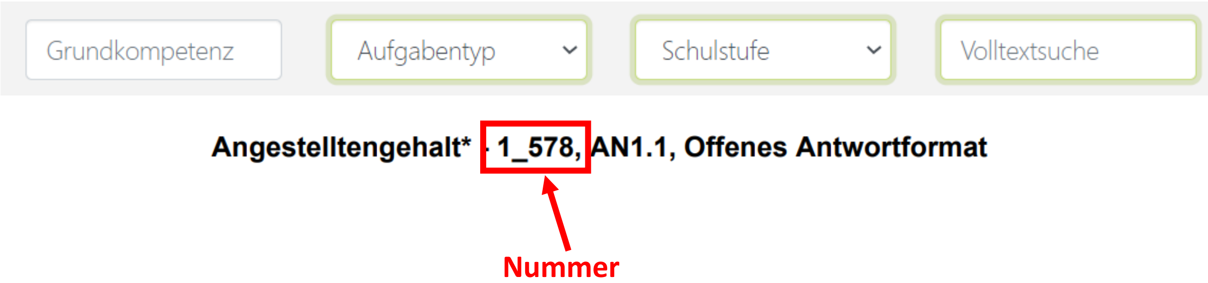
FA5 – Exponentialfunktion (Lösungen)

Lösungen Maturaaufgaben:

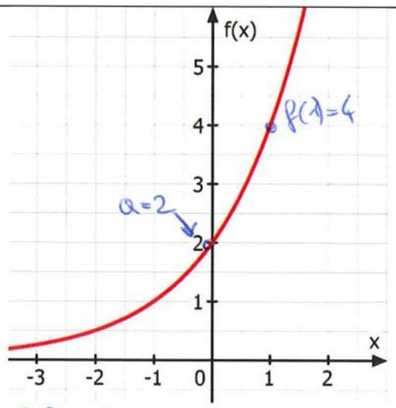
1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=M
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**“ die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.



Bsp. 1)

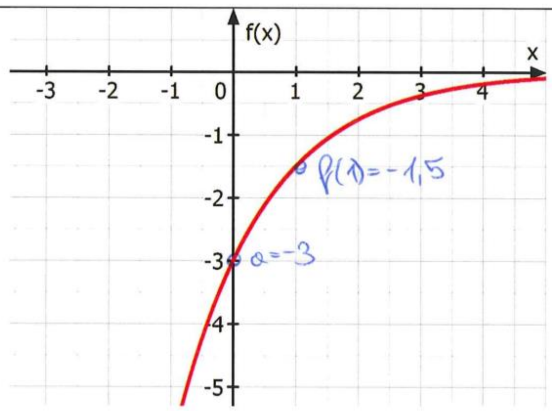
a. G wird um 20% vermehrt und anschließend um 17% vermindert. $G \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}83 = G \cdot 0{,}996$ $\Rightarrow 1 - 0{,}996 = 0{,}004$ $\Rightarrow$ um 0,4% vermindert!	**b.** G wird zuerst zweimal um 0,9 % vermehrt, und anschließend dreimal um 1,2% vermindert. $G \cdot 1{,}009^2 \cdot 0{,}988^3 = G \cdot 0{,}982$ $1 - 0{,}982 = 0{,}018$ $\Rightarrow$ um 1,8% vermindert!
c. G wird zehn Mal um 2,4% vermehrt. $G \cdot 1{,}024^{10} = G \cdot 1{,}268$ $\Rightarrow$ um 26,8% vermehrt.	**d.** G wird fünf Mal um 3% vermindert & anschließend fünf Mal um 3% vermehrt. $G \cdot 0{,}97^5 \cdot 1{,}03^5 = 0{,}9955 \cdot G$ $1 - 0{,}9955 = 0{,}0045$ $\Rightarrow$ um 0,45% vermindert!

Bsp. 2)



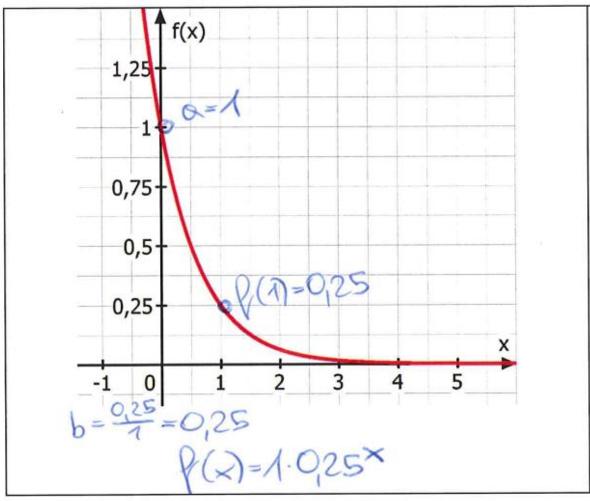
$b = \frac{f(1)}{a} = \frac{4}{2} = 2$

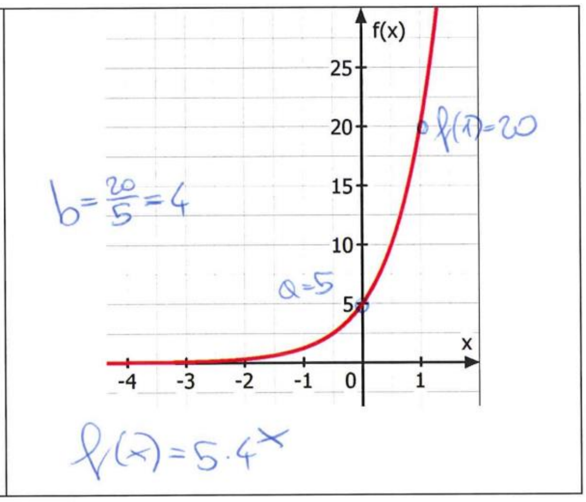
$f(x) = 2 \cdot 2^x$



$b = \frac{-1{,}5}{-3} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$f(x) = -3 \cdot 0{,}5^x$





Bsp. 3)

$f(x) = 1{,}2^x$	$f(x) = 0{,}45^x$
(i) $1{,}2-1=0{,}2 \Rightarrow +20\%$ (ii) $1{,}2^3=1{,}728 \Rightarrow +72{,}\%$ (iii) $1{,}2^{10}=6{,}19 \Rightarrow 6{,}19-1=5{,}19$ $\rightarrow +519\%$	(i) $1-0{,}45=0{,}55 \rightarrow -55\%$ (ii) $0{,}45^3=0{,}09 \rightarrow 1-0{,}09=0{,}91$ -91% (iii) $0{,}45^{10}=0{,}00034$ $1-0{,}00034=0{,}99966$ $-99{,}966\%$
$f(x) = 1{,}06^x$	$f(x) = 0{,}95^x$
(i) $+6\%$ (ii) $1{,}06^3=1{,}19$ $+19\%$ (iii) $1{,}06^{10}=1{,}79$ $+79\%$	(i) -5% (ii) $0{,}95^3=0{,}857$ $-14{,}3\%$ $1-0{,}857=0{,}143$ (iii) $0{,}95^{10}=0{,}599$ $-40{,}1\%$ $1-0{,}599=0{,}401$

Bsp. 4)

$A=(-3\vert 0{,}5), B=(4\vert 64)$	$C=(-2\vert 50), D=(2\vert 0{,}005)$	$E=(2\vert 300), F=(6\vert 3\,000\,000)$
① $f(4)=f(-3)\cdot b^7$ $\Rightarrow b=\sqrt[7]{\frac{f(4)}{f(-3)}}=\sqrt[7]{\frac{64}{0{,}5}}=\sqrt[7]{128}$ $\Rightarrow b=2$ $f(x)=a\cdot 2^x$ B: $64=a\cdot 2^4 \Leftrightarrow 64=a\cdot 16 \mid :16$ $a=4$ $\Rightarrow f(x)=4\cdot 2^x$ ② $f(7)=4\cdot 2^7=\underline{512}$ ③ $100=4\cdot 2^x \mid :4$ $25=2^x \mid \ln$ $\ln 25=\ln(2^x)$ $\ln 25=x\cdot \ln(2)$ $x=\frac{\ln(25)}{\ln(2)}$ $\underline{x\approx 4{,}64}$	① $f(2)=f(-2)\cdot b^4$ $\Rightarrow b=\sqrt[4]{\frac{0{,}005}{50}}=0{,}1$ $f(x)=a\cdot 0{,}1^x$ D: $0{,}005=a\cdot 0{,}1^2 \mid :0{,}1^2$ $a=0{,}5$ $f(x)=0{,}5\cdot 0{,}1^x$ ② $f(7)=0{,}5\cdot 0{,}1^7=$ $\underline{0{,}000\,000\,05}$ ③ $100=0{,}5\cdot 0{,}1^x \mid :0{,}5$ $200=0{,}1^x \mid \ln$ $\Rightarrow x=\frac{\ln 200}{\ln 0{,}1}\approx \underline{-2{,}3}$	① $f(6)=f(2)\cdot b^4$ $\Rightarrow b=\sqrt[4]{\frac{3\,000\,000}{300}}=10$ $f(x)=a\cdot 10^x$ E: $300=a\cdot 10^2 \mid :100$ $3=a$ $f(x)=3\cdot 10^x$ ② $f(7)=3\cdot 10^7=\underline{30\,000\,000}$ ③ $100=3\cdot 10^x \mid :3$ $\frac{100}{3}=10^x \mid \ln$ $\ln\left(\frac{100}{3}\right)=x\cdot \ln(10)$ $x=\frac{\ln\left(\frac{100}{3}\right)}{\ln(10)}\approx \underline{1{,}52}$

Bsp. 5)

$A=(1\vert 6), B=(6\vert 192), C=(9\vert 1536)$	$A=(-1\vert 8), B=(3\vert 0{,}5), C=(5\vert 0{,}25)$
A&B: $f(6)=f(1)\cdot b^5 \Rightarrow b=\sqrt[5]{\frac{192}{6}}=\underline{2}$ $f(x)=a\cdot 2^x$ A: $6=a\cdot 2^1 \mid :2$ $3=a$ $\quad f(x)=3\cdot 2^x$ $C\in f$? $f(9)=3\cdot 2^9=1536$ $1536=1536$ ✓ JA!	A&B: $f(3)=f(-1)\cdot b^4 \Rightarrow b=\sqrt[4]{\frac{0{,}5}{8}}=0{,}5$ $f(x)=a\cdot 0{,}5^x$ B: $0{,}5=a\cdot 0{,}5^3 \mid :0{,}5^3$ $4=a$ $f(x)=4\cdot 0{,}5^x$ $C\in f$? $f(5)=4\cdot 0{,}5^5=0{,}125$ $0{,}125\neq 0{,}25$ NEIN!

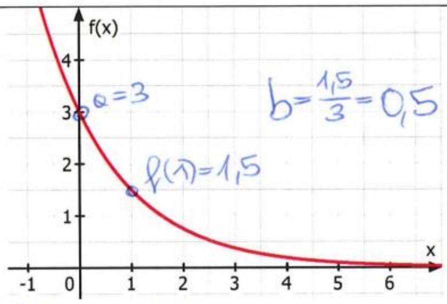
Bsp. 6)

$f(x)=a\cdot e^{-1{,}2x}$	$f(x)=a\cdot e^{0{,}8x}$	$f(x)=a\cdot e^{3x}$
$e^{-1{,}2}\approx 0{,}3$ $f(x)=a\cdot 0{,}3^x$	$e^{0{,}8}\approx 2{,}23$ $f(x)=a\cdot 2{,}23^x$	$e^{3}\approx 20{,}09$ $f(x)=a\cdot 20{,}09^x$

Bsp. 7)

$f(x) = a \cdot 0{,}6^x$	$f(x) = a \cdot 3^x$	$f(x) = a \cdot 2{,}2^x$
$\lambda = \ln b$ $\lambda = \ln 0{,}6 = -0{,}51$ $f(x) = a \cdot e^{-0{,}51 \cdot x}$	$\lambda = \ln 3 \approx 1{,}099$ $f(x) = a \cdot e^{1{,}099 \cdot x}$	$\lambda = \ln(2{,}2) \approx 0{,}79$ $f(x) = a \cdot e^{0{,}79 \cdot x}$

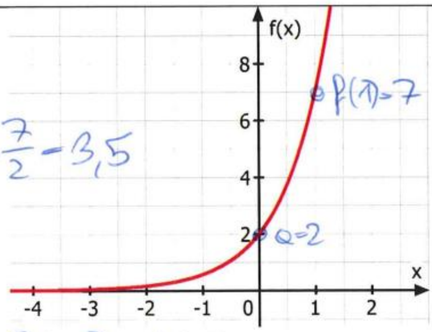
Bsp. 8)



$b = \frac{1{,}5}{3} = 0{,}5$

$\lambda = \ln b = -0{,}69$

$f(x) = 3 \cdot e^{-0{,}69 \cdot x}$



$b = \frac{7}{2} = 3{,}5$

$\lambda = \ln(3{,}5) \approx 1{,}25$

$f(x) = 2 \cdot e^{1{,}25 \cdot x}$

Bsp. 9)

a) $f(2) = f(0) \cdot b^2$

$\Rightarrow b = \sqrt{\frac{f(2)}{f(0)}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = \underline{\underline{3}}$

$\lambda = \ln b \approx \underline{1{,}099}$

$a = f(0) = \underline{3}$

$f(x) = 3 \cdot e^{1{,}099 \cdot x}$

b) $100 = 3 \cdot e^{1{,}099 \cdot x} \quad | :3$

$\frac{100}{3} = e^{1{,}099 \cdot x} \quad | \ln$

$\ln\left(\frac{100}{3}\right) = \ln\left(e^{1{,}099 \cdot x}\right)$

$\ln\left(\frac{100}{3}\right) = 1{,}099 \cdot x \cdot \underbrace{\ln(e)}_{1} \quad | :1{,}099$

$x = \frac{\ln\left(\frac{100}{3}\right)}{1{,}099} \approx \underline{\underline{3{,}19}}$

c) $f(7) = 3 \cdot e^{1{,}099 \cdot 7} \approx \underline{\underline{6561}}$

d) $f(x) = 3 \cdot 3^x$

e) $b = 3 \Rightarrow +200\%$

f) $3^3 = 27 \Rightarrow +2600\%$

Es folgen

Beispiele zu Linearen und Exponentiellen Wachstumsmodellen

TH23

1

1a) $t=0: 3000g \Leftarrow N_0 = 3000$

$t=3: 3900g$

$N(3) = N(0) + 3k$

$3900 = 3000 + 3k \quad | -3000$

$900 = 3k \quad | :3$

$300 = k$

$N(t) = 300 \cdot t + 3000$

b) N_0 ... Geburtsgewicht

k ... Erhöhung des Gewichts pro Woche in Gramm

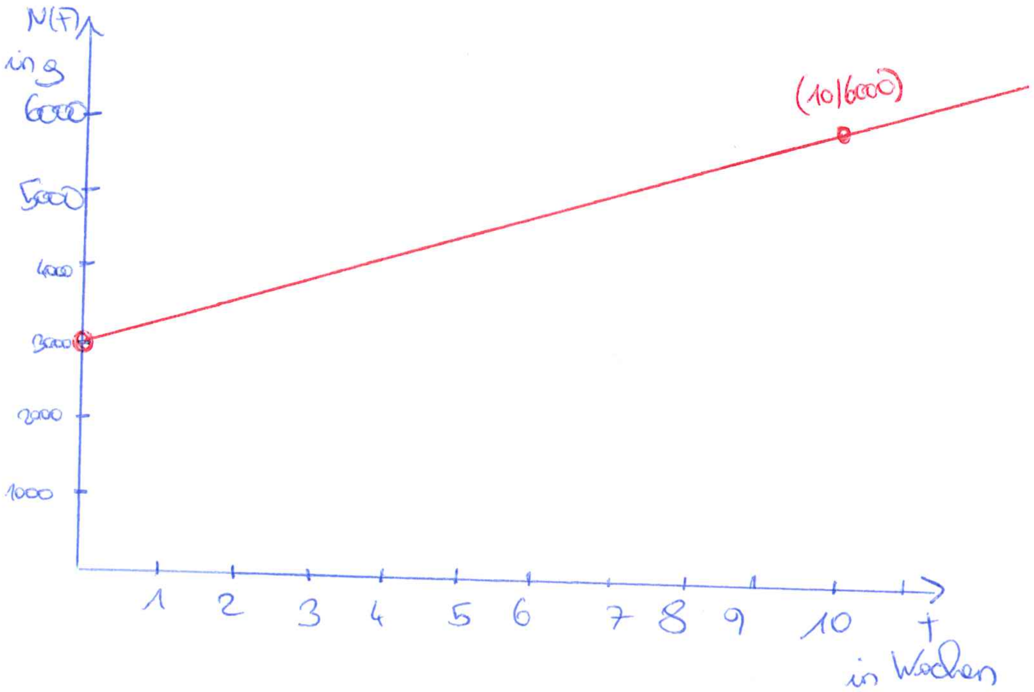
c) $N(9) = 300 \cdot 9 + 3000 = \underline{\underline{5700g}}$

d) $6200 = 300 \cdot t + 3000 \quad | -3000$

$3200 = 300 \cdot t \quad | :300$

$10,\dot{6} = t$

$\Rightarrow$ nach ~10,7 Wochen.



②

2a) $N_0 = 0$

$k = 20\,l$

$N(t) = 20 \cdot t$

b) $N(30) = 20 \cdot 30 = 600\,l$

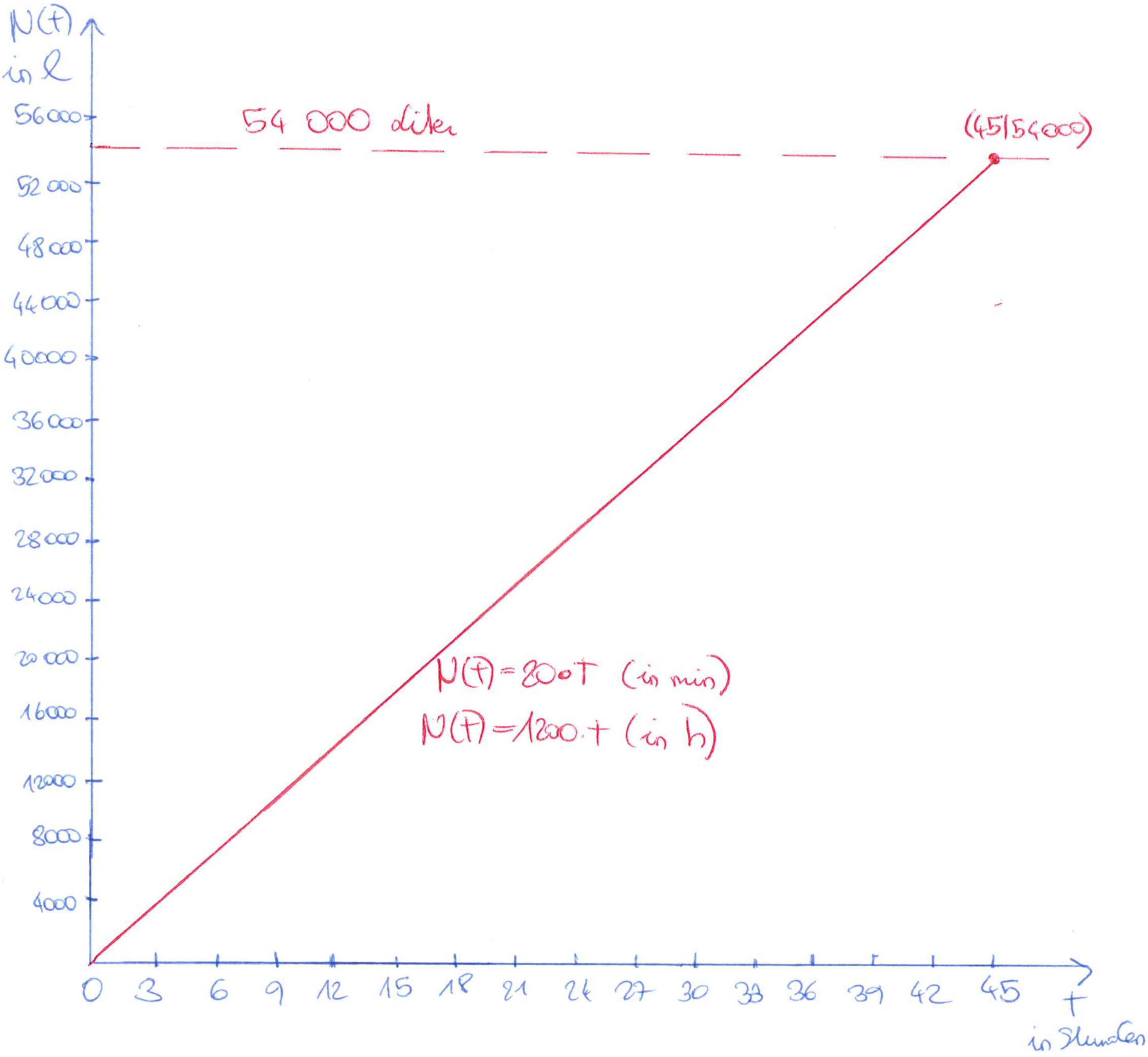
c) 60% von 54000 $0{,}6 \cdot 54000 = 32\,400\,l$

$\rightsquigarrow 32\,400 = 20 \cdot t \quad |:20$

$\underline{\underline{t = 1620\,\text{min} = 27\,h}}$

d) $54000 = 20 \cdot t \quad |:200$

$\underline{\underline{t = 2700\,\text{min} = 45\,h}}$

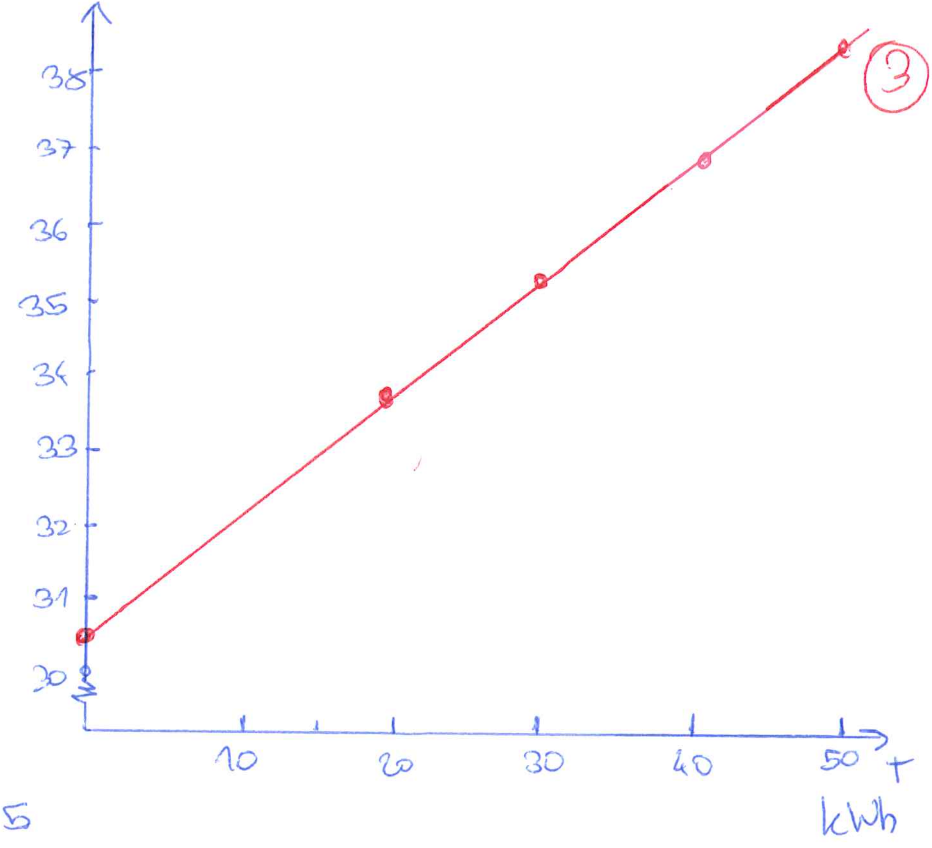


3) $N_0 = 30{,}50$€ (b+c)

$k = 0{,}1594$€

a) $N(t) = 0{,}1594 \cdot t + 30{,}50$

t	$N(t)$
20	33,69€
30	35,28€
40	36,88€
50	38,47€



$N(t) = 50$?

d) $50 = 0{,}1594 \cdot t + 30{,}5 \quad | -30{,}5$

$19{,}5 = 0{,}1594 \cdot t \quad | : 0{,}1594$

$\underline{t \approx 1223{,}3 \text{ kWh}}$

4) a) $N(t) = -50t + 100\,000$

b) $k = -50 \Rightarrow$ ABNAHME

c) $0{,}15 \cdot 100\,000 = 15\,000\ \ell$

$\Rightarrow 15\,000 = -50t + 100\,000 \quad | -100\,000$

$-85\,000 = -50t \quad | : (-50)$

$\underline{t = 1700 \text{ min} \approx 28{,}3 \text{ h}}$

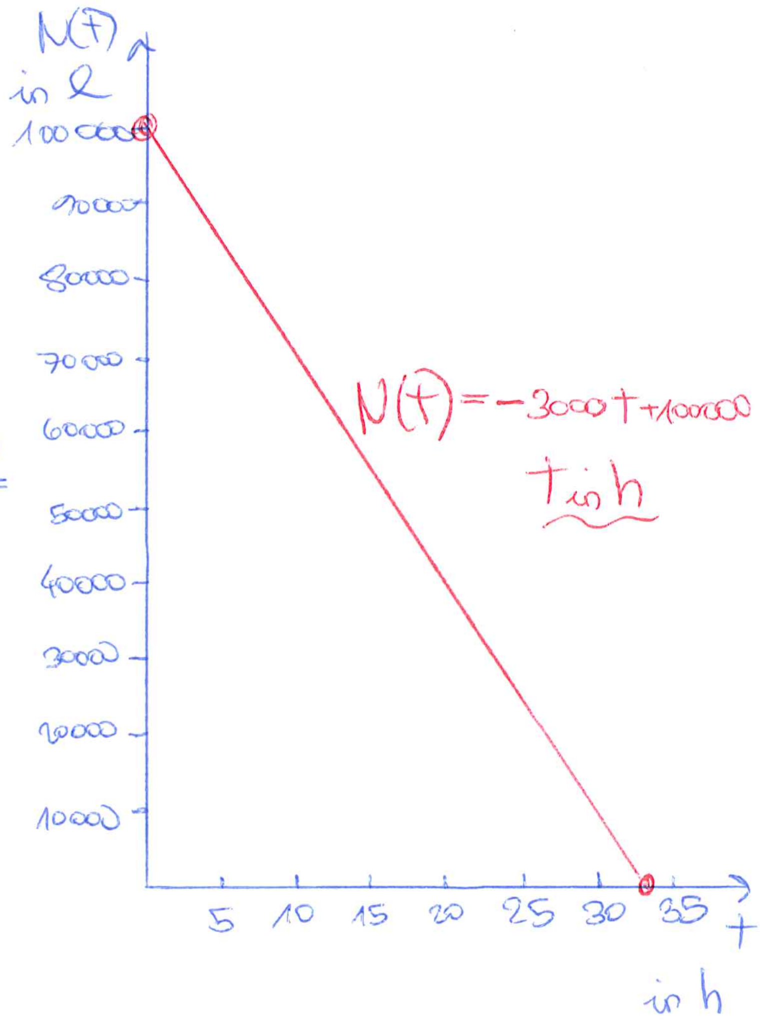
d) $N(120) = -50 \cdot 120 + 100\,000$

$\underline{N(120) = 94\,000\ \ell \text{ nach } 2\text{h} = 120 \text{ min}}$

e) $0 = -50t + 100\,000 \quad | -100\,000$

$-100\,000 = -50t \quad | : (-50)$

$\underline{t = 2000 \text{ min} \approx 33{,}3 \text{ h}}$



4

5 a) $N(t) = 100 \cdot 1{,}065^t$

b) $2 \cdot \cancel{100} = \cancel{100} \cdot 1{,}065^t \quad | \ln$

$\ln(2) = \ln(1{,}065^t)$

$\ln(2) = t \cdot \ln(1{,}065) \quad | : \ln(1{,}065)$

$t = \frac{\ln(2)}{\ln(1{,}065)} \approx \underline{\underline{11 \text{ Jahre}}}$

c) $10\cancel{00} = 1\cancel{00} \cdot 1{,}065^t \quad | \ln$

$\ln 10 = \ln(1{,}065^t)$

$\ln 10 = t \cdot \ln(1{,}065) \quad | : \ln(1{,}065)$

$t = \frac{\ln 10}{\ln 1{,}065} \approx \underline{\underline{36{,}6 \text{ Jahre}}}$

6) $N(t) = N_0 \cdot 1{,}14^t$

a) $+14\%$ pro h

b) $2 \cdot \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot 1{,}14^t \quad | \ln$

$\ln(2) = t \cdot \ln(1{,}14) \quad | : \ln(1{,}14)$

$t = \frac{\ln(2)}{\ln(1{,}14)} \approx \underline{\underline{5{,}29 \text{ h}}}$

c) $N(t) = N_0 \cdot 1{,}14^5 = N_0 \cdot 1{,}925$ $\quad \underline{+92{,}5\%}$

d) $N(t) = 1000 \cdot 1{,}14^t$

$1\,000\,\cancel{000} = 1\cancel{000} \cdot 1{,}14^t \quad | \ln$

$\ln(1000) = \ln(1{,}14^t)$

$\ln(1000) = t \cdot \ln(1{,}14) \quad | : \ln(1{,}14)$

$t = \frac{\ln(1000)}{\ln(1{,}14)} \approx \underline{\underline{52{,}7 \text{ h}}}$

7a) $2 \cdot \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot b^{17} \quad | \sqrt[17]{}$

$$b = \sqrt[17]{2} \approx \underline{\underline{1{,}0416}}$$

b)
$$N_0 \xrightarrow{17T} 2 \cdot N_0 \xrightarrow{17T} 4 \cdot N_0 \xrightarrow{17T} 8 \cdot N_0$$

$$N_0 \xrightarrow{\text{51 Tage}} 8 \cdot N_0$$

8a) $N(t) = N_0 \cdot 0{,}96^t$

b) $0{,}5 \cdot \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot 0{,}96^t \quad | \ln$

$\ln(0{,}5) = \ln(0{,}96^t)$

$\ln(0{,}5) = t \cdot \ln(0{,}96) \quad | : \ln(0{,}96)$

$t = \dfrac{\ln(0{,}5)}{\ln(0{,}96)} \approx \underline{\underline{16{,}98\,h}}$

c) $b = e^{\lambda} \Rightarrow \lambda = \ln b = \ln 0{,}96 \approx \underline{-0{,}04}$

$\underline{\underline{N(t) = N_0 \cdot e^{-0{,}04 \cdot t}}}$

d) $0{,}01 \cdot \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot 0{,}96^t \quad | \ln$

$\ln 0{,}01 = \ln(0{,}96^t)$

$\ln 0{,}01 = t \cdot \ln(0{,}96) \quad | : \ln(0{,}96)$

$t = \dfrac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}96} \approx \underline{\underline{112{,}8\,h}}$

e) $N(6) = N_0 \cdot 0{,}96^6 = N_0 \cdot \underline{0{,}78}$

$1 - 0{,}78 = 0{,}22 \Rightarrow \underline{\underline{-22\%}}$

9a) $N(4) = N(0) \cdot b^4$

$42{,}5 = 100 \cdot b^4 \quad | : 100$

$\dfrac{42{,}5}{100} = b^4 \quad | \sqrt[4]{}$

$b = \sqrt[4]{\dfrac{42{,}5}{100}} \approx 0{,}807$

$\underline{N(t) = 100 \cdot 0{,}807^t}$

b) $N(13) = 100 \cdot 0{,}807^{13}$

$\approx \underline{\underline{6{,}2\,mg}}$

c) 2,5% von 100 mg = 2,5 mg

$\Rightarrow 2{,}5 = 100 \cdot 0{,}807^t \quad | : 100$

$\dfrac{2{,}5}{100} = 0{,}807^t \quad | \ln$

$\ln(0{,}025) = t \cdot \ln(0{,}807) \quad | : \ln(0{,}807)$

$\Leftrightarrow t = \dfrac{\ln(0{,}025)}{\ln(0{,}807)} \approx \underline{\underline{17{,}2\,h}}$

d) $0{,}5 \cdot \cancel{100} = \cancel{100} \cdot 0{,}807^t \quad | \ln$

$\ln 0{,}5 = \ln(0{,}807^t)$

$\ln 0{,}5 = t \cdot \ln(0{,}807) \quad | : \ln(0{,}807)$

$t = \dfrac{\ln(0{,}5)}{\ln(0{,}807)} \approx \underline{\underline{3{,}23\,h}}$

10) a) $N(4) = N(0) \cdot b^4$

$310 = 190 \cdot b^4 \quad | :190$

$\frac{310}{190} = b^4 \quad | \sqrt[4]{\ }$

$b = \sqrt[4]{\frac{310}{190}} \approx 1{,}13$

$\underline{\underline{N(t) = 190 \cdot 1{,}13^t}}$

b) um 13%

c) $2 \cdot \cancel{190} = \cancel{190} \cdot 1{,}13^t \quad | \ln$

$\ln(2) = \ln(1{,}13^t)$

$\ln(2) = t \cdot \ln(1{,}13) \quad | :\ln(1{,}13)$

$t = \frac{\ln(2)}{\ln(1{,}13)} \approx \underline{\underline{5{,}66 \text{ Jahre}}}$

d) $8 \cdot \cancel{190} = \cancel{190} \cdot 1{,}13^t \quad | \ln$

$\Leftrightarrow \quad t = \frac{\ln(8)}{\ln(1{,}13)} \approx \underline{\underline{17 \text{ Jahre}}}$

e) $710 = 190 \cdot 1{,}13^t \quad | :190$

$\frac{710}{190} = 1{,}13^t \quad | \ln$

$\ln\left(\frac{710}{190}\right) = \ln(1{,}13^t)$

$\ln\left(\frac{710}{190}\right) = t \cdot \ln(1{,}13) \quad | :\ln(1{,}13)$

$t = \frac{\ln\left(\frac{710}{190}\right)}{\ln(1{,}13)} \approx \underline{\underline{10{,}8 \text{ Jahre}}}$

11) $\frac{1}{8} \cdot \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot a^{12}$

$\frac{1}{8} = a^{12} \quad | \sqrt[12]{\ }$

$a = \sqrt[12]{\frac{1}{8}} \approx 0{,}841$

$\Rightarrow \quad N(t) = N_0 \cdot 0{,}841^t$

$0{,}5 \cdot \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot 0{,}841^t \quad | \ln$

$\ln 0{,}5 = t \cdot \ln(0{,}841) \quad | :\ln(0{,}841)$

$t = \frac{\ln 0{,}5}{\ln 0{,}841} \approx \underline{\underline{4 \text{ Jahre}}}$

12) HWZ = 1250 Jahre

$0{,}5 \cdot \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot a^{1250} \quad | \sqrt[1250]{\ }$

$\sqrt[1250]{0{,}5} = 0{,}9994456$

$\rightarrow \quad 0{,}75 \cdot \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot 0{,}9994456^t \quad | \ln$

$\Leftrightarrow \quad t = \frac{\ln 0{,}75}{\ln 0{,}9994456} \approx \underline{\underline{518{,}8 \text{ Jahre}}}$

13) 2010: 120 000

a) 2021: 85 000 $\Rightarrow b = \sqrt[11]{\frac{85000}{120000}} \approx 0{,}969$

$h(t) = 120000 \cdot 0{,}969^t$

$\lambda = \ln b \approx -0{,}031$

$h(t) = 120000 \cdot e^{-0{,}031 \cdot t}$

b) $1 - 0{,}969 = 0{,}031 \Rightarrow \underline{\underline{-3{,}1\% \text{ pro Jahr}}}$

c) $0{,}5 \cdot \cancel{120000} = \cancel{120000} \cdot 0{,}969^t \quad | \ln$

$\Leftrightarrow \quad t = \frac{\ln 0{,}5}{\ln 0{,}969} \approx 22{,}11 \quad \Rightarrow$ ab 2033 (bzw. Anfang 2032)

d) $h(2) = 120000 \cdot 0{,}969^2 \approx 112\,707 \text{ m}^3$

$h(12) = 82377 \text{ m}^3$

$\ominus$

$h(2) - h(12) = \underline{\underline{30\,330 \text{ m}^3}}$

14a) 1 Stunde b) 0,3 Stunden

15a) Ansatz: $\frac{1}{2} \cdot \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot b^8$

$\frac{1}{2} = b^8 \quad | \sqrt[8]{\ }$

$b = \sqrt[8]{\frac{1}{2}} \approx 0{,}917$

$\underline{N(t) = N_0 \cdot 0{,}917^t}$

$\lambda = \ln b = \ln(0{,}917) \approx -0{,}087$

$\underline{N(t) = N_0 \cdot e^{-0{,}087 \cdot t}}$

b) $\frac{1}{2} \cdot \cancel{N_0} = \cancel{N_0} \cdot b^{432}$

$\frac{1}{2} = b^{432} \quad | \sqrt[432]{\ }$

$b = \sqrt[432]{\frac{1}{2}} \approx 0{,}9984$

$\underline{N(t) = N_0 \cdot 0{,}9984^t}$

$\lambda = \ln b \approx -0{,}0016$

$\underline{N(t) = N_0 \cdot e^{-0{,}0016 \cdot t}}$

16) a) $\left.\begin{array}{l} B(0) = 1000 \\ B(3) = 3375 \end{array}\right\} \Leftrightarrow$ $B(3) = B(0) \cdot b^3$, $b = \sqrt[3]{\frac{B(3)}{B(0)}} = \sqrt[3]{\frac{3375}{1000}} = \underline{1{,}5}$

$\underline{B(t) = 1000 \cdot 1{,}5^t}$

b) $B(10) = 1000 \cdot 1{,}5^{10} \approx \underline{\underline{57665 \text{ Bakterien}}}$

c) $1000\,\cancel{000} = \cancel{1000} \cdot 1{,}5^t \quad | \ln$

$\ln(1000) = \ln(1{,}5^t)$

$\ln(1000) = t \cdot \ln(1{,}5) \quad | : \ln(1{,}5)$

$\Rightarrow t = \frac{\ln(1000)}{\ln(1{,}5)} \approx \underline{\underline{17{,}04 \text{ Minuten}}}$

17a) Exp. W. $\Rightarrow b = 1{,}07$ b) Lin. W. $\Rightarrow k = 1{,}05$ cm c) Exp. W. $\Rightarrow b = 1{,}02$

d) Lin. W. $\Rightarrow k = 2$ cm e) Exp. W. $\Rightarrow b = 1{,}03$ f) Exp. W. $\Rightarrow b = 0{,}77$

18a) $T = 0 \ldots 1990$

$t = 19 \ldots 2009$

$N(2009) = N(1990) + 19 \cdot k$

$4\,359\,944 = 2\,991\,284 + 19 \cdot k \quad | -2\,991\,284$

$1\,368\,660 = 19k \quad | :19$

$\Rightarrow k \approx 72\,035$

$N(t) = 72035 \cdot T + 2\,991\,284$

$\underline{N(\underset{\uparrow\,2022}{32}) = 5\,296\,404}$ Fahrräder

b) $N(2009) = N(1990) \cdot b^{19}$

$4\,359\,944 = 2\,991\,284 \cdot b^{19} \quad | : 2\,991\,284$

$1{,}45755 = b^{19} \quad | \sqrt[19]{\ }$

$\Rightarrow b \approx 1{,}02$

$N(t) = 2\,991\,284 \cdot 1{,}02^t$

$\underline{N(32) \approx 5\,642\,007 \text{ Räder}}$

19) Exponentielles Modell: Absolute Änderungen steigen exponentiell an! (8)

Sehr gute Annäherung!

[2012; 2014]: $b_1 = \sqrt{\frac{173\,000}{120\,000}} \approx 1{,}20$

[2014; 2016]: $b_2 = \sqrt{\frac{248\,500}{173\,000}} \approx 1{,}199$

[2016; 2018]: $b_3 = \sqrt{\frac{358\,000}{248\,500}} \approx 1{,}20$

[2018; 2020]: $b_4 = \sqrt{\frac{516\,000}{358\,000}} \approx 1{,}20$

$\Rightarrow b = \sqrt[8]{\frac{N(2020)}{N(2012)}} = \sqrt[8]{\frac{516\,000}{120\,000}} \approx 1{,}2$

$N(t) = 120\,000 \cdot 1{,}2^t$

Bem.: Ein lineares Modell ist nicht möglich, da die absoluten Änderungen stark variieren!

20) Lineares Modell: Absolutes Änderungen sind immer gleich!!

2012 → 2014: + 210 000
2014 → 2016: + 210 000
2016 → 2018: + 210 000
2018 → 2020: + 210 000

$\Rightarrow k = \frac{N(8) - N(0)}{8-0} = \frac{1\,840\,000 - 1\,000\,000}{8} = 105\,000$

$\Rightarrow N(t) = 105\,000 \cdot t + 1\,000\,000$

21) Lineares Modell — 2009 ... t=0 — Exponentielles Modell

$k = \frac{N(4) - N(0)}{4-0} = \frac{30\,495 - 2340}{4} = 7038{,}75$

$b = \sqrt[4]{\frac{N(4)}{N(0)}} = \sqrt[4]{\frac{30495}{2340}} \approx 1{,}899\ldots$

$N(t) = 7038{,}75 \cdot t + 2340$

$N(t) = 2340 \cdot 1{,}89999^t$

2015: $N(6) = 44\,572{,}5$

2015: $N(6) \approx 110\,787$

2020: $N(11) = 79\,766{,}25$

2020: $N(11) \approx 2\,725\,844$

VIEL BESSERE NÄHERUNG!

22)

Lineares Modell

$N(0) = 79$

$N(16) = 91$

$N(16) = N(0) + 16 \cdot k$

$91 = 79 + 16k \quad | -79$

$12 = 16k \quad | :16$

$0{,}75 = k$

$\Rightarrow \underline{N(t) = 0{,}75 \cdot t + 79}$

2006: $N(16) = 91$ Mio
2011: $N(21) = 94{,}75$ Mio
2016: $N(26) = 98{,}5$ Mio
2021: $N(31) = 102{,}25$ Mio
2026: $N(36) = 106$ Mio
2031: $N(41) = 109{,}75$ Mio
2036: $N(46) = 113{,}5$ Mio
2040: $N(50) = 116{,}5$ Mio

Exponentielles Modell

(9)

$N(16) = N(0) \cdot b^{16}$

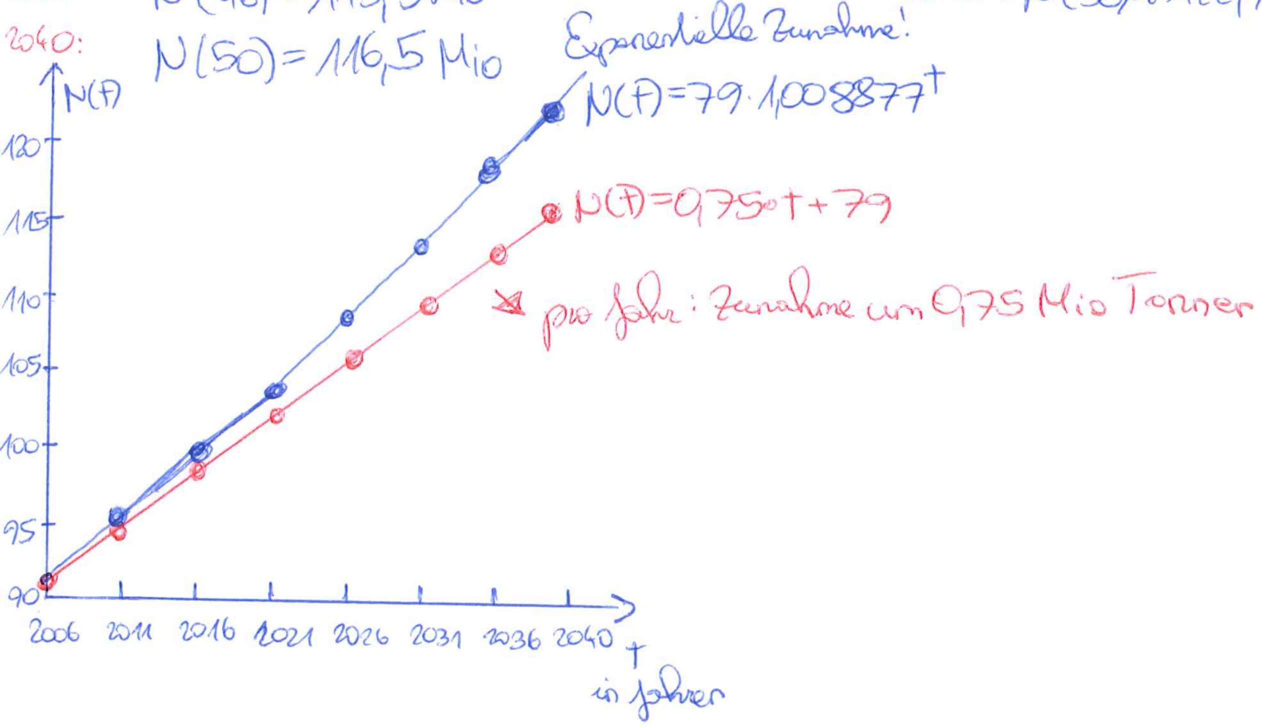
$91 = 79 \cdot b^{16} \quad | :79$

$\frac{91}{79} = b^{16} \quad | \sqrt[16]{}$

$b = \sqrt[16]{\frac{91}{79}} \approx 1{,}008877$

$\underline{N(t) = 79 \cdot 1{,}008877^t}$

2006: $N(16) = 91$ Mio
2011: $N(21) \approx 95{,}1$ Mio
2016: $N(26) \approx 99{,}4$ Mio
2021: $N(31) \approx 103{,}9$ Mio
2026: $N(36) \approx 108{,}6$ Mio
2031: $N(41) \approx 113{,}5$ Mio
2036: $N(46) \approx 118{,}6$ Mio
2040: $N(50) \approx 122{,}9$ Mio



23) $N(0)=50$

$VDZ = 10_{min}$

$2\cdot\cancel{50} = \cancel{50}\cdot b^{10}$

$2 = b^{10} \quad | \sqrt[10]{\ }$

$b = \sqrt[10]{2} \approx 1{,}0718$

$N_1(t) = 50\cdot 1{,}0718^t$

$10\,000\,000 = 50\cdot 1{,}0718^t \quad |:50$

$200\,000 = 1{,}0718^t \quad | \ln$

$\ln(200000) = \ln(1{,}0718^t)$

$\ln(200\,000) = t\cdot\ln(1{,}0718) \quad |:\ln(1{,}0718)$

$t = \frac{\ln(200\,000)}{\ln(1{,}0718)} \approx \underline{\underline{176 \text{ Minuten}}}$

Nach 176 min wird die kritische Zahl erreicht!

Danach: $N_2(t) = 10\,000\,000 + 50\,000\cdot t$

$12\,000\,000 = 10\,000\,000 + 50\,000\cdot t \quad |-10\,000\,000$

$2\,000\,000 = 50\,000\cdot t \quad |:50\,000$

$\underline{\underline{40 = t}}$

Nach weiteren 40 min (gesamt: 216 min) werden 12 Mio Bakterien überschritten

24) $N(t) = N_0\cdot e^{0{,}1188\cdot t}$

$\Rightarrow b = e^{0{,}1188} \approx 1{,}126$

$N(t) = N_0\cdot 1{,}126^t$ pro Stunde: $\underline{+12{,}6\%}$