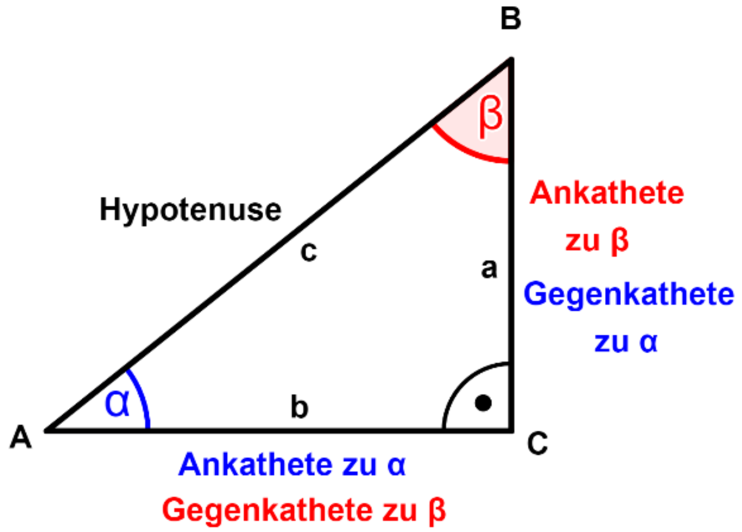
2.12 Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck

Maturaskript BHS – Teil A (13 Seiten)

Grundkompetenzen:

- **2.12** Sinus, Cosinus und Tangens von Winkeln zwischen 0° und 90° als Seitenverhältnisse im rechtwinkeligen Dreieck verstehen und anwenden



Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof. πegischer

<u>Allgemeine Informationen zum Maturaskript</u>

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben (**Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool**)** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info*: bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, …) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/

- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**" die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

<u>Quellennachweis:</u>

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. A_263) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**" und „**GeoGebra**" erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**" erstellt.

<u>Lizenzbedingungen:</u>

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	**Weitere Regeln für Lehrpersonen**
▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen. ▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen. ▪ Sie dürfen mein Materialen **NICHT** gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden. ▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden. ▪ Bei einem **Missbrauch** erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	**WICHTIGSTE REGEL:** LehrerInnen dürfen die Materialien in **Ihrem eigenen Unterricht** verwenden: ▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen. ▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben. ▪ Es ist **nicht erlaubt**, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben. ▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

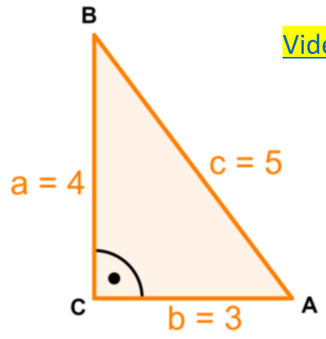
Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf <u>**Instagram**</u> (**prof. tegischer**) oder per <u>**Mail**</u> kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

BHS Teil A 2.12 - Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck

1. Eigenschaften (rechtwinkliges Dreieck)

- Ein Dreieck, in dem ein Winkel 90° hat, wird **rechtwinkliges Dreieck** bezeichnet.
- Die Seiten, die den rechten Winkel einschließen, heißen **Katheten**. Die Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt, heißt **Hypotenuse**. Die Hypotenuse ist die längste Seite des rechtwinkligen Dreiecks.

Video 1/6



- **Katheten**: Seiten a und b
- **Hypotenuse**: Seite c
- **Satz des Pythagoras**: $a^2 + b^2 = c^2$
- **Flächeninhalt**:

$$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6\ cm^2$$

Satz des Pythagoras:

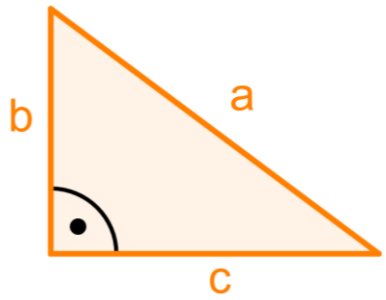
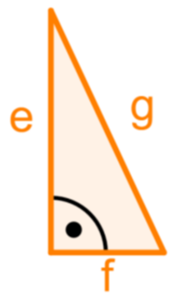
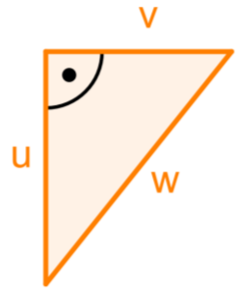
In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt: Die **Summe** der **Quadrate** der **Katheten** ist gleich dem **Quadrat** der **Hypotenuse**.

$$Kathete^2 + Kathete^2 = Hypotenuse^2$$

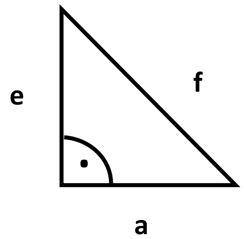
Flächeninhalt (rechtwinkliges Dreieck):

$$A = \frac{Kathete \cdot Kathete}{2}$$

Bsp. 1) Gib an, welche Seiten den Katheten bzw. der Hypotenuse entsprechen. Miss die beiden Katheten ab und berechne mit Hilfe des Satz des Pythagoras näherungsweise die Länge der Hypotenuse. Bestimme den Flächeninhalt.

		
Katheten:	Katheten:	Katheten:
Hypotenuse:	Hypotenuse:	Hypotenuse:
Satz des Pythagoras:	Satz des Pythagoras:	Satz des Pythagoras:
Flächeninhalt:	Flächeninhalt:	Flächeninhalt:

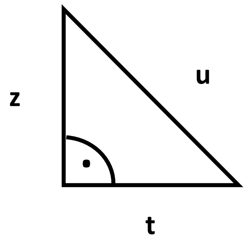
Bsp. 2) Stelle den **pythagoräischen Lehrsatz** auf und drücke jede Variable durch die andere aus.

<table>
<tr>
<td>

Pythagoräischer Lehrsatz:

$a =$

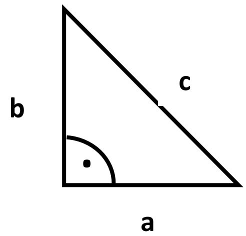
$e =$

$f =$</td>
<td>

Pythagoräischer Lehrsatz:

$u =$

$z =$

$t =$</td>
<td>

Pythagoräischer Lehrsatz:

$a =$

$b =$

$c =$</td>
</tr>
</table>

Bsp. 3) Berechne zuerst die fehlenden Seite des rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten m und n und der Hypotenuse x. Berechne anschließend den Flächeninhalt des Dreiecks.

a. $m = 9; n = 12$	**b.** $m = 5; x = 13$	**c.** $n = 14{,}4\,; x = 19{,}4$

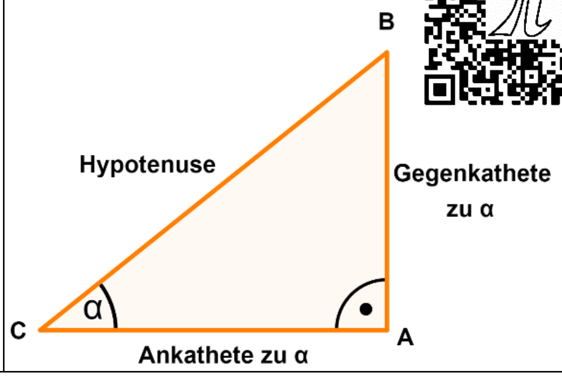
2. Sinus, Cosinus, Tangens für spitze Winkel (Winkelfunktion)

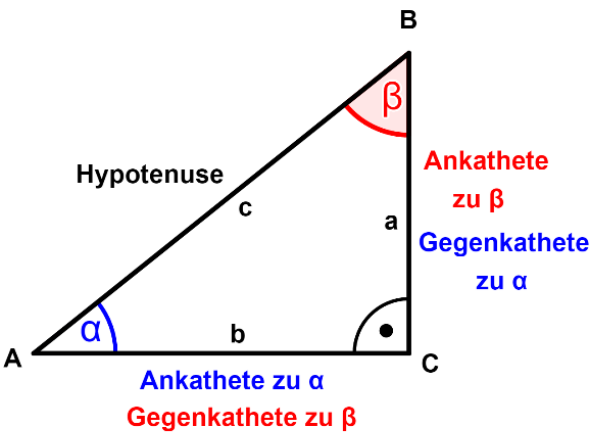
Video 2/6

Hypotenuse: **Längste** Seite (Sie ist IMMER **gegenüber** vom **rechten Winkel**)

Die beiden kürzeren Seiten heißen Katheten.
Ausgehend vom Winkel α (Skizze) können die beiden Katheten folgendermaßen unterschieden werden:

- **Gegenkathete GK** liegt gegenüber von α (=gegenüberliegende Kathete)
- **Ankathete AK** liegt an α an (=anliegende Kathete)





Wichtig: Beachte, dass es immer vom **ausgehenden Winkel** abhängt, welche Kathete die Gegenkathete (gegenüber dem Winkel) und welche Kathete die Ankathete (dem Winkel anliegend) ist!

- Die **Seite a** ist zum Winkel α die Gegenkathete UND zum Winkel β die Ankathete.
- Die **Seite b** ist zum Winkel α die Ankathete UND zum Winkel β die Gegenkathete.
- Die **Seite c** ist und bleibt immer die Hypotenuse.

Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

Der **Sinus** eines Winkels α ist definiert als das Verhältnis von GK zu H.	$\sin\alpha = \frac{GK}{H}$
Der **Cosinus** eines Winkels α ist definiert als das Verhältnis von AK zu H.	$\cos\alpha = \frac{AK}{H}$
Der **Tangens** eines Winkels α ist definiert als das Verhältnis von GK zu AK.	$\tan\alpha = \frac{GK}{AK}$

!! Diese Formeln gelten nur im rechtwinkligen Dreieck !!

Video 3/6

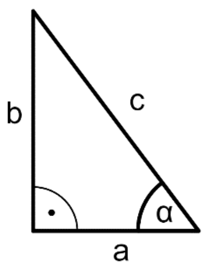
Bemerkungen

Bemerkung 1: Der Quotient von Gegenkathete und Hypotenuse entspricht dem **Sinus von α**, aber **nicht dem Winkel α**!

$$\alpha \neq \sin\alpha$$

Um den Winkel α über $\sin\alpha$ zu bekommen, musst du die **Umkehrfunktion** $\sin^{-1}(\frac{GK}{H})$ anwenden.

Beispiel: geg.: $b = 4\ cm;\ c = 6\ cm$ – ges.: Winkel α



$$\sin\alpha = \frac{GK}{H} = \frac{b}{c} = \frac{4}{6}$$

$$\sin\alpha = \frac{4}{6} \quad |\sin^{-1}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{4}{6}\right) = 41{,}81°$$

Umkehroperationen:

- **Sinus**: $arcsin$ bzw. $\sin^{-1}$
- **Cosinus**: $arccos$ bzw. $\cos^{-1}$
- **Tangens**: $arctan$ bzw. $\tan^{-1}$

Beispiel:

$$\sin(60°) = 0{,}866..$$

$$\sin^{-1}(0{,}866..) = 60°$$

Bemerkung 2: Winkel können in verschiedenen Maßen (Grad, Bogenmaß, Neugrad) gemessen werden. Achte also beim Technologieeinsatz darauf, dass das **Gradmaß** eingestellt ist.

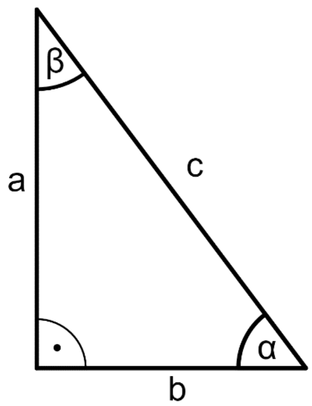
Bsp. 4) Berechne die Sinus-, Cosinus- und Tangenswerte mit dem Taschenrechner.

	56°	33°	68°	5°	17°	67°	15°
sin							
cos							
tan							

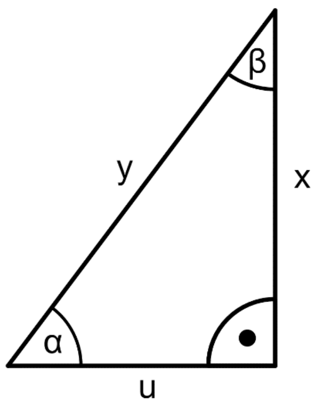
Bsp. 5) Berechne die Größe des Winkels α.

a. $\sin\alpha = 0{,}9$	b. $\tan\alpha = 0{,}42$	c. $\cos\alpha = 0{,}87$	d. $\sin\alpha = 0{,}12$
e. $\cos\alpha = -0{,}5$	f. $\sin\alpha = 0{,}5$	g. $\tan\alpha = 10{,}31$	h. $\cos\alpha = 0{,}8$

Bsp. 6) Kreuze die richtigen Aussagen an.



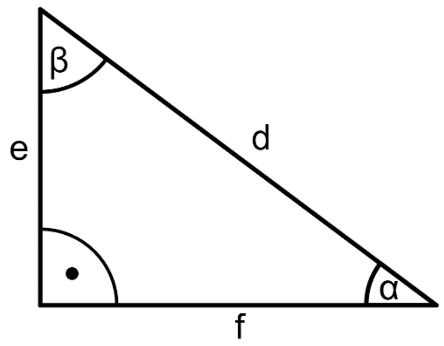
$\sin(\beta) = \frac{b}{a}$	O
$\tan(\beta) = \frac{b}{a}$	O
$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{c}{a}\right)$	O
$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$	O
$\cos(\alpha) = \frac{c}{b}$	O
$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{c}{b}\right)$	O



$\sin^{-1}\left(\frac{x}{u}\right) = \alpha$	O
$\tan(\alpha) = \frac{u}{x}$	O
$\alpha = cos^{-1}\left(\frac{u}{y}\right)$	O
$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{u}{x}\right)$	O
$\cos(\beta) = \frac{y}{x}$	O
$\sin^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \beta$	O

Bsp. 7) Bestimme den Sinus-, Cosinus- und Tangenswert für die Winkel α und β des rechtwinkligen Dreiecks. Bestimme anschließend durch die Umkehrfunktionen jeweils den Winkel α bzw. β.

$d = 40\ cm$
$e = 24\ cm$
$f = 32\ cm$



Winkel α	**Winkel β**
▪ $\boldsymbol{sin(\alpha)} =$	▪ $\boldsymbol{sin(\beta)} =$
▪ $\boldsymbol{cos(\alpha)} =$	▪ $\boldsymbol{cos(\beta)} =$
▪ $\boldsymbol{tan(\alpha)} =$	▪ $\boldsymbol{tan(\beta)} =$
▪ $\boldsymbol{\alpha} =$	▪ $\boldsymbol{\beta} =$

Video 4/6

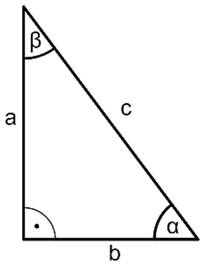
Bsp. 8) Überlege & **begründe** mit Hilfe der **Länge** der **Katheten** und der **Hypotenuse**.

1. Welche Werte kann der **Sinus** eines spitzen Winkels im rechtwinkligen Dreieck annehmen?

2. Welche Werte kann der **Cosinus** eines spitzen Winkels im rechtwinkligen Dreieck annehmen?

3. Welche Werte kann der **Tangens** eines spitzen Winkels im rechtwinkligen Dreieck annehmen?

Video 5/6



3. Auflösen von rechtwinkligen Dreiecken mittels Winkelfunktionen

Mittels Winkelfunktionen können **fehlende Größen** (Seitenlängen, Winkelmaße) eines rechtwinkligen Dreiecks mit Hilfe von **Umformungen** berechnet werden.

Bsp. 9) Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den **Winkeln** $\boldsymbol{\alpha}$ *und* $\boldsymbol{\beta}$, den **Katheten a** und **b** und der **Hypotenuse c**. Berechne die Größe der fehlenden Winkel und der fehlenden Seiten.

$\alpha = 40°, a = 4\ cm$	$a = 5\ cm, b = 12\ cm$	$\beta = 30°, a = 9\ cm$
$a = 24\ cm, c = 25\ cm$	$\alpha = 45°, a = 6\ cm$	$\beta = 80°, c = 5\ cm$

Bsp. 10) Bei tief stehender Abendsonne wirft ein **12m hoher Baum** auf ebener Fläche einen **112m langen Schatten**. Zeichne eine Skizze und berechne den Winkel α, mit dem der Sonnenstrahl auf den Boden trifft.

Bsp. 11) Eine **Eiche** wirft einen **42 m langen Schatten**. Die Sonnenstrahlen treffen dabei unter einem Winkel von 29° auf die Erde. Zeichne eine Skizze und berechne die Höhe der Eiche.

4. ANWENDUNGEN (AUFGABEN AUS DER GEOMETRIE)

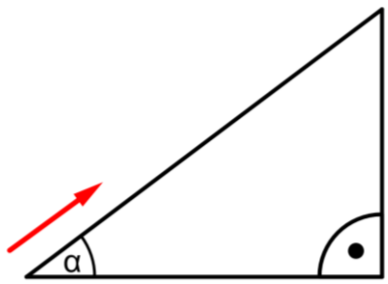
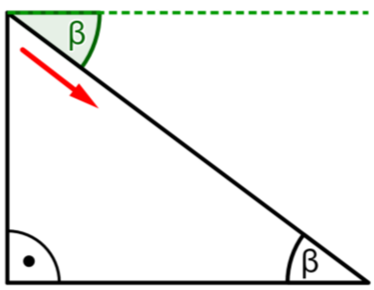
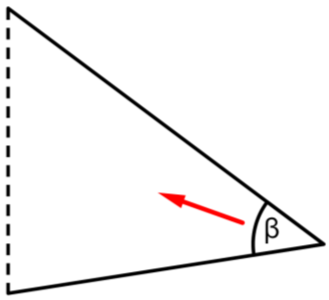
In vielen geometrischen Figuren und Körpern lassen sich rechtwinklige Dreiecke erkennen und einzeichnen. Zur Berechnung von fehlenden Streckenlängen und Winkeln können wieder die Winkelfunktionen verwendet werden.

5. ANWENDUNGEN (VERMESSUNGSAUFGABEN)

Viele Entfernungs- und Winkelberechnungen im Alltag lassen sich durch das Zurückführen auf rechtwinklige Dreiecke und das Anwenden der Winkelfunktionen leicht durchführen.

Winkelarten

Video 6/6

1) Höhenwinkel: Winkel, der von der Horizontalen nach oben gemessen wird (es entsteht ein rechtwinkliges Dreieck!)	**2) Tiefenwinkel:** Winkel, der von der Parallelen zur Horizontalen nach unten gemessen wird (es entsteht ein rechtwinkliges Dreieck!)	**3) Sehwinkel**: Winkel, den zwei Sehstrahlen miteinander einschließen (kein rechtwinkliges Dreieck)
		

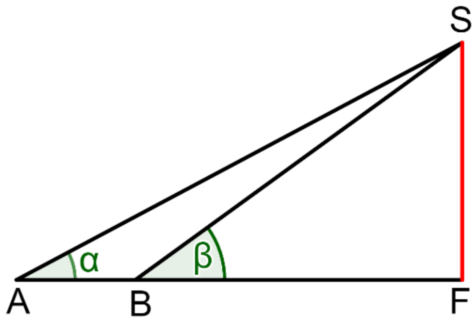
Tipps zum Lösen von Vermessungsaufgaben

- **Mache** eine **Skizze** mit allen gegebenen und gesuchten Größen (nicht zu klein!!)
- Beginne das rechtwinklige Dreieck aufzulösen, von dem du **zwei Bestimmungsstücke** kennst.
- Tiefenwinkel β zu einem Punkt = Höhenwinkel β von diesem Punkt hinunter (siehe **Tiefenwinkel**)

Bsp. 12) Ein Mann ist **1,85 Meter groß** und wirft einen **vier Meter langen Schatten**. Welches Maß hat der Höhenwinkel zur Sonne? (*Mache zuerst eine Skizze*)

Bsp. 13) Ein alter Turm steht in einer Ebene. Um seine Höhe zu bestimmen, steckt man in der Ebene eine horizontale Standlinie AB mit der **Länge von 40 Metern** ab, sodass A, B und der Fußpunkt des Turms F in einer Linie liegen. Von A aus misst man zur Turmspitze S den **Höhenwinkel** $\boldsymbol{\alpha = 28°}$, von B aus den **Höhenwinkel** $\boldsymbol{\beta = 46°}$.

Wie hoch ist der Turm, und wie weit ist sein Fußpunkt F von B entfernt?



Baumhaus * (A_116)

Eine Familie plant, ein Baumhaus aus Holz zu errichten. Der Baum dafür steht in einem horizontalen Teil des Gartens.

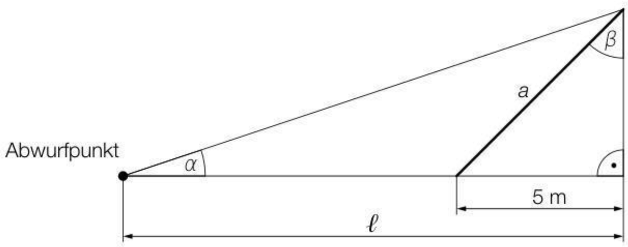
a) Eine 3,2 m lange Leiter wird angelehnt und reicht dann vom Boden genau bis zum Einstieg ins Baumhaus in einer Höhe von 2,8 m.

1) Berechnen Sie denjenigen Winkel, unter dem die Leiter gegenüber dem horizontalen Boden geneigt ist.

Baumstammwerfen * (A_324)

Baumstammwerfen ist ein traditioneller schottischer Wettkampf.

b) Ein Baumstamm mit der Länge *a* wurde vom Abwurfpunkt aus geworfen. In der nachstehenden Abbildung ist der nun auf dem Boden liegende Baumstamm in der Ansicht von oben dargestellt (Abmessungen in m).



1) Vervollständigen Sie mithilfe von *a* und ℓ die nachstehende Formel.

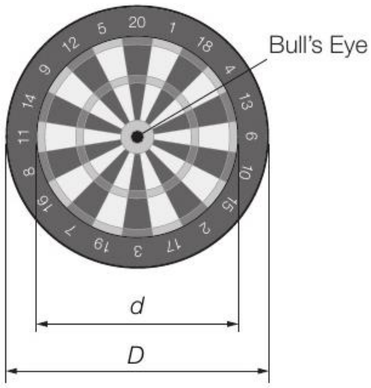
$$\alpha = \arctan\left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\right)$$

Es gilt: $\beta = 70°$

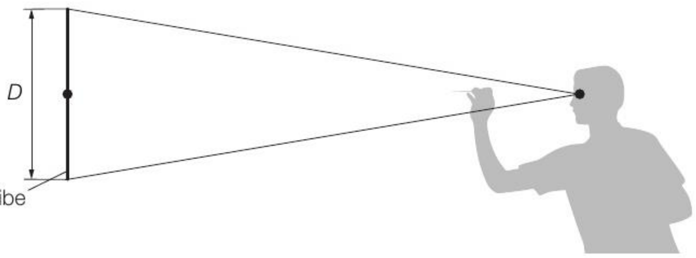
2) Berechnen Sie die Länge *a* des Baumstamms.

Darts * (A_302)

Darts ist ein Spiel, bei dem Pfeile auf eine kreisförmige Dartscheibe geworfen werden (siehe nebenstehende Abbildung).



b) Eine Dartscheibe mit dem Durchmesser D hängt senkrecht an einer Wand (siehe unten stehende nicht maßstabgetreue Abbildung in der Ansicht von der Seite).
Der Mittelpunkt der Dartscheibe und das Auge eines Spielers befinden sich in der gleichen Höhe über dem Boden.
L ist der Abstand des Auges vom Mittelpunkt der Dartscheibe. α ist der Sehwinkel, unter dem der Spieler die Dartscheibe sieht.

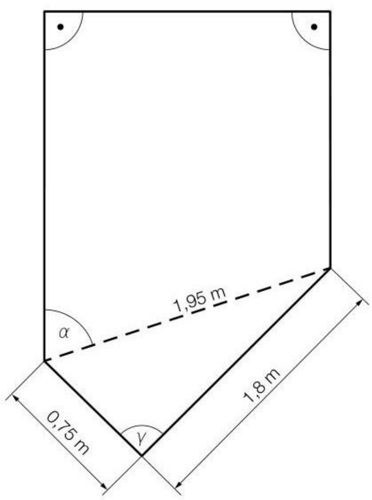


1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Größen L und α ein.
2) Stellen Sie mithilfe von D und L eine Formel zur Berechnung von α auf.

α = ____.

Gartensauna * (A_328)

a) In der nachstehenden Abbildung ist die Grundfläche einer Gartensauna in der Ansicht von oben modellhaft dargestellt.

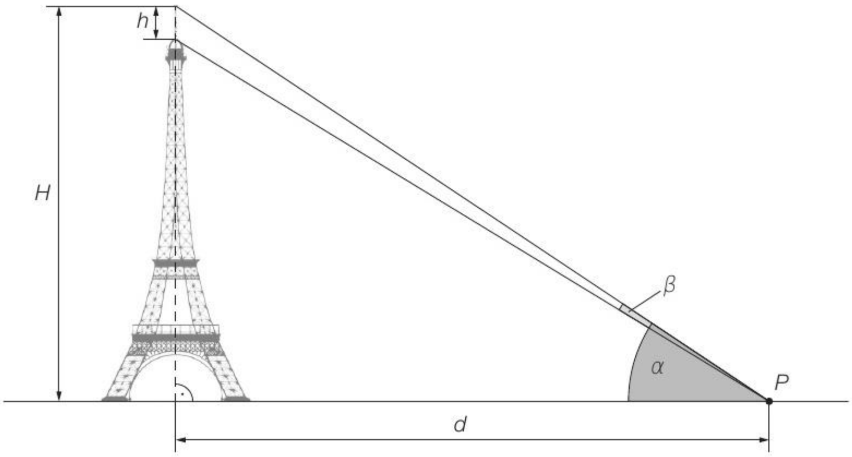


1) Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Winkel γ ein rechter Winkel ist.
2) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die Strecke a ein, deren Länge mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
$a = 1{,}95 \cdot \sin(\alpha)$

Eiffelturm * (A_287)

Der Eiffelturm ist ein Wahrzeichen der Stadt Paris.

c) Von Punkt P aus sieht man den höchsten Punkt des H Meter hohen Eiffelturms unter dem Höhenwinkel α und die h Meter hohe Spitze unter dem Sehwinkel β (siehe nachstehende Abbildung).



1) Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht. *[Lückentext]*

Die Höhe ______①______ ist durch den Ausdruck ______②______ gegeben.

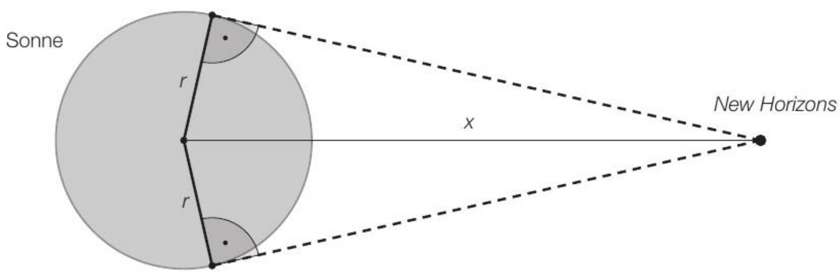
①	
H	☐
h	☐
$H - h$	☐

②	
$d \cdot \tan(\alpha + \beta)$	☐
$d \cdot \tan(\alpha - \beta)$	☐
$d \cdot \tan(\beta)$	☐

New Horizons * (A_294)

New Horizons ist eine Raumsonde, die im Jahr 2006 von der Erde aus in den Weltraum gestartet ist und immer noch unterwegs ist.

c) Die nachstehende (nicht maßstabgetreue) Skizze zeigt die Position von *New Horizons* relativ zur Sonne.



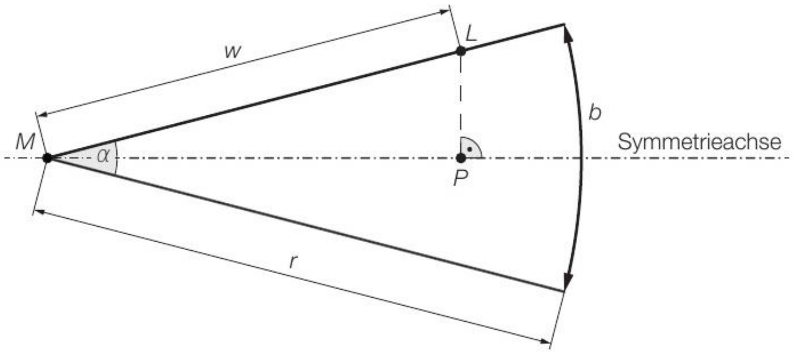
1) Zeichnen Sie in der obigen Skizze den Sehwinkel α ein, unter dem die Sonne von *New Horizons* aus gesehen wird.

2) Erstellen Sie aus r und x eine Formel zur Berechnung des Sehwinkels α.

α = ____________________________________

Speerwurf * (A_303)

a) Der Wurfbereich beim Speerwurf hat die Form eines Kreissektors (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung in der Ansicht von oben).



z ist die Differenz aus der tatsächlichen Wurfweite $w = \overline{ML}$ und der Streckenlänge $\overline{MP}$.

1) Stellen Sie unter Verwendung von w und α eine Formel zur Berechnung von z auf.

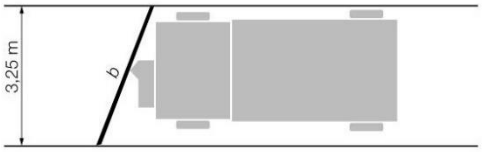
z = ____

Für die Bogenlänge b des Kreissektors und den Öffnungswinkel α des Kreissektors gilt:
$b = 48{,}08$ m
$\alpha = 29°$

2) Berechnen Sie den Radius r des Kreissektors.

Winterdienst * (A_315)

a) In der nachstehenden Abbildung ist ein Schneepflug mit einem Räumschild mit der Breite b auf einer 3,25 m breiten Straße in der Ansicht von oben modellhaft dargestellt.



Der Winkel α kann mit der nachstehenden Formel berechnet werden.
$\alpha = \arcsin\left(\frac{3{,}25}{b}\right)$

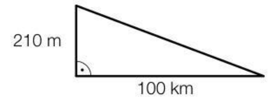
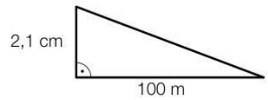
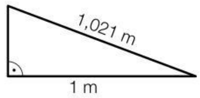
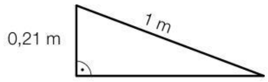
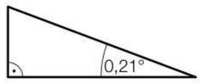
1) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α.

Trinkwasser * (A_311)

a) Ein Teil des Wiener Trinkwassers wird über die *II. Wiener Hochquellenleitung* aus dem Hochschwabgebiet nach Wien geleitet. Das Gefälle dieser Leitung beträgt durchschnittlich rund 2,1 ‰.

Eine der nachstehenden Abbildungen veranschaulicht ein Gefälle von 2,1 ‰.

1) Kreuzen Sie die zutreffende Abbildung an. *[1 aus 5]*

	☐
	☐
	☐
	☐
	☐

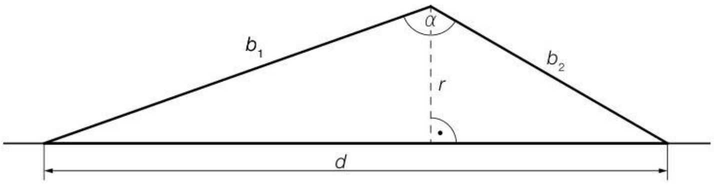
Durch die II. Wiener Hochquellenleitung fließen pro Tag durchschnittlich 210 000 m^3 Wasser.

2) Berechnen Sie, wie viele Kubikmeter Wasser durchschnittlich pro Sekunde durch die II. Wiener Hochquellenleitung fließen.

Piratenschiff * (B_572)

Piratenschiff ist ein Spiel im Turnunterricht.
Für dieses Spiel wird ein Parcours mit Turngeräten als Hindernissen aufgebaut, in dem Fangen gespielt wird.

b) Auf einer Reckstange, die in der Höhe r montiert ist, werden zwei Langbänke mit den Längen b_1 und b_2 eingehängt (siehe nachstehende modellhafte Skizze in der Ansicht von der Seite).



1) Vervollständigen Sie die nachstehende Formel zur Berechnung des Winkels α. Verwenden Sie dabei r, b_1 und b_2.

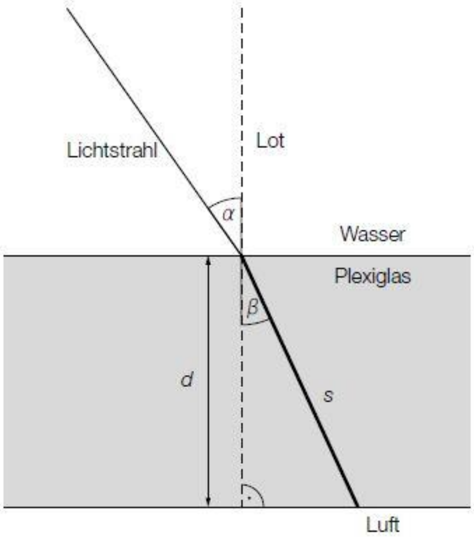
$$\alpha = \arccos\left(\boxed{}\right) + \arccos\left(\boxed{}\right)$$

Es gilt:
$b_1 = 4{,}5$ m, $b_2 = 3$ m und $\alpha = 131°$

2) Berechnen Sie die Länge d.

Tauchgang * (B_416)

a) Die nachstehende Grafik zeigt den Verlauf eines Lichtstrahls, der auf die Plexiglasscheibe einer Taucherbrille trifft. Das Lot ist hier eine Gerade, die normal auf die Plexiglasscheibe steht.



α ... Winkel zwischen Lichtstrahl und Lot im Wasser
β ... Winkel zwischen Lichtstrahl und Lot im Plexiglas

Der Zusammenhang zwischen α und β kann folgendermaßen ausgedrückt werden:

$\sin(\alpha)$ verhält sich zu $\sin(\beta)$ wie 1,49 zu 1,33.

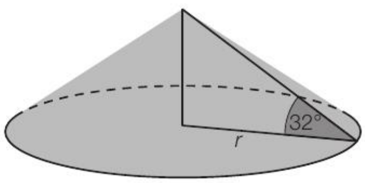
1) Berechnen Sie den Winkel β, wenn gilt: $\alpha = 35°$.
2) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Länge s, wenn die Dicke d und der Winkel β bekannt sind.

$s =$ ____

Tunnelvortrieb * (B_521)

Für eine Eisenbahnstrecke wird ein Tunnel gegraben.

b) Ein Teil des anfallenden Materials wird aufgeschüttet. Der dabei entstehende Schüttkegel hat einen Neigungswinkel von 32° (siehe nachstehende Abbildungen).

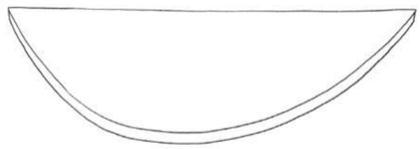


Bildquelle: Anton, CC BY-SA 3.0, https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Schuettwinkelrp.jpg [06.04.2021] (adaptiert).

1) Berechnen Sie den Radius r eines solchen Schüttkegels mit einem Volumen von 200 m^3.

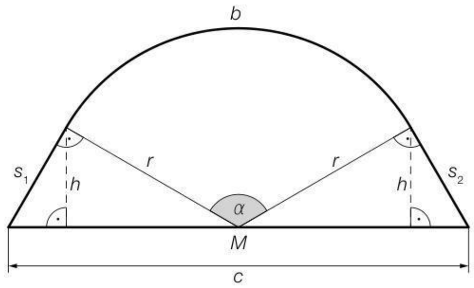
Tischplatte * (B_554)

Eine Tischlerei erhält die nachstehend abgebildete Skizze einer Tischplatte und erstellt dazu drei Entwürfe.



a) Der erste Entwurf für die Tischplatte ist in der unten stehenden Abbildung dargestellt.

Die Begrenzungslinie der Tischplatte setzt sich aus dem Kreisbogen b mit dem Mittelpunkt M und den Strecken s_1, s_2 und c zusammen.



1) Stellen Sie mithilfe von r und α eine Formel zur Berechnung von h auf.

$h =$ ____

2) Markieren Sie in der obigen Abbildung eine Strecke x, deren Länge mit der nachstehenden Formel berechnet werden kann.

$x = \frac{c}{2} - \sqrt{r^2 - h^2}$