

Grundkompetenz FA2 Lineare Funktionen

Beispiele aus Maturaterminen 2023-24 (AHS, BHS, Kompensationsprüfungen AHS)

TYP-1:

Swimmingpool

Aus einem Swimmingpool wird Wasser abgelassen.

Die Funktion $h: [0; 6] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $h(t) = 180 - 30 \cdot t$ beschreibt modellhaft die Höhe der Wasseroberfläche in Abhängigkeit von der Zeit t (t in h, $h(t)$ in cm).

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die Koeffizienten 180 und -30 im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheiten.

180: _____

-30 : _____

[0/1/2/1 P.]

Beschleunigung

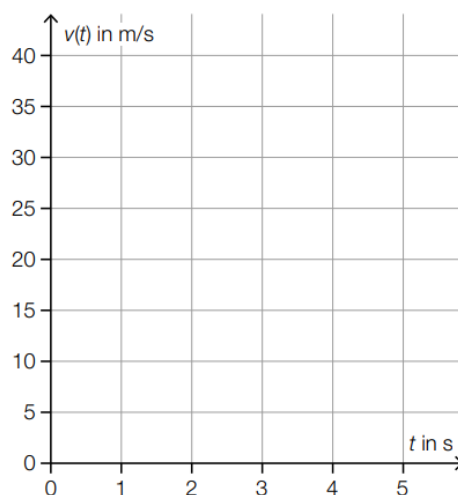
Ein Fahrzeug bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s auf einer geradlinig verlaufenden Strecke vorwärts.

Ab dem Zeitpunkt $t = 0$ beschleunigt es 5 s lang gleichmäßig mit 3 m/s^2 . Die Richtung der Bewegung bleibt unverändert.

Die Funktion v beschreibt die Geschwindigkeit des Fahrzeugs (in m/s) nach t Sekunden im Zeitintervall $[0; 5]$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen von v ein.



Länge einer Kerze

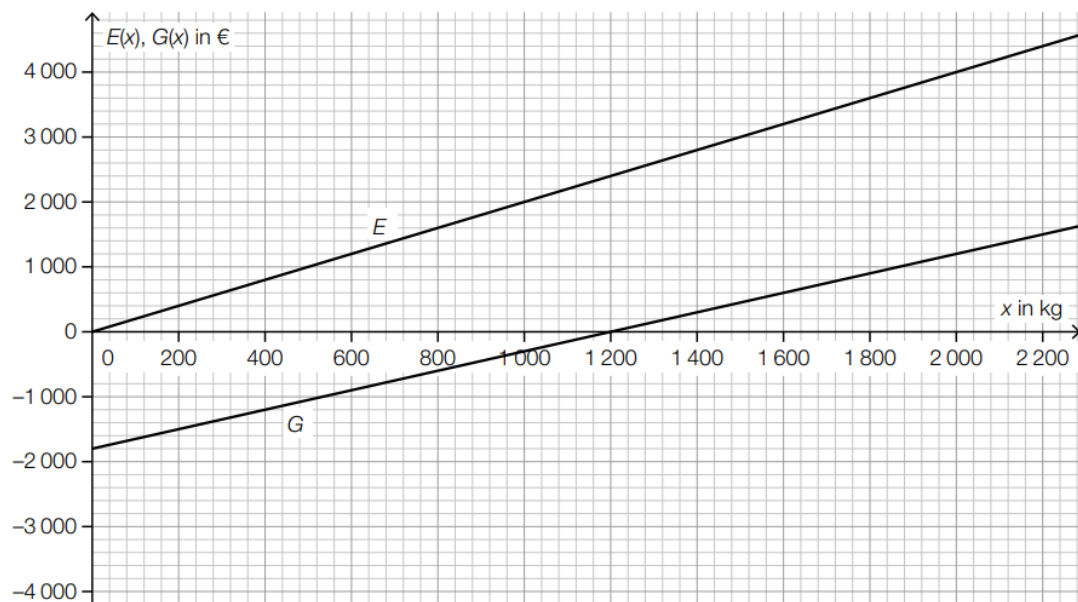
Eine zylinderförmige Kerze hat zum Zeitpunkt $t = 0$ eine Länge von 10 cm. Nach einer Brenndauer von 120 min hat die Kerze eine Länge von 4 cm. Die lineare Funktion L beschreibt modellhaft die Länge der Kerze in Abhängigkeit von der Brenndauer t mit $0 \leq t \leq 200$ (t in min, $L(t)$ in cm).

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Funktionsgleichung von L auf.

Erlös und Gewinn

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der linearen Erlösfunktion $E: x \mapsto E(x)$ und den Graphen der linearen Gewinnfunktion $G: x \mapsto G(x)$ (x in kg, $E(x)$ und $G(x)$ in €).



Aufgabenstellung:

Geben Sie den Verkaufspreis und die Fixkosten an.

Verkaufspreis: _____ €/kg

Fixkosten: _____ €

Lineare Funktion

Gegeben ist die lineare Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = k \cdot x + d$ und $k, d \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass auf jeden Fall eine richtige Aussage entsteht.

Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $\text{\textcircled{1}}$ = $\text{\textcircled{2}}$.

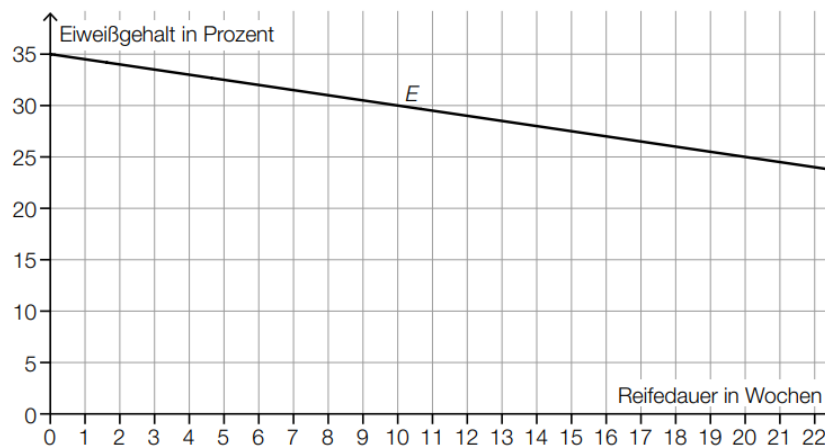
\text{\textcircled{1}}		\text{\textcircled{2}}	
$f(x + 1)$	<input type="checkbox"/>	$f(x) + 2 \cdot k$	<input type="checkbox"/>
$f(x + 2)$	<input type="checkbox"/>	$f(x) + d$	<input type="checkbox"/>
$f(x + 1) + f(x + 1)$	<input type="checkbox"/>	$2 \cdot f(x) + 2$	<input type="checkbox"/>

BHS – Beispiele:

<https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=AM>

Käse

- b) Bei der Reifung eines Käses einer bestimmten Sorte ändert sich dessen Eiweißgehalt. In der nachstehenden Abbildung ist die zeitliche Entwicklung des Eiweißgehalts während der Reifung als Graph der linearen Funktion E dargestellt.



- 1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion E auf.

[0/1 P.]

Raucherentwöhnung

- c) In einer Studie wurde der Nichtraucheranteil einer Personengruppe untersucht. Zu Beginn der Beobachtung betrug der Nichtraucheranteil dieser Personengruppe 45,6 %. 10 Jahre später betrug der Nichtraucheranteil dieser Personengruppe 51,3 %. Der Nichtraucheranteil kann in Abhängigkeit von der Zeit näherungsweise durch die lineare Funktion f beschrieben werden.

$$f(t) = k \cdot t + d$$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für den Beginn der Beobachtung

$f(t)$... Nichtraucheranteil zur Zeit t in %

- 1) Ermitteln Sie die Parameter k und d .

$$k = \underline{\hspace{4cm}} \text{ \% pro Jahr}$$

$$d = \underline{\hspace{4cm}} \text{ \%}$$

[0/1 P.]

Flächenverbauung

Jeden Tag werden naturbelassene Flächen für unterschiedliche Zwecke verbaut.

- a) Im Jahr 2013 wurde in Österreich täglich durchschnittlich eine Fläche von 15 Hektar neu verbaut.
Im Jahr 2017 wurde in Österreich täglich durchschnittlich eine Fläche von 12,4 Hektar neu verbaut.
Die zeitliche Entwicklung der Fläche, die in Österreich täglich durchschnittlich neu verbaut wird, kann modellhaft durch die lineare Funktion f beschrieben werden.

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2013

$f(t)$... täglich durchschnittlich neu verbaute Fläche zur Zeit t in Hektar

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion f auf.

[0/1 P.]

Die täglich durchschnittlich neu verbaute Fläche soll auf 2 Hektar reduziert werden.

- 2) Berechnen Sie, nach welcher Zeit gemäß diesem Modell diese Vorgabe erfüllt ist. [0/1 P.]

Kompensation AHS

<https://www.mathago.at/kompensationspruefung-loesungen/>

Jänner 2024, Prüfung 1: Beleuchtung

Beleuchtung

- a) Auf einer bestimmten Straße einer Gemeinde werden bei 174 Straßenlaternen neue Lampen eingebaut. Die Gemeinde holt folgenden Kostenvoranschlag ein:
Eine neue Lampe kostet € 7,90 und in jede Straßenlaterne wird genau 1 Lampe eingebaut.
Die Kosten für den Betrieb aller 174 Straßenlaternen betragen € 2,86 pro Stunde.

Die gesamten Kosten für die Beleuchtung dieser Straße sollen in Abhängigkeit von der Betriebsdauer t durch die Funktion K beschrieben werden.

t ... Betriebsdauer in h

$K(t)$... Kosten für die Betriebsdauer t in Euro

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion K auf. Wählen Sie dabei $t = 0$ für den Zeitpunkt der Inbetriebnahme der neuen Lampen.
- b) Für die Beleuchtung einer anderen Straße stehen die zwei Lampenarten A und B zur Auswahl. Die Beleuchtungskosten bei Verwendung der Lampenart A können durch die Funktion K_A beschrieben werden.
Die Beleuchtungskosten bei Verwendung der Lampenart B können durch die Funktion K_B beschrieben werden.

$$K_A(t) = 600 + 429 \cdot t$$

$$K_B(t) = 1050 + 285 \cdot t$$

t ... Zeit in Jahren

$K_A(t), K_B(t)$... Beleuchtungskosten nach insgesamt t Jahren in Euro

- 1) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren die Beleuchtungskosten bei beiden Lampenarten gleich sind.
- 2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$K_A(10) - K_B(10) = 990$$

Oktober 2023, Prüfung 2: Speicherung von Daten

Speicherung von Daten

- a) Ein Unternehmen produziert Festplattenspeicher und analysiert die bisher insgesamt produzierte Speicherkapazität in Zettabyte (ZB).

Die Vorsilbe *Zetta* steht für 1 Trilliarde ($= 10^{21}$).

Im Jahr 2015 betrug dieser Wert 1 ZB.

Im Jahr 2019 betrug dieser Wert 2 ZB.

Alex geht davon aus, dass das Unternehmen im Zeitraum von 2015 bis 2019 jährlich die gleiche Speicherkapazität produziert hat.

Die insgesamt produzierte Speicherkapazität in Abhängigkeit von der Zeit kann durch die Funktion g modelliert werden.

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2015

$g(t)$... insgesamt produzierte Speicherkapazität zur Zeit t in ZB

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion g auf.

Mai 2023, Prüfung 4: Partyballons

- b) Bei einer anderen Luftballonart wird angenommen, dass die Tragfähigkeit pro Stunde um einen konstanten Wert abnimmt.
Zum Zeitpunkt der Befüllung ($t = 0$) beträgt die Tragfähigkeit 17 g. Nach 300 Stunden beträgt die Tragfähigkeit 12 g.

Dieser Zusammenhang soll durch die Funktion m beschrieben werden.

t ... Zeit nach der Befüllung in h

$m(t)$... Tragfähigkeit zur Zeit t in g

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion m auf.

Mai 2023, Prüfung 5: Erwerbstätigkeit

Erwerbstätigkeit

- a) In einer bestimmten Stadt gab es zu Beobachtungsbeginn 20000 Erwerbstätige. Innerhalb von 4 Jahren erhöhte sich diese Anzahl um 6000. In einem einfachen Modell geht man davon aus, dass die Anzahl der Erwerbstätigen jedes Jahr um denselben Wert zunimmt.

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn

$f(t)$... Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt zum Zeitpunkt t

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion f auf.

Februar 2023, Prüfung 1: Bakterien

Bakterien

In einem Labor wird eine Probe mit Bakterien untersucht.

Die Anzahl der Bakterien beträgt zu Beobachtungsbeginn 1 200.

Nach 6 Tagen beträgt die Anzahl der Bakterien 1 800.

- a) Die zeitliche Entwicklung der Anzahl der Bakterien wird modellhaft durch die lineare Funktion f beschrieben.

t ... Zeit in Tagen mit $t = 0$ für den Beobachtungsbeginn

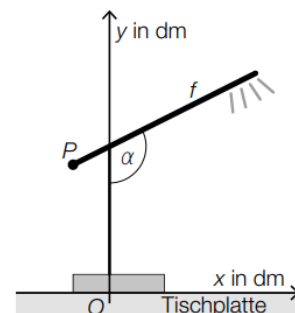
$f(t)$... Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt t

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf.

Oktober 2022, Prüfung 1: Schreibtischlampen

- b) Die Aufhängung des Modells B kann durch den Graphen der linearen Funktion f beschrieben werden (siehe nebenstehende Abbildung).

- 1) Stellen Sie mithilfe von $P = (-1 | 3,5)$ und $\alpha = 116,56^\circ$ eine Gleichung der Funktion f auf.



Juni 2022, Prüfung 1: Küste

- b) Ein Fischerboot bewegt sich entlang des Graphen der linearen Funktion g von der Küste zum Punkt $P = (x_p | 52)$.

Es gilt: $g(x) = -2 \cdot x + 120$

$x, g(x)$... Koordinaten in km

- 1) Berechnen Sie x_p .

Juni 2022, Prüfung 1: Bevölkerungszahl Österreichs

- b) In einem anderen Modell wird die Entwicklung der Bevölkerungszahl Österreichs durch eine lineare Funktion beschrieben.

Die nachstehende Tabelle zeigt die Bevölkerungszahl Österreichs zu Jahresbeginn 2010 bzw. 2020.

Jahresbeginn	2010	2020
Bevölkerungszahl in Millionen	8,35	8,9

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen linearen Funktion auf. Wählen Sie $t = 0$ für den Jahresbeginn 2010.

Juni 2022, Prüfung 2: Apps

Für eine bestimmte App soll die zeitliche Entwicklung der Downloads durch drei verschiedene Modelle beschrieben werden.

Zu Beginn des Beobachtungszeitraums ($t = 0$) betrug die Anzahl der bis dahin erfolgten Downloads 0,35 Millionen (Mio.). 365 Tage später betrug die Anzahl der bis dahin erfolgten Downloads 1,81 Mio.

- a) Im Modell A soll die zeitliche Entwicklung der Downloads mithilfe der linearen Funktion f beschrieben werden.

t ... Zeit ab Beginn des Beobachtungszeitraums in Tagen

$f(t)$... Anzahl der bis zum Zeitpunkt t erfolgten Downloads in Mio.

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf.