispiel: Ein Mathematiklehrer verteilt nach einer Schularbeit seinen 7 SchülerInnen S1, S2, S3, S4, S5, S6 und S7 eine Note zwischen 1 und 5.

Definitionsmenge D
= SchülerInnen



Wertemenge W
= Schulnoten

Jede Schülerin bzw. **jeder Schüler** darf nur **eine Note** erhalten! Es können jedoch **mehrere SchülerInnen dieselbe Note** erhalten. Dies ist zugleich die wichtigste Eigenschaft einer Funktion:

Definition (Funktion)

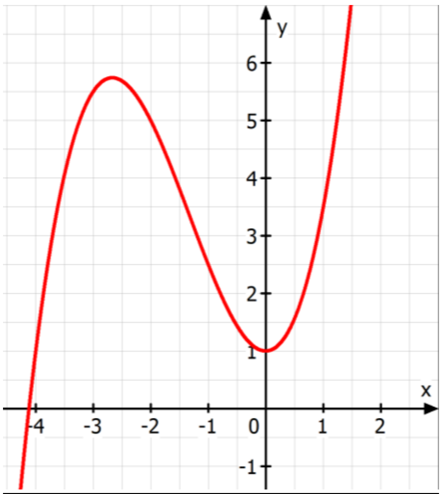
Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung, die jedem Wert aus der **Definitionsmenge D** (Stellen, Argumente) **genau einen Wert** aus der **Wertemenge W** (Funktionswerte) zuordnet.

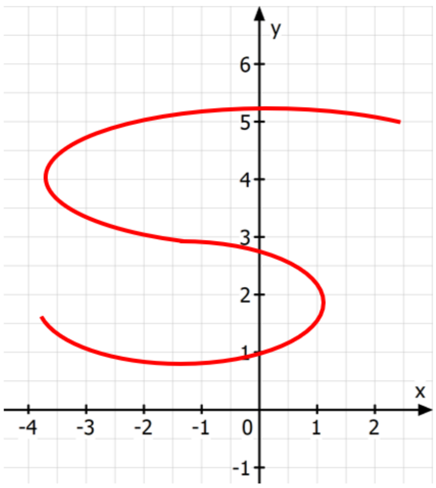
Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung.

Zusammenfassung:

1. **Jedem Element der Definitionsmenge (=Stelle, Argument)** (x) darf **NUR EIN Element der Wertemenge (=FUNKTIONSWERT)** (y,f(x)) zugeordnet werden.
2. ABER Ein **Element der Wertemenge** (y, f(x)) kann **mehreren Elementen der Definitionsmenge** (x) zugeordnet werden.
   (vgl. das Musterbeispiel der Schülerinnen (x, Definitionsmenge) und der Noten (y, Wertemenge).

Bsp. 1) Welcher der folgenden Graphen stellt eine Funktion dar?





2. Darstellung einer Funktion

In der Mathematik bestehen die Definitions- und Wertemenge in der Regel aus Zahlen (meist aus den reellen Zahlen). Somit weist die Funktion f jeder Zahl x einer Definitionsmenge eine andere Zahl y einer Wertemenge zu.

Video

a. Mengendiagramm

Die Elemente der Definitionsmenge werden durch die Funktion mit Elementen der Wertemenge verbunden. Jedes Element der Definitionsmenge muss genau ein Element der Wertemenge erhalten.

Burschen (Definitionsmenge) **Lieblingsfarbe (Wertemenge)**

b. Wertetabelle

- Mit Hilfe einer Wertetabelle können Punkte einer Funktion ermittelt werden. Damit kann der Funktionsgraph gezeichnet werden.
- In der ersten Spalten stehen x-Werte, in der zweiten die y-Werte (=Funktionswerte).
- Die **Einheiten** der Größen sollten gegebenfalls angegeben sein. (bei anwendungsorientierten Aufgaben)

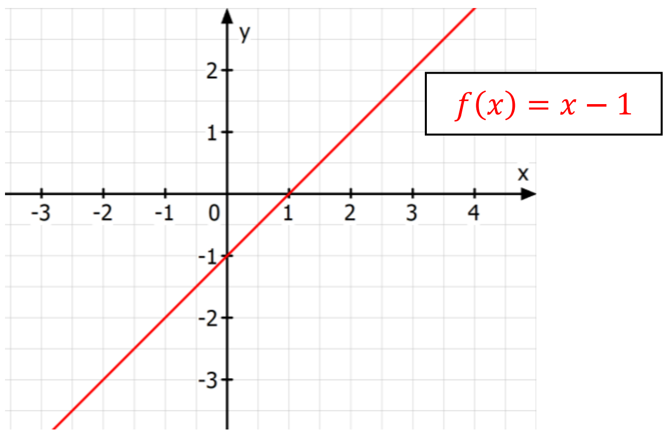
x	$f(x) = x - 1$
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	

c. Graph

Um den Graphen einer Funktion zu erhalten, werden Wertepaare in ein Koordinatensystem eingezeichnet:

- Die **x-Werte** werden auf der **waagrechten Achse** (Abszisse) aufgetragen.
- Die **y-Werte** wird auf der **senkrechten Achse** (Ordinate) aufgetragen.
- Die Beschriftung der Achsen ist bei jedem Graphen sehr wichtig. Es muss ersichtlich sein, welche Werte auf den einzelnen Achsen und in welchen Einheiten sie aufgetragen werden.

Die x- und y-Werte aus der Wertetabelle können in einem Koordinatensystem als Punkte mit den Koordinaten (x, y) angegeben werden. Das entstehende Gebilde nennt man dann **Graph der Funktion**.



Bemerkung: Je nach **Funktionstyp** kann der Graph der Funktion z.B. eine Gerade oder auch eine Kurve sein (s.u.).

d. Funktionsgleichung

Die Schreibweise f(x) (gesprochen: „f von x“) drückt aus, dass die Größe f von der Größe x abhängt.

$$f(x) = x - 1 \quad < - - \text{ Funktionsgleichung!!!}$$

Die Berechnung vom Umfang eines Quadrats kann auch mit Hilfe einer Funktionsgleichung angegeben werden:

$$u(s) = 4 \cdot s$$

- s… gibt die Seitenlänge eines Quadrats an (in cm)
- u(s)… gibt den Umfang eines Quadrats an (in cm)

Weitere Beispiele für Funktionsgleichungen: $f(x) = x^2$; $f(x) = 3x^2 + 2x - x - 1$; $u(s) = 4 \cdot s$

Bsp. 2) Welche Wertetabelle stellt eine Funktion dar?

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x)}$
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36

O JA O NEIN

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x)}$
0	2
1	3
1	4
2	4
3	3
4	2
5	1

O JA O NEIN

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x)}$
-6	3
-4	3
-2	3
0	3
2	3
4	3
6	3

O JA O NEIN

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x)}$
3	0
3	1
3	1
3	2
3	3
3	4
3	5

O JA O NEIN

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x)}$
1	1
1	1
2	1
2	1
3	1
3	1
5	1

O JA O NEIN

$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x)}$
1	14
10	9
13	14
17	23
22	20
28	29
33	14

O JA O NEIN

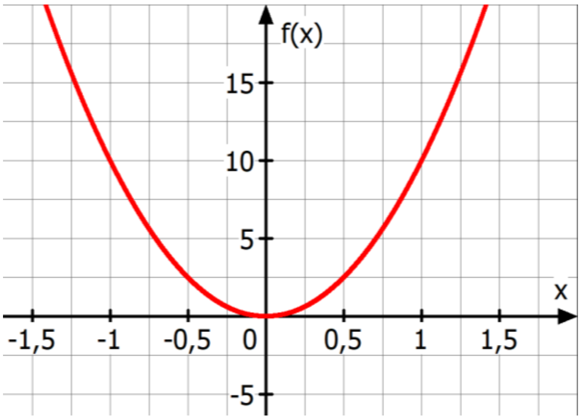
3. Bezeichnungen bei Funktionen

- Die Elemente der Definitionsmenge D einer Funktion nennt man **Argumente** oder **Stellen** einer Funktion.
- Die Elemente der Wertemenge W nennt man **Funktionswerte** einer Funktion.
- $f(x)$ ist der **Funktionswert** der Funktion f **an der Stelle** x.
- Der **Graph** der Funktion f besteht aus den **Punkten** $(x|f(x))$.

SCAN MICH

Video

Bsp. 3) Ermittle die Lösung graphisch.



$f(0{,}5) =$

$f(-1) =$

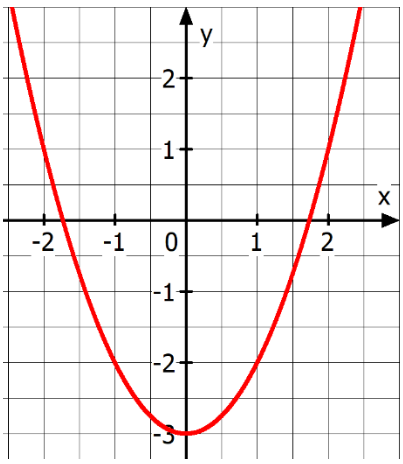
An welchen Stellen hat die Funktion den Funktionswert $f(x) = 15$?

Gib die Koordinaten des Punktes an der Stelle $x = 0{,}5$ an.

Unterschied Stelle (Argument) – Punkt

- Punkte bestehen aus einer x- und y- Koordinate $P = (x, y)$
- Eine Stelle (Ein Argument) ist jedoch nur der zugehörige x-Wert des Punktes P.

Bsp.: *Der Punkt* $P = (3|4)$ *besitzt die Stelle* $x = 3$.



Bsp. 4) Beantworte die Fragen. Bei den Aufgaben (a) und (d) zeichne zusätzlich die graphische Bestimmung ein.

a. $f(-2) =$

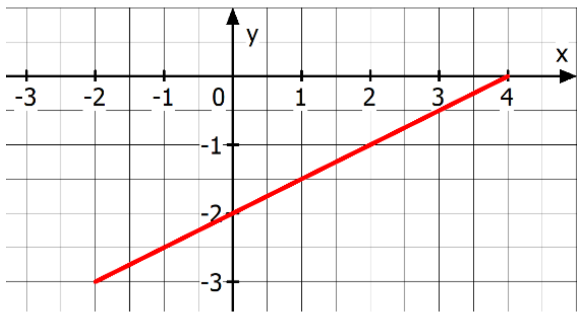
b. $f(1) =$

c. Wie lautet der Funktionswert an der Stelle $x = -1$:

d. An welcher Stelle/n hat die Funktion den Funktionswert $f(x) = -3$?

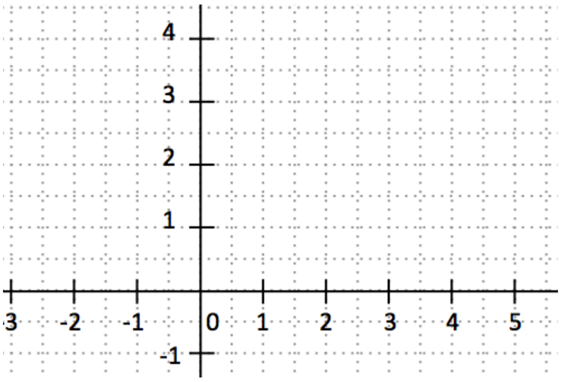
e. An welcher Stelle/n hat die Funktion den Funktionswert $f(x) = 1$?

Bsp. 5) Gib die **Definitions**- und **Wertemenge** der Funktion an.

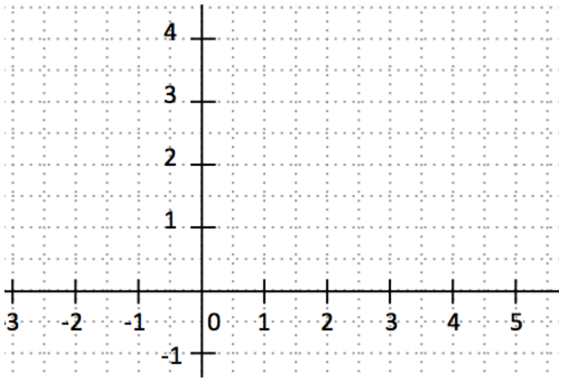


Bsp. 6) Skizziere einen **beliebigen Graphen** der Funktion f, für den folgende **Bedingungen** gelten:

- $D_f = [-2; 5]$
- $W_f = [-1; 3]$
- $f(-1) = -1$
- $f(3) = 3$
- $f(5) = 2$



- $D_f = [-2; 3]$
- $W_f = [1; 3]$
- $f(-1) = 2$
- $f(2) = 1$
- $f(3) = 2$



4. Punkte auf einem Funktionsgraphen

Video

Überprüfung: Liegt ein Punkt auf einer Funktion?
Setze die **x-Koordinate** des Punktes in die **Funktionsgleichung** ein. Stimmt der erhaltene **Funktionswert** mit der **y-Koordinate** des Punktes überein, so liegt der **Punkt** auf dem **Funktionsgraphen**!!!

$A = (5\|\mathbf{3}),\ f(x) = 2x - 7$ Liegt der Punkt A auf dem Funktionsgraphen? $A = (5\|3) \rightarrow x - Koordinate: x = 5$ $f(5) = 2 \cdot 5 - 7 = 10 - 7 = \mathbf{3}$ $f(5) = \mathbf{3}$ & $A = (5\|\mathbf{3})$ ➔ Der Punkt A liegt auf dem Graphen von $f(x)$.	$A = (2\|\mathbf{3}),\ f(x) = x^2 + 2x - 7$ Liegt der Punkt A auf dem Funktionsgraphen? $A = (2\|3) \rightarrow x - Koordinate: x = 2$ $f(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 - 7 = 4 + 4 - 7 = 1$ $f(2) = \mathbf{1}$ & $A = (2\|\mathbf{3}) \rightarrow 1 \neq 3$ ➔ Der Punkt A liegt **NICHT** auf dem Graphen von $f(x)$.

Bsp. 7) Bestimme, ob der **gegebene Punkt** auf dem Funktionsgraphen der Funktion liegt.

$A = (2\|8), f(x) = x^2 + 3x - 2$	$A = (0\|4), f(x) = 5x + 4$	$A = (-1\|-1), f(x) = 3x - 3$
$A = (-3\|5), f(x) = x^2 + 3x + 4$	$A = (6\|-9), f(x) = -x^2 - 5x + 1$	$A = (-2\|10), f(x) = x^2 - 4x - 2$

Beliebige Punkte auf einem Funktionsgraphen bestimmen Möchtest du zu einer gegebenen Funktion beliebige Punkte des Funktionsgraphen bestimmen, so musst du nur x-Werte in den Funktionsgraphen einsetzen. Der erhaltene Funktionswert entspricht der zugehörigen y-Koordinate des Punktes. (vgl. Wertetabelle)	
$\mathrm{f(x)} = 3\mathrm{x} + 7$ **Bestimme drei beliebige Punkte auf dem Funktionsgraphen:** $x = \mathbf{1} \to f(1) = 3 \cdot 1 + 7 = \mathbf{10} \to \boldsymbol{A} = (\mathbf{1}|\mathbf{10})$ $x = \mathbf{-4} \to f(-4) = 3 \cdot (-4) + 7 = -12 + 7 = \mathbf{-5} \to \boldsymbol{B} = (\mathbf{-4}|\mathbf{-5})$ $x = \mathbf{3} \to f(3) = 3 \cdot 3 + 7 = \mathbf{16} \to \boldsymbol{C} = (\mathbf{3}|\mathbf{16})$	$\mathrm{f(x)} = -\mathrm{x}^2 + \mathrm{x} - 1$ **Bestimme drei beliebige Punkte auf dem Funktionsgraphen:** $x = \mathbf{1} \to f(1) = -1^2 + 1 - 1 = -1 + 1 - 1 = \mathbf{-1} \to \boldsymbol{A} = (\mathbf{1}|\mathbf{-1})$ $x = \mathbf{-4} \to f(-4) = -(-4)^2 - 4 - 1 =$ $= -16 - 4 - 1 = \mathbf{-21} \to \boldsymbol{B} = (\mathbf{-4}|\mathbf{-21})$ $x = \mathbf{3} \to f(3) = -3^2 + 3 - 1 = -9 + 3 - 1 = \mathbf{-7} \to \boldsymbol{C} = (\mathbf{3}|\mathbf{-7})$

Bsp. 8) Bestimme je zwei beliebige Punkte auf dem Funktionsgraphen. Wähle immer verschiedene Argumente (=x-Werte)

$f(x) = x^2 + 3x - 2$	$f(x) = 5x + 4$
$f(x) = 5x^2 - 16$	$f(x) = -x^2 - 5x + 1$

INTERPRETIEREN

Video

Interpretieren heißt in der Mathematik, die **Bedeutung** eines mathematischen Ausdrucks (Zahl, Koordinate, Term, Gleichung, …) im geschilderten **Sachzusammenhang** (Kontext) zu **beschreiben**. Bei dieser Beschreibung sollte man **Alltagssprache** verwenden und soweit wie möglich auf **mathematische Formulieren verzichten**.

Bsp. 9) $Z(x)$ bezeichnet die Zeit in Stunden, die x Personen für eine bestimmte Arbeit benötige. Interpretiere folgende Ausdrücke im Kontext.

Ausdruck	Interpretation
$Z(15) = 30$	
$Z(4)$	
$Z(11) < Z(5)$	
$Z(6) = \frac{1}{2} \cdot Z(3)$	
$Z(1) = Z(3) + 4$	

Bsp. 10) $s(t)$ beschreibt den Weg s (in m), den eine Person in t Minuten zurücklegt. Interpretiere den Ausdruck im Kontext.

Ausdruck	Interpretation
$s(3) = 150$	
$s(7) = s(6) + 50$	
$s(2t) = 2s(t)$	
$s(100) - s(90) = 300$	

Bsp. 11) s(t) beschreibt die Strecke (in km), die ein Auto in t Stunden zurücklegt. Übersetze folgende Aussagen in die Funktionen-Sprache.

Ausdruck	Interpretation
$s(5) = 100$	Nach fünf Stunden hat das Auto 100 km zurückgelegt.
	Nach sechs Stunden ist das Auto um 250 km mehr gefahren als nach vier Stunden.
	Nach vier Stunden ist das Auto dreimal soweit gefahren, wie nach einer Stunde.
	Das Auto legt jede Stunde 35 km zurück.
	Das Auto hat nach acht Stunden Fahrzeit im Durchschnitt 30km pro Stunde zurückgelegt.

NULLSTELLEN EINER FUNKTION

Video

Ist an einer Stelle x der Funktionswert $f(x)$ gleich 0, so nennt man x eine **Nullstelle** der Funktion f.

$$\boldsymbol{f(x) = 0}$$

Der Graph schneidet an dieser Stelle die waagrechte Achse (Abszisse).

Willst du die Nullstellen einer Funktion bestimmen, musst du die Gleichung $f(x) = 0$ lösen.

Beispiel: $f(x) = 2x - 4$

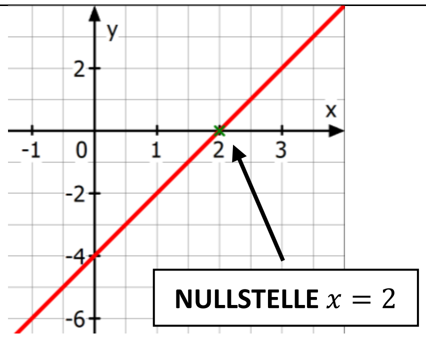
$$f(x) = 0$$

$$2x - 4 = 0 \quad | + 4$$

$$2x = 4 \quad | : 2$$

$$x = 2$$

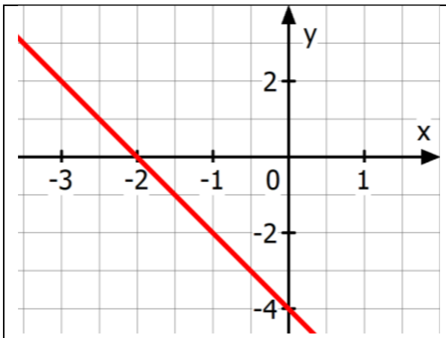
$$\rightarrow x = 2 \text{ ist eine } \boldsymbol{Nullstelle}$$

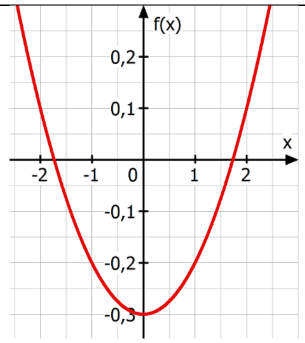


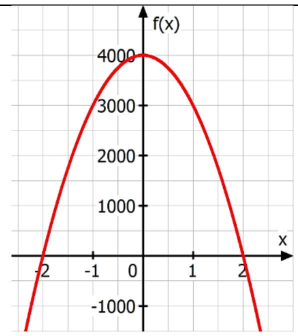
Bsp. 12) Bestimme rechnerisch die Nullstellen der Funktion f.

a. $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$	**b.** $f(x) = -4x$	**c.** $f(x) = x^2 - x - 12$

Bsp. 13) Bestimme **graphisch** die Nullstelle/n der Funktion f.







Bsp. 14) Interpretiere die Bedeutung der angegebenen **Nullstelle** im jeweiligen Kontext.

a. $h(t)$ gibt die Höhe h (in m) eines senkrecht hinauf geworfenen Steines t Sekunden nach dem Abwurf an. $h(8) = 0$	**b.** $W(J)$ gibt das Wirtschaftswachstum W im Jahr J an. $W(2014) = 0$

Berechnungen mit einer Funktionsgleichung

Video

Es gibt stets **zwei Möglichkeiten** (IMMER!!), wie du mit einer Funktion **Berechnungen** durchführen kannst.

Möglichkeit 1: Argument (=Stelle) gegeben -> Funktionswert gesucht

$$f(x) = x^2 - 5$$

Frage: Wie lautet der Funktionswert an der Stelle $x = 2$?

Wenn ein **Argument** gegeben & der **zugehörige Funktionswert** gesucht ist, musst du das Argument in die Funktionsgleichung einsetzen und berechnen:

$$f(2) = 2^2 - 5 = 4 - 5 = \mathbf{-1}$$

Bemerkung: Wenn du zu einem Argument den Funktionswert berechnet hast, kannst du in weiterer Folge die Koordinaten des Punktes bestimmen:

$$f(2) = -1 \quad \rightarrow \quad P = (\mathbf{2} | \mathbf{-1})$$

x-Koordinate **y-Koordinate**

Möglichkeit 2: Funktionswert gegeben -> Stelle/Argument gesucht

Ist ein Funktionswert gegeben, so musst du diesen Wert STATT deiner Funktion einsetzen. In weiterer Folge musst du die Gleichung lösen, um deine Lösung zu erhalten!!

Bemerkung:
- Bei einer linearen Funktion musst du eine lineare Gleichung lösen!
- Bei einer quadratischen Funktion erhältst du eine quadratische Gleichung!

Fragestellung: Bei welcher/n Stelle/n hat die Funktion einen Funktionswert von $f(x) = \mathbf{10}$?

$f(x) = 2x - 4$ $\mathbf{10} = 2x - 4 \quad \vert +4$ $14 = 2x \quad \vert :2$ $7 = x$ An der Stelle $x = 7$ hat die Funktion den Funktionswert 10. Es gilt: $f(7) = 10$	$f(x) = 2x^2 + 4x + 4$ $\mathbf{10} = 2x^2 + 4x + 4 \quad \vert -10$ $0 = 2x^2 + 4x - 6$ $2x^2 + 4x - 6 = 0$ **Große Lösungsformel**: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\rightarrow x_1 = -3 \quad x_2 = 1$ An den Stellen $x_1 = -3 \; und \; x_2 = 1$ hat die Funktion den Funktionswert 10.

Bsp. 15) Berechne zu der Funktion jeweils den Funktionswert an der Stelle $x = -4, x = 1 \; und \; x = 10$.

$f(x) = -5x + 20$	$f(x) = -x^2 - 2x - 6$

Bsp. 16) Berechne das Argument/die Argumente, bei der/denen der gewünscht Funktionswert auftritt.

$f(x) = \frac{1}{3}x + 6$ **gesucht**: $f(x) = -1?$	$f(x) = -x^2 + 2x + 4$ **gesucht**: $f(x) = 1?$

<table>
<tr><td colspan="2">Anwendungsorientiertes Beispiel
WH: Es gibt IMMER zwei Möglichkeiten, um Berechnungen mit einer Funktionsgleichung durchzuführen!</td></tr>
<tr><td colspan="2">$h(t) = -0{,}5 \cdot t + 10$ beschreibt die Höhe einer Kerze, die mit zunehmenden Abbrennen immer kleiner wird. Zu Beginn ist die Kerze 10 cm hoch, da $h(0) = 10$ ist. Pro Minute wird die Kerze um 0,5 cm kleiner.</td></tr>
<tr><td>Möglichkeit 1: Argument („x-Wert“) gegeben
-> zugehöriger Funktionswert gesucht (EINSETZEN!)</td><td>Möglichkeit 2: Funktionswert gegeben
-> zugehörige/s Argument/e gesucht, bei denen der Funktionswert eintritt (Wert statt $f(x), N(t)$, … einsetzen)</td></tr>
<tr><td>ARGUMENTE = Zeitpunkte (in diesem Beispiel)
▪ Wie hoch ist die Kerze nach 5 Minuten?
Argument $t = 5$ -> zugehöriger Funktionswert $h(5)$ gesucht
$h(5) = -0{,}5 \cdot 5 + 10 = -2{,}5 + 10 = 7{,}5\ cm$

Ist ein Argument gegeben, so musst du dieses Argument in die Funktionsgleichung einsetzen, um den zugehörigen Funktionswert zu erhalten 😊</td><td>FUNKTIONSWERTE = Höhe der Kerze
▪ Wann erreicht die Kerze eine Höhe von 3 cm?
Funktionswert $h(t) = 3$ -> Argument/Zeitpunkt gesucht!!!
$h(t) = -0{,}5 \cdot t + 10$
$3 = -0{,}5 \cdot t + 10 \quad | -10$
$-7 = -0{,}5 \cdot t \quad | : (-0{,}5)$
$14 = t \rightarrow nach\ 14\ Minuten$
Ist ein Funktionswert gegeben, so musst du diesen Wert statt der Funktion f(x), N(t), … einsetzen und die entstehende Gleichung nach dem Argument auflösen. 😊</td></tr>
</table>

Bsp. 17) Das Gewicht nach der Geburt von Moritz kann mit Hilfe der Funktion $N(t) = 3000 + 300 \cdot t$ angegeben werden. Die Zeit t gibt dabei die Wochen nach der Geburt an. $N(t)$ gibt das Gewicht in Gramm nach t Wochen an.

a. Moritz ist bei seiner Taufe 9 Wochen alt. Welches Gewicht hat er?
b. Wann erreicht Moritz ein Gewicht von 6,3 kg?

Bsp. 18) Bei einem großen Schwimmteich ist am Boden bei der Teichfolie ein Loch entstanden. Ursprünglich waren im Schwimmteich 100 000 Liter Wasser. Pro Minuten rinnen nun 50 Liter Wasser ab. Dieses Modell kann mit Hilfe der Funktionsgleichung $N(t) = 100\,000 - 50 \cdot t$ angegeben werden, wobei N(t) das Wasservolumen nach t Minuten angibt.

a. Nach wie vielen Minuten bzw. Stunden sind nur mehr 15% vom ursprünglichen Wasservolumen im Badeteich?
b. Wie viele Liter Wasser sind nach 2 Stunden noch im Teich?
c. Wann ist der Teich komplett ausgeronnen? (Tipp: Wann sind 0 Liter im Teich)

Bsp. 19) Ein Bogenschütze schießt einen Pfeil senkrecht in die Höhe. Die Höhe h (in Meter) des Pfeils in Abhängigkeit von der Zeit t (in Sekunden) wird beschrieben durch die Funktionsgleichung:

$$h(t) = -t^2 + t + 2$$

a. Löse die Gleichung $h(t) = 0$ und erkläre die Bedeutung der Lösungen.
b. Nach welcher Zeit hat der Pfeil wieder die Abschusshöhe ($h = 2m$) erreicht?
c. Wie hoch fliegt der Pfeil nach 1,5 Sekunden?

Kurvenfahrt * (A_275)

Ein Motorradfahrer durchfährt eine kreisförmig angelegte Kurve.
Die Formel für den Betrag der Fliehkraft lautet:

$$F = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

F ... Betrag der Fliehkraft in Newton (N)
m ... Masse in kg (Motorrad und Fahrer)
v ... Geschwindigkeit des Motorradfahrers in m/s
r ... Radius der Kurve in m

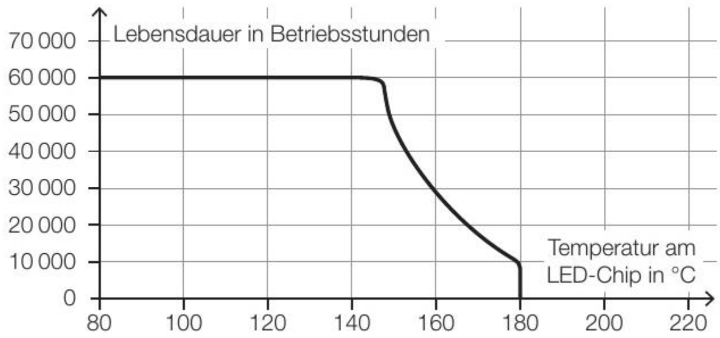
b) 1) Stellen Sie F in Abhängigkeit von r im Intervall [10; 140] grafisch dar, wenn $v = 20$ m/s und $m = 380$ kg beträgt.

2) Kennzeichnen Sie auf der senkrechten Achse die Veränderung von F bei der Halbierung des Radius von 80 m auf 40 m.

Leuchtdioden * (A_305)

Leuchtdioden (LEDs) werden häufig als Beleuchtungsmittel verwendet.

b) Die Lebensdauer von LEDs ist abhängig von der Temperatur am LED-Chip. Auf einer Website ist dieser Zusammenhang grafisch dargestellt (siehe nachstehende Abbildung).



Quelle: https://www.led-studien.de/wp-content/uploads/2015/10/Lebensdauer-nach-LED-Temperatur.png [16.08.2019] (adaptiert).

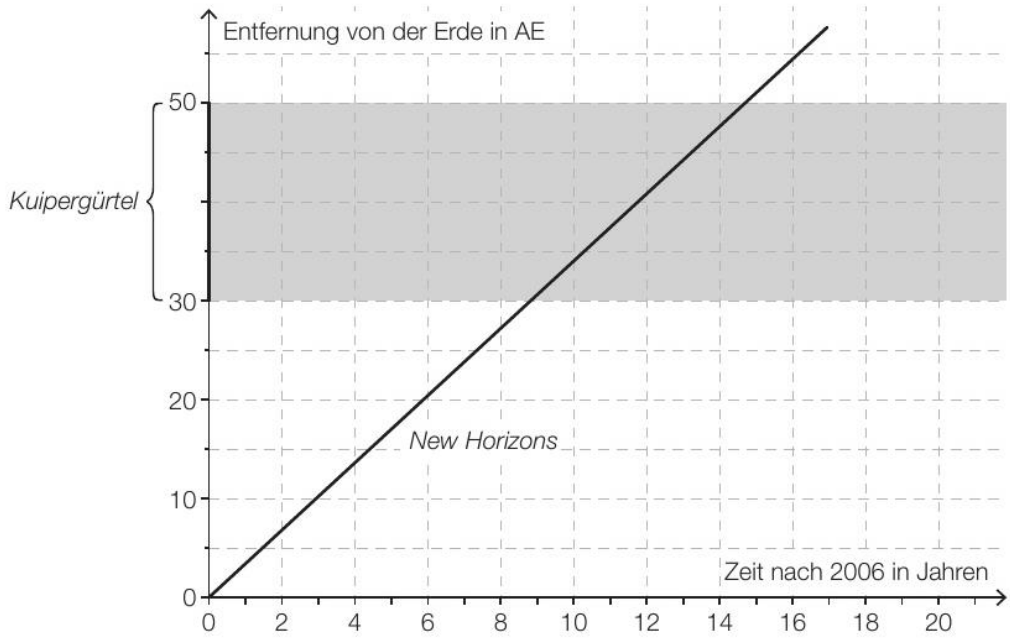
1) Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate der Lebensdauer bei Erhöhung der Temperatur von 140 °C auf 160 °C.

2) Begründen Sie, warum es sich bei der in der obigen Abbildung dargestellten Kurve nicht um den Graphen einer Funktion handeln kann.

New Horizons * (A_294)

New Horizons ist eine Raumsonde, die im Jahr 2006 von der Erde aus in den Weltraum gestartet ist und immer noch unterwegs ist.

b) Im unten stehenden Diagramm ist die Entfernung von *New Horizons* von der Erde in Abhängigkeit von der Zeit näherungsweise dargestellt. Eine in der Astronomie gebräuchliche Längeneinheit ist die sogenannte *astronomische Einheit* (AE).
In einer Entfernung von 30 bis 50 AE von der Erde durchfliegt *New Horizons* den sogenannten *Kuipergürtel*.



1) Lesen Sie aus dem obigen Diagramm ab, wie lange *New Horizons* benötigt, um den gesamten Kuipergürtel zu durchfliegen.

4 Jahre nach dem Start von *New Horizons* ist eine weitere Raumsonde von der Erde gestartet. Diese Raumsonde fliegt auf derselben Route wie *New Horizons*, aber mit der halben Geschwindigkeit.

2) Zeichnen Sie im obigen Diagramm die Entfernung dieser Raumsonde von der Erde in Abhängigkeit von der Zeit ein.

Stau * (A_321)

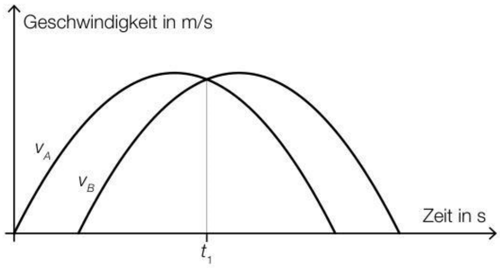
a) Die zwei Autos A und B stehen im Stau hintereinander. Sie beschleunigen und bremsen wieder ab.
Die Weg-Zeit-Funktion des Autos A lautet:

$s_A(t) = -0{,}08 \cdot t^3 + 1{,}2 \cdot t^2$ mit $0 \leq t \leq 10$

t ... Zeit in s
$s_A(t)$ ... zurückgelegter Weg zur Zeit t in m

1) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit des Autos A.

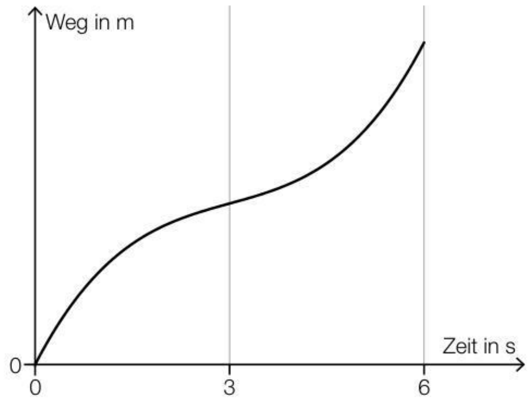
Die Graphen der Geschwindigkeit-Zeit-Funktionen v_A und v_B der beiden Autos sind in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



2) Interpretieren Sie den Schnittpunkt der Graphen im gegebenen Sachzusammenhang.

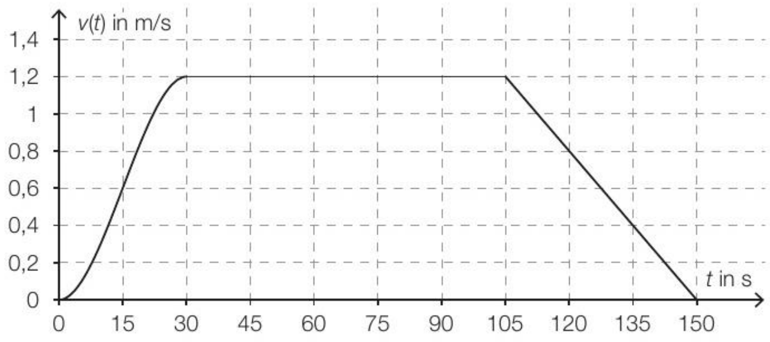
b) Der Bewegungsvorgang eines bestimmten Autos wird über einen Zeitraum von 6 s betrachtet. In den ersten 3 s nimmt die Geschwindigkeit des Autos zu. In den letzten 3 s nimmt die Geschwindigkeit des Autos ab.

1) Begründen Sie, warum der nachstehend dargestellte Graph den beschriebenen Bewegungsvorgang <u>nicht</u> zutreffend wiedergibt.



Torre de Collserola * (A_296)

Vom Fußpunkt des *Torre de Collserola* (Fernsehturm in Barcelona) bis zu dessen Aussichtsplattform führt ein Aufzug senkrecht nach oben.
In der nachstehenden Abbildung ist die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v bei einer Aufzugsfahrt modellhaft dargestellt.

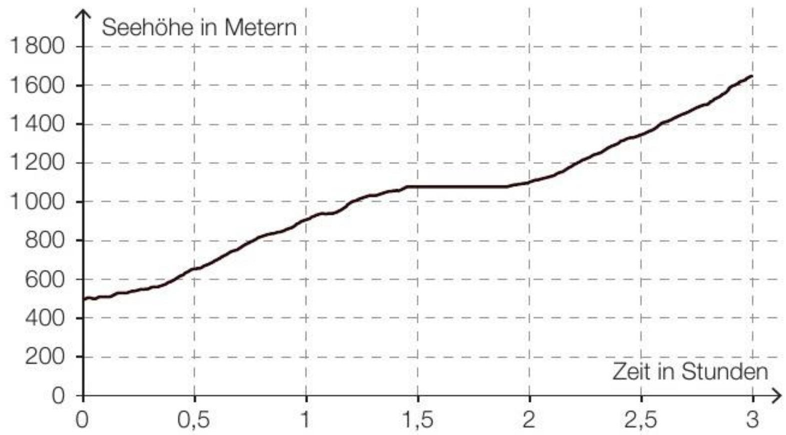


t ... Zeit in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

a) 1) Ermitteln Sie die maximale Geschwindigkeit bei dieser Aufzugsfahrt in km/h.

Wandern * (A_089)

b) In der nachstehenden Abbildung ist der Höhenverlauf während einer 3-stündigen Wanderung dargestellt.

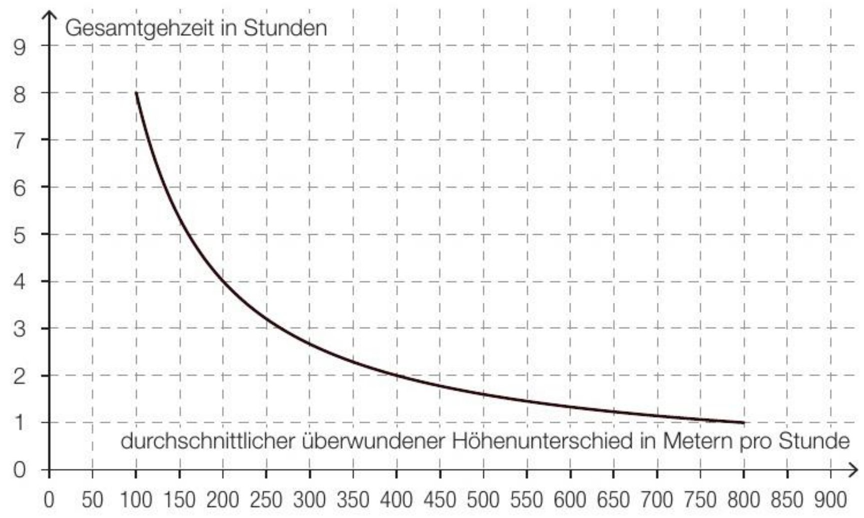


1) Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate der Seehöhe in Abhängigkeit von der Zeit für die gesamte Wanderung. Geben Sie das Ergebnis mit der zugehörigen Einheit an.

Jemand behauptet: „Nach etwa 1,5 Stunden wurde eine Pause eingelegt. Das erkennt man daran, dass der Graph während der Pause waagrecht verläuft."

2) Argumentieren Sie, dass diese Behauptung nicht zwingend richtig sein muss.

c) Bei der Besteigung eines bestimmten Berges ist die Gesamtgehzeit indirekt proportional zu dem durchschnittlichen überwundenen Höhenunterschied in Metern pro Stunde (siehe nachstehende Abbildung).



1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung ab, welcher Höhenunterschied bei dieser Besteigung insgesamt überwunden werden muss.