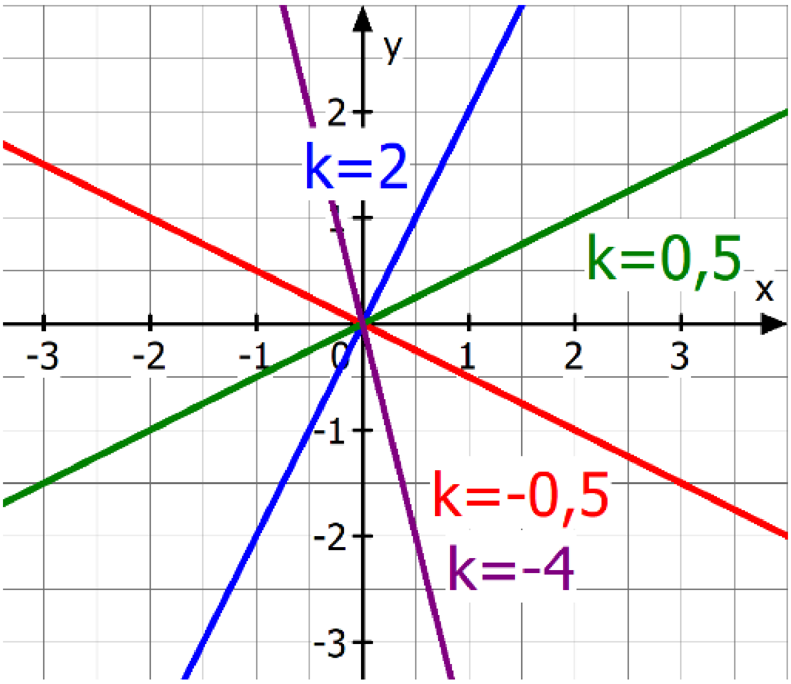
FA2 – Lineare Funktionen

Maturaskript AHS (26 Seiten)

Grundkompetenzen:

- **FA2.1** verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene lineare Zusammenhänge als lineare Funktionen erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können
- **FA2.2** aus Tabellen, Graphen und Gleichungen linearer Funktionen Werte(paare) sowie die Parameter k und d ermitteln und im Kontext deuten können
- **FA2.3** die Wirkung der Parameter k und d kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können
- **FA2.4** wichtige Eigenschaften kennen und im Kontext deuten können
- **FA2.5** die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktion bewerten können
- **FA2.6** direkte Proportionalität als lineare Funktion vom Typ $f(x) = k \cdot x$ beschreiben können



Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof. πegischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

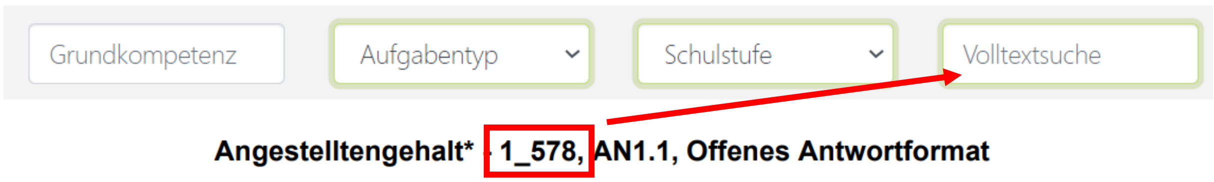
Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben (**Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool**)** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info*: bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, …) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=M
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**“ die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.



Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. 1_578) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**“ und „**GeoGebra**“ erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**“ erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	**Weitere Regeln für Lehrpersonen**
▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen. ▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen. ▪ Sie dürfen mein Materialien **NICHT** gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden. ▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden. ▪ Bei einem **Missbrauch** erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	**WICHTIGSTE REGEL:** LehrerInnen dürfen die Materialien in **Ihrem eigenen Unterricht** verwenden: ▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen. ▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben. ▪ Es ist **nicht erlaubt**, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben. ▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

FA2 Lineare Funktionen

1. Definition einer linearen Funktion

Eine **lineare Funktion** ist eine reelle Funktion der Form

$$f(x) = k \cdot x + d \quad (mit\ k, d\ \in \mathbb{R}).$$

„Linear" bedeutet, dass die Variable eines Terms nur mit dem Exponenten 1 auftritt: $x^1 = x$

Video

Bemerkung:

- **Homogene** lineare Funktion ($d = 0$): Ist $d = 0$, so spricht man von einer homogenen, linearen Funktion mit der Funktionsgleichung $f(x) = kx$.
  Die Funktion geht durch den Ursprung (0|0).
- **Inhomogene** lineare Funktion ($d \neq 0$): „übliche" lineare Funktion $f(x) = kx + d$

Darstellungsarten einer linearen Funktion

Hauptform	Allgemeine Form
$f(x) = kx + d \quad oder \quad f\colon\ y = kx + d$	$f\colon\ ax + by = c$

Video

Bsp. 1) Wandle die Geradengleichungen in die Hauptform und in die allgemeine Form um.

a. $f\colon y = -2x + 2$	**b.** $f\colon\ -3x + y = 9$	**c.** $f\colon x = -0{,}5y + 1$

2. Graphen und Wertetabellen von linearen Funktionen

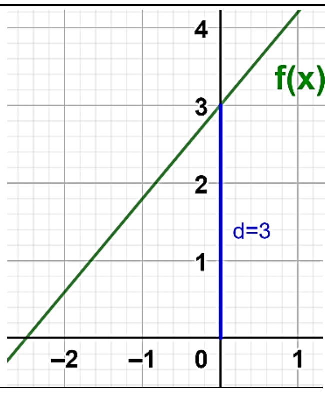
Der **Graph** einer **linearen Funktion** f mit $f(x) = kx + d$ ist immer eine **Gerade**.

Parameter d (Ordinatenabschnitt oder y-Abschnitt):

Der Parameter d ist der Funktionswert an der Stelle $x = 0$:

$$\boldsymbol{d = f(0)}$$

Der Parameter d wird auch **Ordinatenabschnitt** (oder y-Abschnitt) genannt und gibt den Wert des **Schnittpunkts** der Geraden mit der **y-Achse** an.



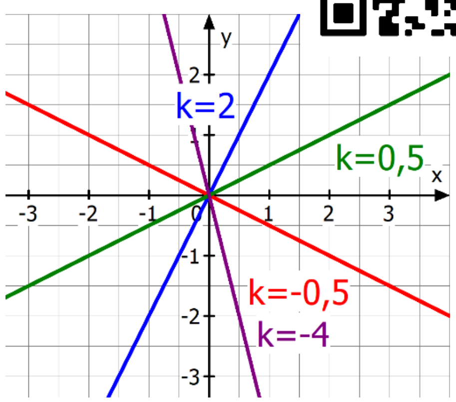
Video

Parameter k (Steigung)

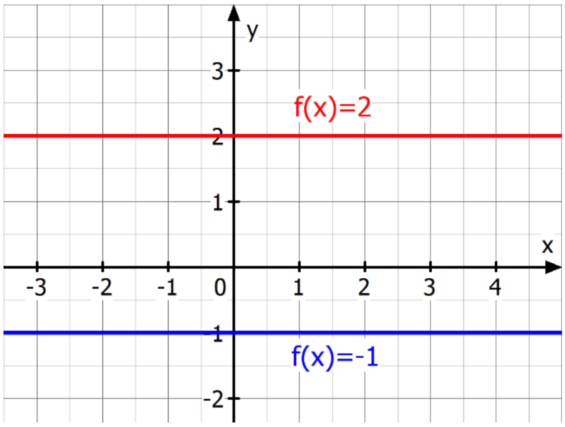
Der Parameter k gibt die **Steigung** der linearen Funktion an. Die Steigung k entspricht der Veränderung des Funktionswertes, wenn sich der x-Wert um +1 erhöht:

$$f(x + 1) = f(x) + k$$

Die Steigung k kann graphisch oder rechnerisch bestimmt werden.



- $\boldsymbol{k > 0}$: Der Graph von f ist „steigend".
  Je größer k ist, desto stärker steigt die Funktion (Graph ist steiler)
- $\boldsymbol{k < 0}$: Der Graph von f ist „fallend".
  Je kleiner k ist, desto stärker fällt die Funktion (Graph ist steiler)
- $\boldsymbol{k = 0}$: Der Graph von f ist „konstant" (keine Steigung)



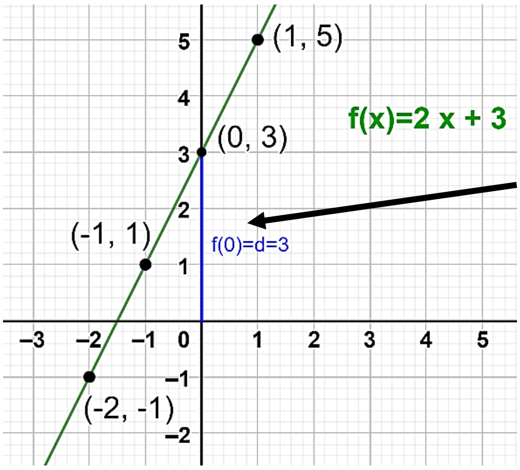
Sonderfall: Konstante Funktion

Die **konstante Funktion** der Form $f(x) = d$ hat **keine Steigung** ($k = 0$) und verläuft **parallel zur x-Achse**. Der Parameter d entspricht dabei dem Schnittpunkt auf der y-Achse.

Konstante Funktion

$$f(x) = d$$

2.1 Zusammenhang: Wertetabelle und Graph (Parameter k,d)



Beispiel: $f(x) = 2x + 3 \quad mit\ k = 2\ und\ d = 3$

y-Abschnitt d (Ordinatenabschnitt):

Der Parameter d ist der Funktionswert an der Stelle $x = 0$. Aus der Wertetabelle kannst du den Wert von d für $x = 0$ ablesen.

$\boxed{d = 3}$

x	$f(x)$
-3	-3
-2	-1
-1	1
0	**3**
1	5
2	7
3	9

Rechnerische Bestimmung des Parameters d (gegeben: $f(x) = 2x + d$)

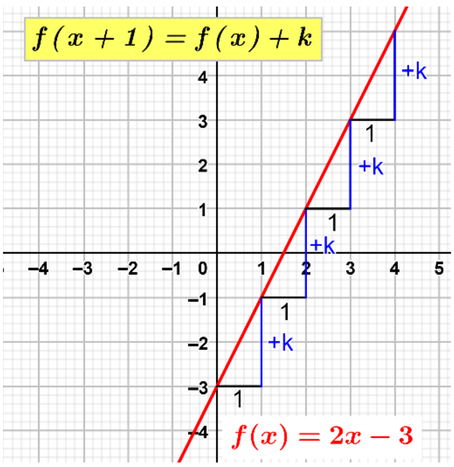
Setze ein Wertepaar aus der Wertetabelle ein, durch das die Funktion verläuft.

Beispiel: $(1|5) \rightarrow x = 1\ und\ f(x) = y = 5$

$5 = 2 \cdot 1 + d \rightarrow \quad d = 3$

Steigung k:

- Erhöht sich das Argument (der x-Wert) einer linearen Funktion **um 1**, so ändert sich der Funktionswert **um k**.
- Erhöht sich das Argument **um 2**, so ändert sich der Funktionswert **um $2 \cdot k$**.
- Erhöht sich das Argument **um n**, so ändert sich der Funktionswert **um $n \cdot k$**.



Am Graphen kannst du den Zusammenhang mit k an jedem Steigungsdreieck mit der Seitenlänge 1 ablesen.

	x	$f(x) = 2x - 3$	
	-1	-5	
+1	0	-3	+k/+2
+1	1	-1	+k/+2
	2	1	
+2	3	3	+2k/+4
	4	5	

Bsp. 2) Bestimme die **Funktionsgleichung** der **linearen Funktion** aus der Wertetabelle. (auch mit CAS erlaubt)

x	$f(x)$
0	12
1	15
2	18

$f(x) =$

x	$f(x)$
5	-2
6	-3
7	-4

$f(x) =$

x	$f(x)$
-4	1
-3	6
-2	11

$f(x) =$

Bsp. 3) Die Punkte A und B liegen auf dem Graphen einer linearen Funktion mit der angegebenen Steigung k. Bestimme die fehlende Koordinate.

a. $A = (2\|3);\ B = (3\|y);\ k = 2$	**b.** $A = (2\|3);\ B = (4\|y);\ k = -1$	**c.** $A = (0\|3);\ B = (3\|y);\ k = -2$

2.2 Bestimmung der Steigung k

1) Steigungsdreieck

Der Wert der Steigung k einer linearen Funktion kann am Graphen aus jedem beliebigen Steigungsdreieck durch das **Verhältnis** von **senkrechter** zu **waagrechter** Seite ermittelt werden.

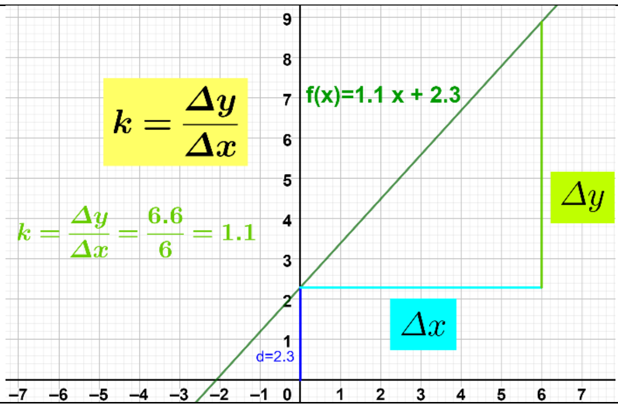
Video

$$k = \frac{Höhenunterschied}{Längenunterschied} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$\boldsymbol{\Delta y}$ ... Länge der **senkrechten** Kathete (inkl. Vorzeichen!) $\boldsymbol{\Delta x}$ ... Länge der **waagrechten** Kathete

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$$k = \frac{1}{2}$$



MERKE: Es kursiert bei einem **Steigungsdreieck** oft die Vermutung:

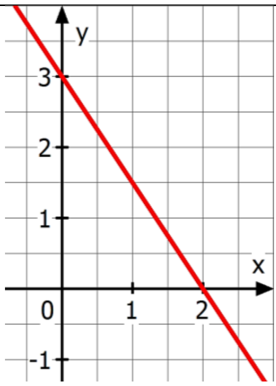
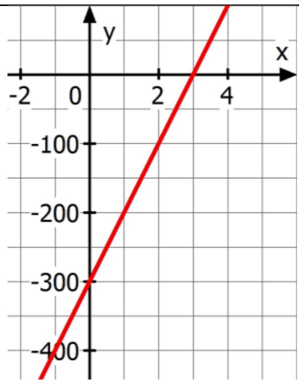
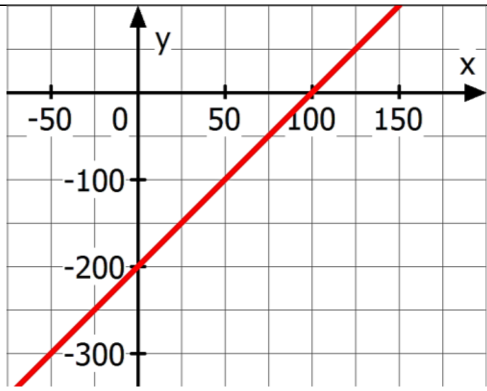
$$„Du\ musst\ 1\ nach\ rechts\ gehen, damit\ du\ die\ Steigung\ k\ bekommst“$$

Und es stimmt auch, da $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{1} = \Delta y$

D.h. wenn $\Delta x = 1$, es gilt: $k = \Delta y$

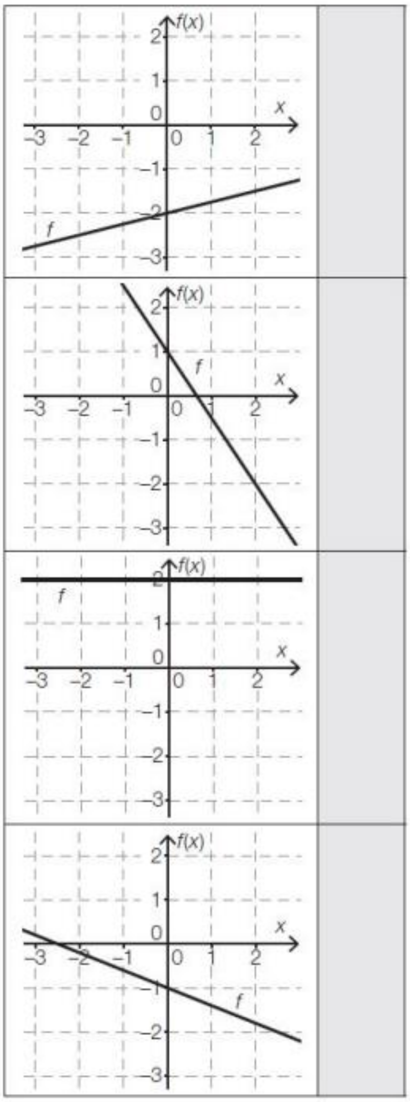
ABER: Du musst **nicht zwingend** für die Bestimmung der Steigung **nur um 1 nach rechts** gehen. Du kannst **beliebig viel nach rechts** gehen (Δx kann beliebig groß sein), da das Verhältnis $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ immer gleich bleibt! Bei einigen Graphen musst du sogar ein größeres Steigungsdreieck wählen, wenn du die extakte Steigung haben möchtest.

Bsp. 4) Ermittle graphisch die lineare Funktionsgleichung.

Lineare Funktionen* - 1_556, FA2.2, Zuordnungsformat

Gegeben sind die Graphen von vier verschiedenen linearen Funktionen f mit $f(x) = k \cdot x + d$, wobei $k, d \in \mathbb{R}$.
Ordnen Sie den vier Graphen jeweils die entsprechende Aussage über die Parameter k und d (aus A bis F) zu!



A	$k = 0, d < 0$
B	$k > 0, d > 0$
C	$k = 0, d > 0$
D	$k < 0, d < 0$
E	$k > 0, d < 0$
F	$k < 0, d > 0$

Steigung des Graphen einer linearen Funktion* - 1_365, FA2.2, Offenes Antwortformat

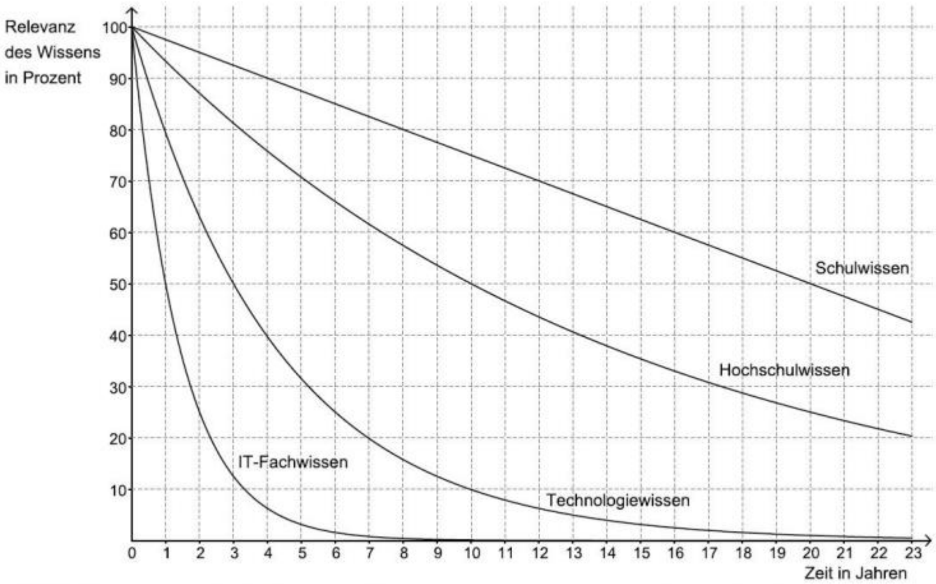
Gegeben ist eine Gleichung einer Geraden g in der Ebene:

$3 \cdot x + 5 \cdot y = 15$

Geben Sie die Steigung des Graphen der dieser Gleichung zugeordneten linearen Funktion an!

Halbwertszeit des Wissens (d) - 2_093, FA2.2, Offenes Antwortformat

Das zu einem bestimmten Zeitpunkt erworbene Wissen verliert im Laufe der Zeit aufgrund gesellschaftlicher Veränderungen, technologischer Neuerungen etc. an Aktualität und Gültigkeit („Relevanz"). Die nachstehende Abbildung beschreibt die Abnahme der Relevanz des Wissens in verschiedenen Fachbereichen. Für jedes Jahr wird angegeben, wie viel Prozent des ursprünglichen Wissens noch relevant sind.



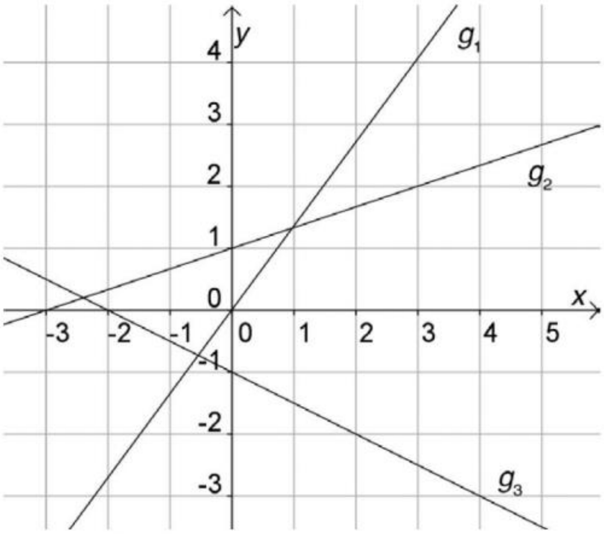
d) Die Relevanz des Schulwissens kann in den ersten Jahrzehnten durch eine lineare Funktion beschrieben werden.

1) Lesen Sie aus der Abbildung in der Angabe die Steigung dieser linearen Funktion ab.

Vergleich dreier Geraden* - 1_364, FA2.3, 2 aus 5

In der untenstehenden Graphik sind drei Geraden g_1, g_2 und g_3 dargestellt. Es gilt:

g_1: $y = k_1 \cdot x + d_1$
g_2: $y = k_2 \cdot x + d_2$
g_3: $y = k_3 \cdot x + d_3$



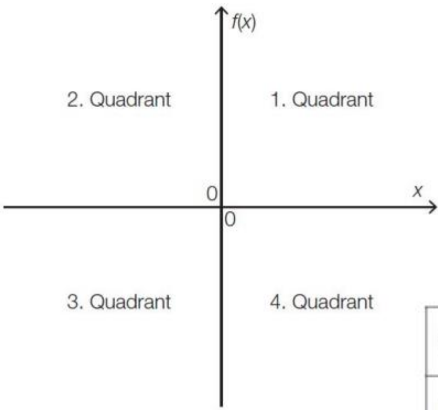
$k_1 < k_2$	☐
$d_3 > d_2$	☐
$k_2 > k_3$	☐
$k_3 < k_1$	☐
$d_1 < d_3$	☐

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Verlauf des Graphen einer linearen Funktion* - 1_814, FA2.3, 1 aus 6

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ und $d \neq 0$.

Die Ebene wird von den beiden Koordinatenachsen in vier Quadranten unterteilt (siehe nebenstehende Skizze).



Für den Graphen von f gilt:

- Er verläuft <u>nicht</u> durch den 1. Quadranten.
- Er verläuft durch den 2., 3. und 4. Quadranten.

Dafür müssen bestimmte Bedingungen für k und d gelten.

Kreuzen Sie die Aussage mit den entsprechenden Bedingungen an.

$k < 0$ und $d < 0$	☐
$k < 0$ und $d > 0$	☐
$k > 0$ und $d < 0$	☐
$k > 0$ und $d > 0$	☐
$k = 0$ und $d < 0$	☐
$k = 0$ und $d > 0$	☐

2) Rechnerische Bestimmung

Wenn du **zwei Punkte** einer linearen Funktion kennst, kannst du jederzeit die **Steigung k** und in weiterer Folge den **Ordinatenabschnitt d** bestimmen.

Die **Punkte** kannst du auch aus der **Wertetabelle** ablesen.

$$\boldsymbol{k} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (= \boldsymbol{Differenzenquotient})$$

$$\mathbf{1.}\, \boldsymbol{Punkt}\ (x_1|y_1)\ \ und\ \mathbf{2.}\, \boldsymbol{Punkt}\ (x_2|y_2)\ mit\ x_1 < x_2$$

Beispiel: $P = (1|5)$; $Q = (4|11)$

$$\boldsymbol{k} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{11 - 5}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2$$

$f(x) = 2x + d$ (d fehlt noch)

Video

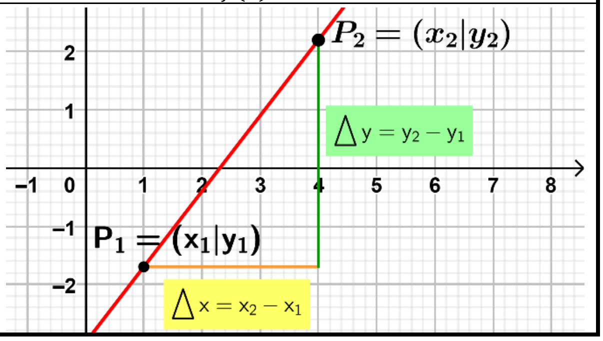
Setze einen der beiden Punkte in die Funktionsgleichung ein, z.B. $P = (1|5)$

$$5 = 2 \cdot 1 + d \quad \rightarrow \quad d = 3$$

$$f(x) = 2x + 3$$

MERKE: Die **Steigung k** einer linearen Funktion f ist gleich dem **Differenzenquotient** von f in einem beliebigen Intervall $[x_1; x_2]$

$$\boxed{\begin{array}{c} f(x_1) = y_1 \\ f(x_2) = y_2 \end{array}} \qquad k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Bsp. 5) Bestimme die Funktionsgleichung der linearen Funktion f mit $f(x) = kx + d$.

a. $f(0) = 3;\ \ f(1) = 6$	**b.** $f(-3) = 7;\ \ f(-1) = 3$	**c.** $f(-3) = -2;\ \ f(-1) = 4$

Bsp. 6) Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden, die durch die Punkte P und Q verläuft.

a. $P = (4|1)$; $Q = (6|7)$	**b.** $P = (210|120)$; $Q = (310|70)$

Video

Bsp. 7) Bestimme die Funktionsgleichung der linearen Funktion $f(x) = kx + d$ aus den gegebenen Bestimmungsstücken. Wenn du die Funktionsgleichung aufgestellt hast, berechne jeweils die **Funktionswerte** an der Stelle $x = -1$ und an der Stelle $x = 4$ (d.h. $\boldsymbol{f(-1)}$ $\boldsymbol{und}$ $\boldsymbol{f(4)}$)

a. $f(2) = 4;\ k = -3$	**b.** $d = 4;\ f(3) = 10$
$f(x) =$	$f(x) =$
$f(-1) =$	$f(-1) =$
$f(4) =$	$f(4) =$

Steigung einer linearen Funktion* - 1_598, FA2.2, Halboffenes Antwortformat

Der Graph einer linearen Funktion f verläuft durch die Punkte $A = (a|b)$ und $B = (5 \cdot a|-3 \cdot b)$ mit $a, b \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.
Bestimmen Sie die Steigung k der linearen Funktion f!

$k =$ ___________________________________

Gleichung einer Funktion* - 1_462, FA2.1, Halboffenes Antwortformat

Der Graph der Funktion f ist eine Gerade, die durch die Punkte $P = (2|8)$ und $Q = (4|4)$ verläuft.
Geben Sie eine Funktionsgleichung der Funktion f an!

$f(x) =$ ___________________________________

Längenausdehnung einer Brücke* - 1_862, FA2.1, Halboffenes Antwortformat

Die Länge einer bestimmten Brücke ist abhängig von ihrer Temperatur.
Bei einer Temperatur der Brücke von –14 °C ist diese 300 m lang.
Bei einer Erwärmung um 25 °C dehnt sie sich um 0,1 m aus.

Die lineare Funktion l beschreibt modellhaft die Länge dieser Brücke in Abhängigkeit von ihrer Temperatur T. Dabei wird jeder Temperatur $T \in [-20\ °C; 40\ °C]$ die Länge der Brücke $l(T)$ zugeordnet (T in °C, $l(T)$ in m).
Stellen Sie eine Funktionsgleichung von l auf.

$l(T) =$ ___________________________________

Funktionsgleichung einer linearen Funktion* - 1_509, FA2.3, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit folgenden Eigenschaften:

- Wenn das Argument x um 2 zunimmt, dann nimmt der Funktionswert $f(x)$ um 4 ab.
- $f(0) = 1$

Geben Sie eine Funktionsgleichung dieser linearen Funktion f an!

$f(x) =$ ___________________________________

Wasserbehälter* - 1_694, FA2.2, Halboffenes Antwortformat

In einem quaderförmigen Wasserbehälter steht eine Flüssigkeit 40 cm hoch. Diese Flüssigkeit fließt ab dem Öffnen des Ablaufs in 8 Minuten vollständig ab.

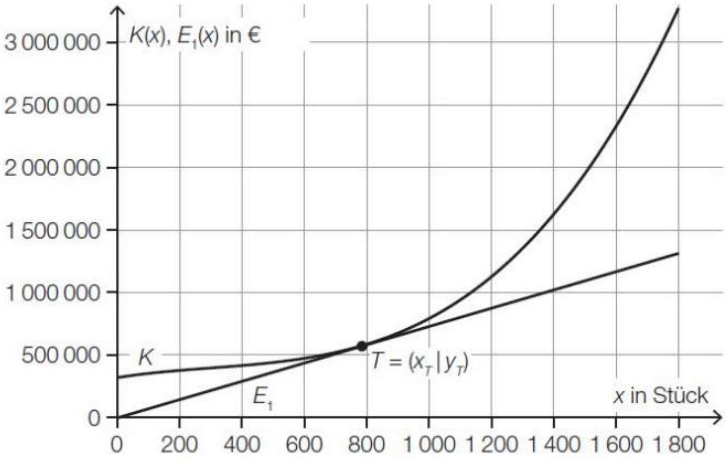
Eine lineare Funktion h mit $h(t) = k \cdot t + d$ beschreibt für $t \in [0; 8]$ die Höhe (in cm) des Flüssigkeitspegels im Wasserbehälter t Minuten ab dem Öffnen des Ablaufs.
Bestimmen Sie die Werte k und d!

$k =$ ___________________________________

$d =$ ___________________________________

Erlös und Gewinn (c) - 2_011, FA1.7 FA2.1, Offenes Antwortformat Halboffenes Antwortformat

c) In der nachstehenden Abbildung wurde die Erlösfunktion so geändert, dass die Graphen der Kostenfunktion K und der Erlösfunktion E_1 einander im Punkt T berühren.



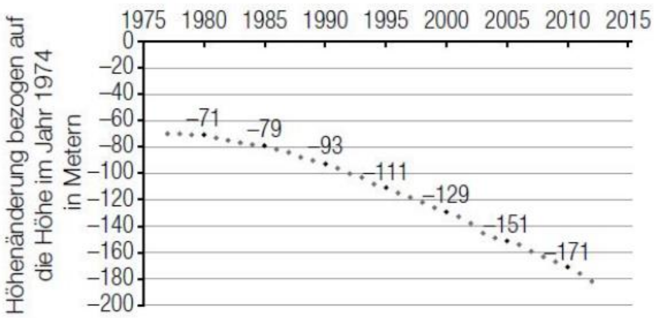
1) Interpretieren Sie die Koordinaten des Punktes T im Hinblick auf den Gewinn.
2) Stellen Sie die geänderte Erlösfunktion E_1 mithilfe der Koordinaten des Punktes T auf.

$E_1(x) =$ ____________________________________

Pasterze* (a) - 2_055, FA2.2, Offenes Antwortformat

Die Pasterze ist der größte Gletscher Österreichs. Sie befindet sich im Großglockner-Massiv.

a) Im nachstehenden Diagramm ist die Höhenänderung der Pasterze in Metern jeweils bezogen auf die Höhe im Jahr 1947 dargestellt.



Datenquelle: http://geographie.uni-graz.at/de/pasterze/messergebnisse/ [23.08.2014].

Auf Basis der Daten für die Höhenänderung der Pasterze für die Jahre 1995 und 2010 soll mithilfe eines linearen Modells eine Prognose für das Jahr 2020 erstellt werden.

1) Bestimmen Sie, um wie viele Meter die Höhe der Pasterze nach diesem Modell im Jahr 2020 geringer als im Jahr 1947 ist.

In einem Werbeprospekt soll der Rückgang der Höhe der Pasterze durch ein lineares Modell dargestellt werden.

2) Geben Sie an, welcher der im oben angeführten Diagramm dargestellten Fünfjahreszeiträume [1980; 1985], [1985; 1990], … , [2005; 2010] für die Zukunft die geringste Höhenänderung prognostiziert.

Weltbevölkerung* (b) - 2_115, FA2.2, Offenes Antwortformat Offenes Antwortformat

In der nachstehenden Tabelle ist für bestimmte Kalenderjahre die Schätzung der Weltbevölkerung (jeweils zur Jahresmitte) angegeben.

Kalenderjahr	Weltbevölkerung in Milliarden
1850	1,260
1900	1,650
1950	2,536
1960	3,030
1970	3,700
1990	5,327
2000	6,140
2010	6,957
2020	7,790

Datenquellen: https://de.statista.com/statistik/daten/studie/1694/umfrage/entwicklung-der-weltbevoelkerungszahl/, https://www.statistik.at/web_de/statistiken/menschen_und_gesellschaft/bevoelkerung/internationale_uebersich/036446.html [17.05.2020].

b) Ab 1970 kann die Entwicklung der Weltbevölkerung näherungsweise durch eine lineare Funktion f beschrieben werden.

1) Stellen Sie mithilfe der Werte für die Weltbevölkerung der Kalenderjahre 1970 und 2000 eine Funktionsgleichung von f in Abhängigkeit von der Zeit t auf (t in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1970, $f(t)$ in Milliarden).

2) Berechnen Sie, um wie viel Prozent der mithilfe von f ermittelte Wert für das Kalenderjahr 2020 vom in der obigen Tabelle angegebenen Wert abweicht.

Tee* (b) - 2_097, FA2.1 FA1.7, Halboffenes Antwortformat

Tee ist weltweit eines der meistkonsumierten Getränke.

b) Der weltweit größte Teeproduzent ist China. Die nachstehende Tabelle gibt die Menge des in China produzierten Tees in Millionen Tonnen für einige Jahre im Zeitraum von 2011 bis 2017 an.

Jahr	2011	2013	2015	2017
Menge des in China produzierten Tees in Millionen Tonnen	1,55	1,85	2,23	2,55

Quelle: https://de.statista.com/statistik/daten/studie/29847/umfrage/produktion-von-tee-nach-erzeugerlaendern-seit-2006/ [28.08.2018].

Die Menge des in China produzierten Tees soll in Abhängigkeit von der Zeit t ab dem Jahr 2011 näherungsweise durch eine lineare Funktion g beschrieben werden (t in Jahren ab dem Jahr 2011, $g(t)$ in Millionen Tonnen).

1) Geben Sie unter Verwendung der Daten aus den Jahren 2011 und 2017 eine Funktionsgleichung für g an.

$g(t) =$ ______________________________

In den Jahren 2013 und 2015 gibt es jeweils eine Abweichung zwischen den Funktionswerten von g und den Werten aus der obigen Tabelle.

2) Geben Sie an, in welchem der Jahre 2013 und 2015 der Betrag der absoluten Abweichung zwischen dem Funktionswert von g und dem zugehörigen Wert aus der obigen Tabelle größer ist. Ermitteln Sie für das angegebene Jahr ebenso den Betrag der absoluten Abweichung.

Jahr: ____________________

Betrag der absoluten Abweichung: ____________________ Millionen Tonnen

Krankenstände* (a) - 2_109, AN1.1 FA2.1, Halboffenes Antwortformat Offenes Antwortformat

Die durchschnittliche Dauer der Krankenstände von Angestellten in einem bestimmten Betrieb ist in den letzten Jahren gesunken.

a) In der nachstehenden Tabelle ist für das Jahr 2000 und für das Jahr 2015 jeweils die durchschnittliche Dauer der Krankenstände in Tagen angegeben.

Jahr	durchschnittliche Dauer der Krankenstände in Tagen
2000	12,6
2015	9,9

Mithilfe dieser Daten soll eine lineare Funktion K erstellt werden, die die durchschnittliche Dauer der Krankenstände in Abhängigkeit von der Zeit t ab dem Jahr 2000 beschreibt.

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion K auf.

$K(t) =$ ____________________________________

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2000
$K(t)$ ... durchschnittliche Dauer der Krankenstände zur Zeit t in Tagen

Kugelstoßen (a) - 2_070, FA2.1, Offenes Antwortformat

Kugelstoßen ist eine Disziplin bei den Olympischen Sommerspielen.
Eine Metallkugel muss so weit wie möglich aus einem Kreis in einen vorgegebenen Aufschlagbereich gestoßen werden.

a) Im Jahr 1948 wurde bei den Männern ein neuer Weltrekord mit der Weite 17,68 m aufgestellt.

Eine Faustregel besagt, dass sich seit 1948 der Weltrekord bei den Männern alle 2,5 Jahre um 34 cm verbessert hat. Die Weltrekordweite (in Metern) soll gemäß dieser Faustregel in Abhängigkeit von der Zeit t (in Jahren) durch eine lineare Funktion f beschrieben werden.

1) Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion f. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 1948.

Erwärmung von Wasser* - 1_485, FA2.2, Halboffenes Antwortformat

Bei einem Versuch ist eine bestimmte Wassermenge für eine Zeit t auf konstanter Energiestufe in einem Mikrowellengerät zu erwärmen. Die Ausgangstemperatur des Wassers und die Temperatur des Wassers nach 30 Sekunden werden gemessen.

Zeit (in Sekunden)	$t = 0$	$t = 30$
Temperatur (in °C)	35,6	41,3

Ergänzen Sie die Gleichung der zugehörigen linearen Funktion, die die Temperatur $T(t)$ zum Zeitpunkt t beschreibt!

$T(t) =$ __________ $\cdot\, t + 35{,}6$

Benzinverbrauch* (b) - 2_075, FA2.1 FA1.7, Halboffenes Antwortformat Offenes Antwortformat

Der Benzinverbrauch eines bestimmten Kleinwagens kann in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit modellhaft durch die Funktion B beschrieben werden.

$B(v) = 0{,}000483 \cdot v^2 - 0{,}0326 \cdot v + 2{,}1714 + \frac{66}{v}$ mit $20 < v < 150$

v ... Geschwindigkeit in km/h

$B(v)$ ... Benzinverbrauch in Litern pro 100 km (L/100 km) bei der Geschwindigkeit v

b) Für hohe Geschwindigkeiten soll die Funktion B durch eine lineare Funktion f mit $f(v) = k \cdot v + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ angenähert werden, sodass gilt:
$f(100) = B(100)$
$f(130) = B(130)$

1) $\boxed{\text{A}}$ Ermitteln Sie einen Funktionsterm der Funktion f.

$f(v) =$ ____

Diese Näherung kann verwendet werden, wenn die Abweichung zwischen den Funktionswerten von f und B höchstens 0,3 L/100 km beträgt.

2) Geben Sie das größtmögliche Intervall für die Geschwindigkeit an, in dem die Funktion f als Näherung verwendet werden kann.

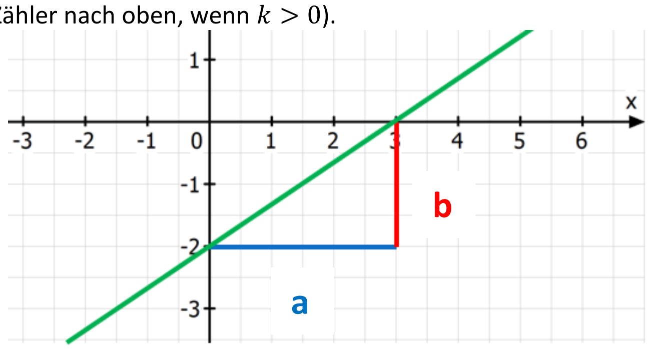
2.3 Zeichnen von linearen Funktionen

Markiere zuerst den **Parameter d** auf der y-Achse. Zeichne von diesem Punkt das Steigungsdreieck bei vorgegebener Steigung $\boldsymbol{k} = \pm\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}$ ein:

Video

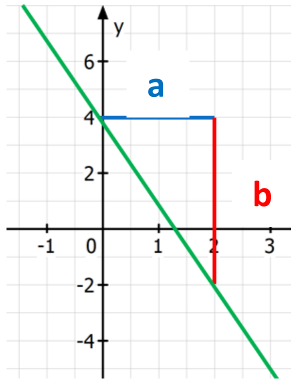
Methode 1

Ist $k > 0$, geht man vom Ordinatenabschnitt d um a nach rechts (Nenner nach rechts) und anschließend um b nach oben (Zähler nach oben, wenn $k > 0$).



$$f(x) = \frac{2}{3}x - 2$$

Ist $k < 0$, geht man vom Ordinatenabschnitt d um a nach rechts (Nenner nach rechts) und anschließend um b nach unten (Zähler nach unten, wenn $k < 0$).



$$f(x) = -3x + 4$$

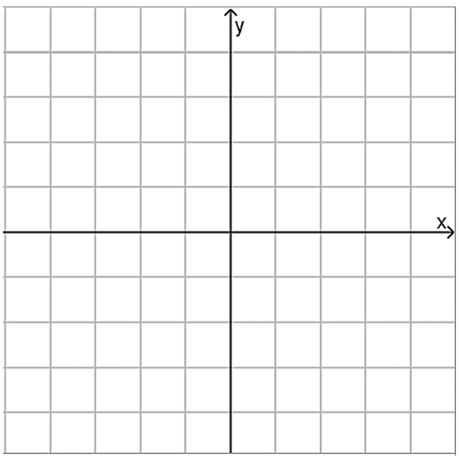
Nenner nach rechts UND Zähler nach oben (+) oder unten (-)

Bemerkung: Ist k eine gerade Zahl, z.B. $k = 5$, stelle k als Bruch dar: $k = 5 = \frac{5}{1} = \frac{10}{2}$

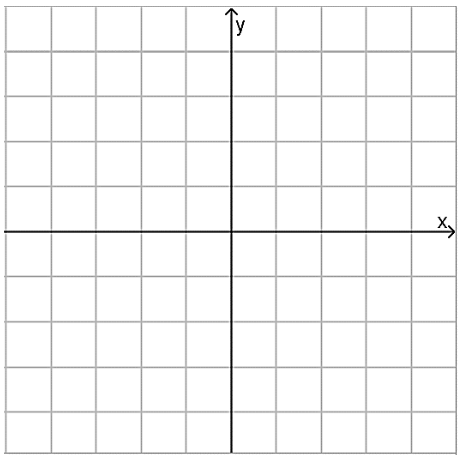
1 nach rechts & 5 nach oben ODER 2 nach rechts und 10 nach oben (beliebig viele Möglichkeiten)

Bsp. 8) Zeichne die linearen Funktionen im gegebenen Koordinatensystem. **Skaliere** die Achsen **passend**!

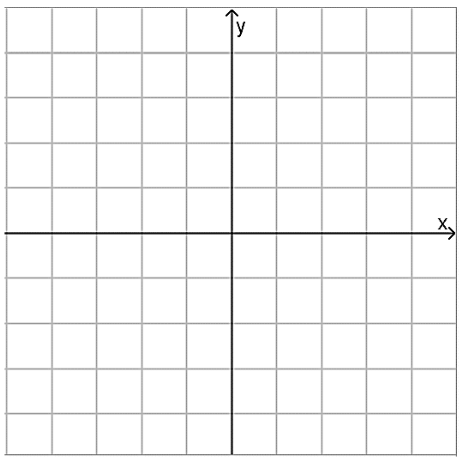
$f(x) = 3x - 3$



$f(x) = \frac{1}{100}x - 1$



$f(x) = -\frac{12}{4}x + 8$

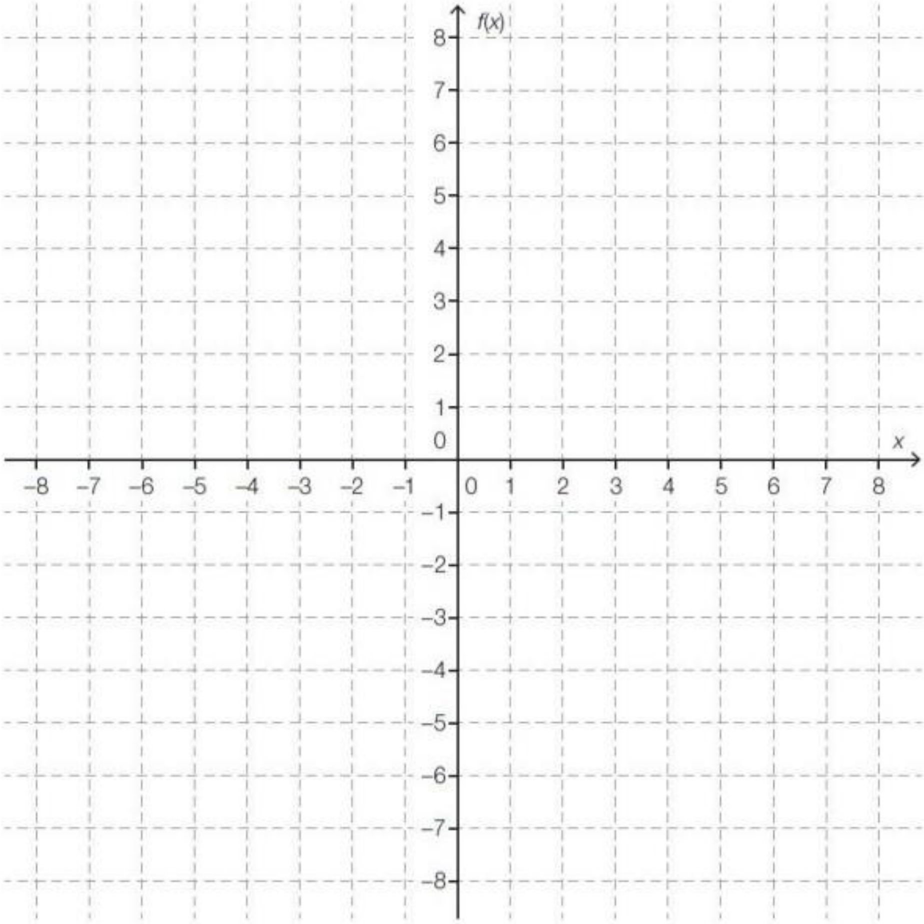


Graph zeichnen* - 1_742, FA2.1, Konstruktionsformat

Von einer linearen Funktion f sind nachstehende Eigenschaften bekannt:

- Die Steigung von f ist $-0{,}4$.
- Der Funktionswert von f an der Stelle 2 ist 1.

Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen von f auf dem Intervall $[-7; 7]$ ein.



2.4 EIGENSCHAFTEN (LINEARER WACHSTUM / LINEARE ABNAHME)

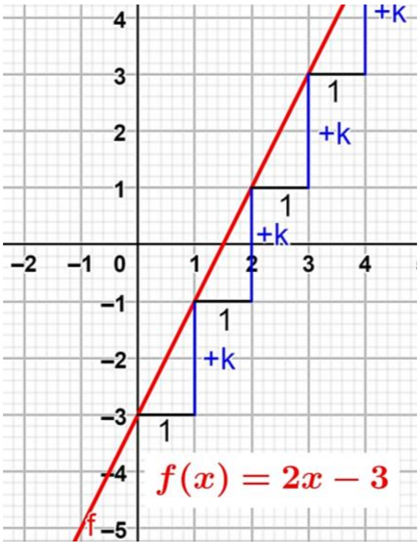
- **Linearer Wachstum**: Gleiche Zunahme der Argumente bewirkt stets gleiche Zunahme der Funktionswerte.
- **Lineare Abnahme**: Gleiche Zunahme der Argumente bewirkt stets gleiche Abnahme der Funktionswerte.

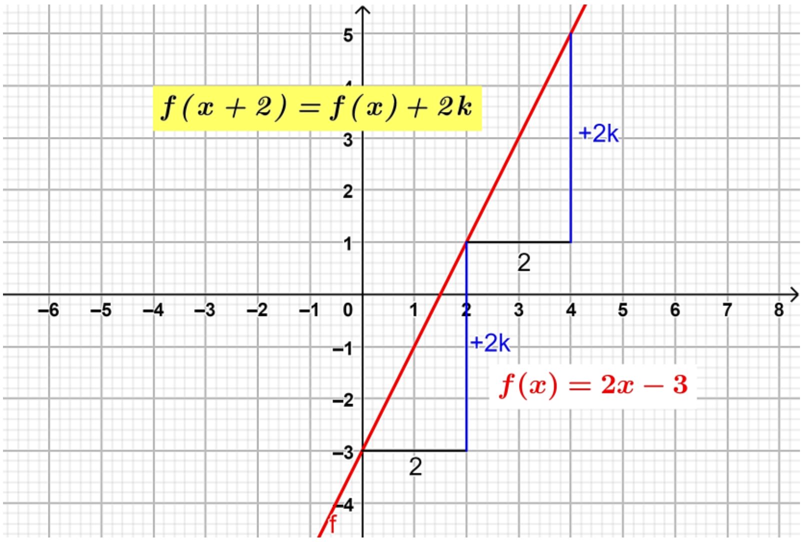
Video 9/13

1) Wird das Argument **um 1** erhöht, dann ändert sich der Funktionswert **um k**.
Wird das Argument **um 2** erhöht, dann ändert sich der Funktionswert **um 2k**.

$$f(x+1) = f(x) + k \quad \Leftrightarrow \quad k = f(x+1) - f(x)$$

$$f(x+2) = f(x) + 2k \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{f(x+2) - f(x)}{2}$$





2) Wird das Argument um n erhöht, dann ändert sich der Funktionswert um $k \cdot n$.

$$\boldsymbol{f(x+n) = f(x) + k \cdot n} \quad (n > 0)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$k = \frac{f(x+n) - f(x)}{n}$$

Deutung einer Gleichung* - 1_670, FA2.4, Offenes Antwortformat

Ein mit Helium gefüllter Ballon steigt lotrecht auf. Die jeweilige Höhe des Ballons über einer ebenen Fläche kann durch eine lineare Funktion h in Abhängigkeit von der Zeit t modelliert werden. Die Höhe $h(t)$ wird in Metern, die Zeit t in Sekunden gemessen.
Deuten Sie die Gleichung $h(t+1) - h(t) = 2$ im gegebenen Kontext unter Angabe der richtigen Einheiten!

Eigenschaften einer linearen Funktion* - 1_363, FA2.4, 2 aus 5

Eine Funktion f wird durch die Funktionsgleichung $f(x) = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ und $k \neq 0$ beschrieben.

Kreuzen Sie die beiden auf f zutreffenden Aussagen an.

f kann lokale Extremstellen haben.	☐
$f(x + 1) = f(x) + d$	☐
f hat immer genau eine Nullstelle.	☐
$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = k$ für $x_1 \neq x_2$	☐
Die Krümmung des Graphen der Funktion f ist für $k < 0$ negativ.	☐

Lineare Funktion* - 1_1186, FA2.4, Lückentext

Gegeben ist die lineare Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = k \cdot x + d$ und $k, d \in \mathbb{R}$.

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass auf jeden Fall eine richtige Aussage entsteht.

Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: ______①______ = ______②______.

①	
$f(x + 1)$	☐
$f(x + 2)$	☐
$f(x + 1) + f(x + 1)$	☐

②	
$f(x) + 2 \cdot k$	☐
$f(x) + d$	☐
$2 \cdot f(x) + 2$	☐

Lineare Funktion* - 1_766, FA2.4, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist eine lineare Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ und $k \neq 0$.

Es gilt: $\frac{f(5) - f(a)}{2} = k$ für ein $a \in \mathbb{R}$.

Geben Sie a an.

$a =$ ________________________________

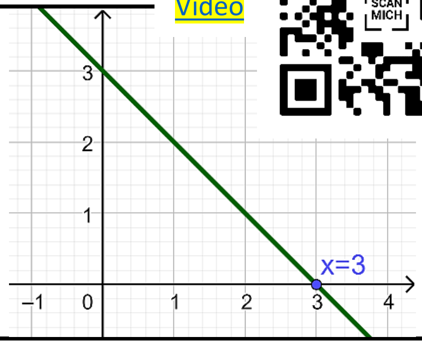
2.5 Nullstellen von linearen Funktionen

Video

An der **Nullstelle** (**STELLE = x-Wert**) nimmt die Funktion den **Funktionswert** (y-Wert) **0** an. Ist **x die Nullstelle** von f, so gilt:

$$\boldsymbol{f(x) = 0}$$

Der Punkt (x|0) heißt Nullpunkt des Graphen der Funktion f. Der Nullpunkt ist der Schnittpunkt des Funktionsgraphen mit der x-Achse.

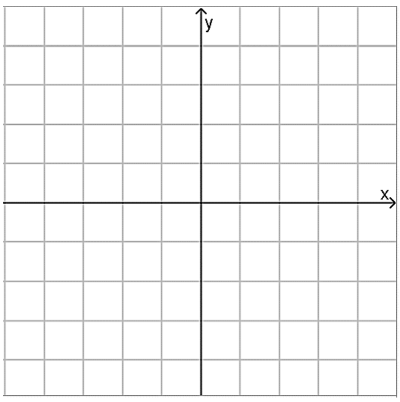


Bsp. 9) Berechne die Nullstelle der linearen Funktion.

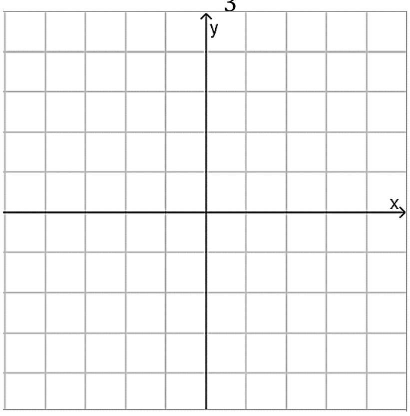
a. $f(x) = x - 6$	**b.** $f(x) = -5x$	**c.** $f(x) = \frac{4}{5}x + 1$

Bsp. 10) Ermittle graphisch die Nullstelle. Skaliere die Achse passend.

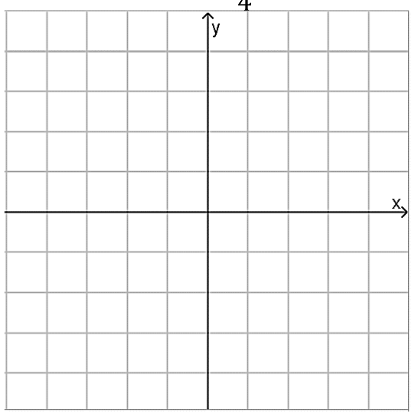
$f(x) = x - 1{,}5$



$f(x) = \frac{2}{3}x - 2$



$f(x) = -\frac{3}{4}x + 2$



3. Aufstellen von linearen Funktion

3.1 Parallele und normale Geraden

Video 11/13

2 Geraden $f_1(x) = k_1x + d_1$ *und* $f_2(x) = k_2x + d_2$ sind **parallel**, wenn sie die <u>gleiche Steigung</u> haben.

$$k_1 = k_2 \quad \Leftrightarrow \quad f_1 \parallel f_2$$

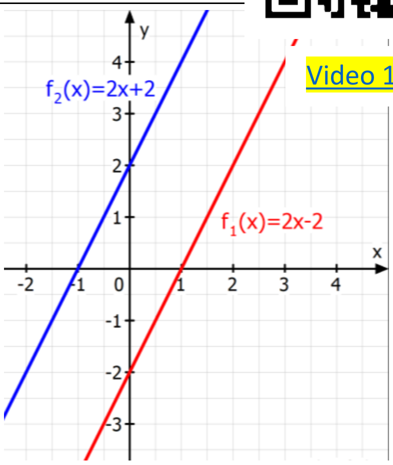
Sie sind aber nicht ident, wenn gilt:

$$d_1 \neq d_2$$

<u>Beispiel</u>: $f_1(x) = 2x + 2$; $f_2(x) = 2x - 2$

$$k_1 = 2 \ \& \ d_1 = 2$$
$$k_2 = 2 \ \& \ d_2 = -2$$
$$\rightarrow \ k_1 = k_2 \ ; \ d_1 \neq d_2$$

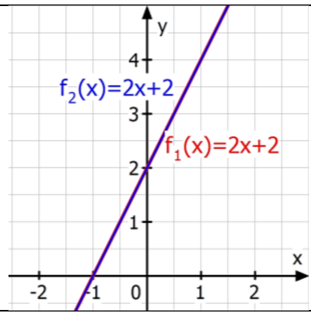
f_1 und f_2 sind parallele Geraden, d.h. $f_1 \parallel f_2$.



2 Geraden $f_1(x) = k_1x + d_1$ *und* $f_2(x) = k_2x + d_2$ sind **ident**, wenn sie die <u>gleiche Steigung</u> und den <u>gleichen y-Abschnitt d</u> haben.

$$k_1 = k_2 \ \& \ d_1 = d_2 \quad \Leftrightarrow \quad f_1 = f_2$$

<u>Beispiel</u>: $f_1(x) = 2x + 2$; $f_2(x) = 2x + 2$



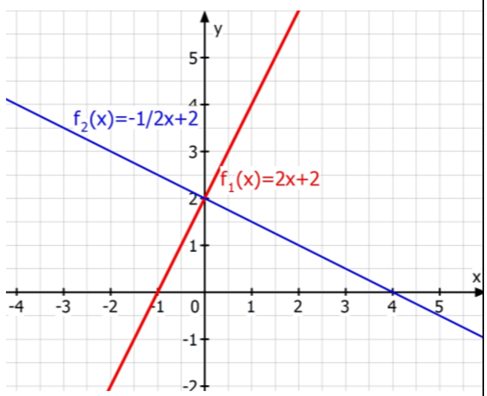
2 Geraden $f_1(x) = k_1x + d_1$ *und* $f_2(x) = k_2x + d_2$ sind zueinander **normale Geraden**, wenn folgender Zusammenhang gilt.

$$k_1 = -\frac{1}{k_2} \ \Leftrightarrow \boldsymbol{k_1 \cdot k_2 = -1} \ \Leftrightarrow f_1 \perp f_2$$

<u>Beispiel</u>: $f_1(x) = -\frac{1}{2}x$; $f_2(x) = 2x$

$$k_1 = -\frac{1}{2}$$
$$k_2 = 2$$
$$\rightarrow \ k_1 \cdot k_2 = -\frac{1}{2} \cdot 2 = -1$$

f_1 und f_2 sind normal zueinander, d.h. $f_1 \perp f_2$



Bsp. 11) Bestimme die Funktionsgleichung der zu g **1)** parallelen **2)** normalen Geraden durch den Punkt R.

a. $g(x) = -2x + 1$; $R = (1|-2)$

parallele Gerade	normale Gerade

b. $g(x) = \frac{1}{5}x - 1\ ;\ R = (-5|0)$

parallele Gerade	normale Gerade

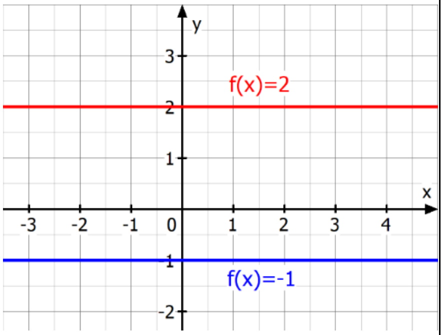
3.2 Spezialfälle von linearen Funktionen / Termdarstellungen besonderer Geraden

Video

Fall 1: $k = 0$
$f(x) = d$

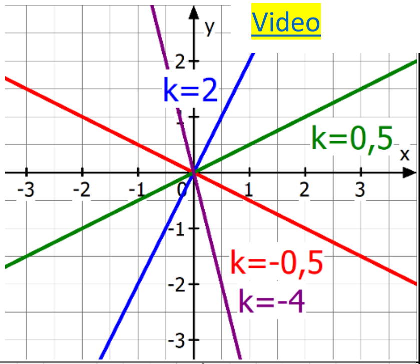
Graph parallel zur x-Achse (konstante Funktion mit Höhe von d)

In unserem Beispiel: $d = 2$



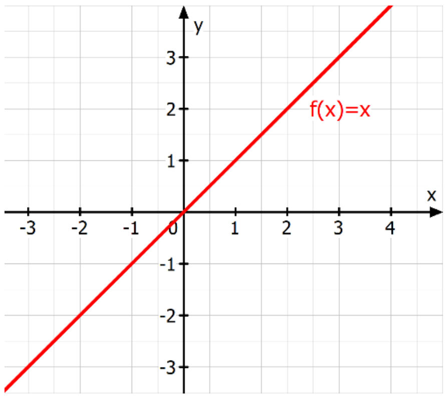
Fall 2: $d = 0$
$f(x) = k \cdot x$

Graph geht mit der Steigung k durch (0|0)



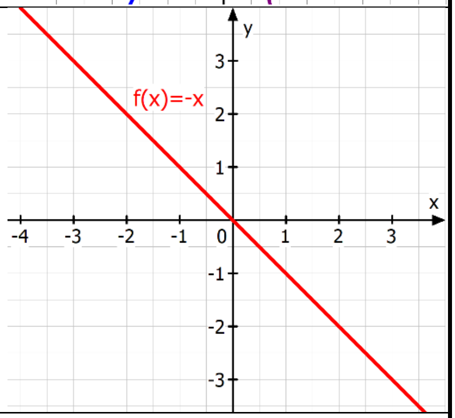
Fall 3: $k = 1; d = 0$
$f(x) = x$

Graph entspricht der 1. Mediane



Fall 4: $k = -1; d = 0$
$f(x) = -x$

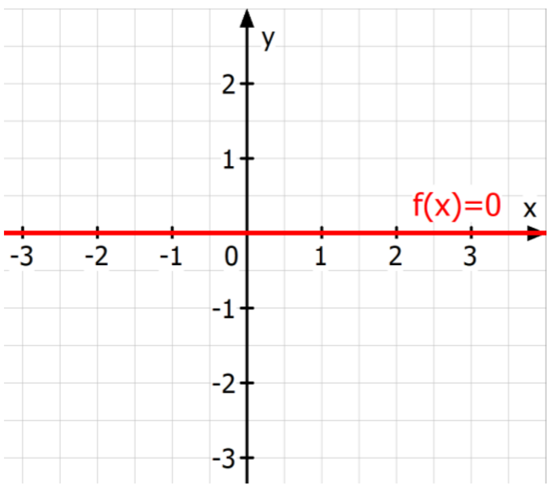
Graph entspricht der 2. Mediane



Fall 5: Darstellung x-Achse

Für die **x-Achse** gilt der Spezialfall $k = 0\ und\ d = 0$:
$f(x) = 0$

allgemein (waagrechte Geraden – Fall 1): $f(x) = d$

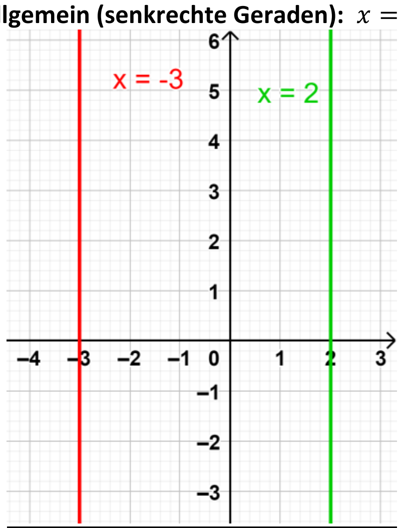


Achtung: y-Achse ist keine (lineare) Funktion

Die y-Achse ist kein Graph einer Funktion, da es zu einem x-Wert beliebig viele y-Werte gibt. Da aber die y-Achse aus allen Punkten mit x-Koordinate 0 besteht, kannst du sie durch folgende Gleichung (nicht Funktion!) beschreiben:

y-Achse: $x = 0$

allgemein (senkrechte Geraden): $x = a$



Bsp. 12) Bestimme die Termdarstellungen der beiden Geraden, die zur **1)** x-Achse bzw. **2)** y-Achse parallel sind und durch den Punkt P gehen.

a. $P = (3\|-7)$ Parallel zur x-Achse: Parallel zur y-Achse:	**b.** $P = (-6\|2)$ Parallel zur x-Achse: Parallel zur y-Achse:

Bsp. 13) Bestimme jeweils die Gleichungen 1) der senkrechten Geraden, 2) der waagrechten Geraden bzw. 3) der Geraden parallel zur 1. Mediane, die durch den Punkt R gehen.

a. $R = (-3\|3)$ Senkrechte Gerade: Waagrechte Gerade: Parallel zur 1. Mediane:	**b.** $P = (-3000\| -2500)$ Senkrechte Gerade: Waagrechte Gerade: Parallel zur 1. Mediane:

Bsp. 14) Von einer linearen Funktion mit der Funktionsgleichung $y = kx + d$ sind einige Eigenschaften des Funktionsgraphen gegeben. Bestimme rechnerisch die Funktionsgleichung.

a. $f: waagrecht,;\ A = (1\|5)$	**b.** $f: k = -3;\ B = (-1\| -2)$

Schnittpunkt einer Geraden mit der x-Achse* - 1_885, FA2.3, Halboffenes Antwortformat

Jede Gleichung der Form $y = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ beschreibt eine Gerade in der Ebene.

Geben Sie diejenigen Bedingungen an, die die Parameter k und d einer solchen Geraden auf jeden Fall erfüllen müssen, damit diese keinen Schnittpunkt mit der x-Achse hat.

Bedingung für k: ____

Bedingung für d: ____

4. Interpretationen in Anwendungsbeispielen

4.1 Interpretation von k und d

Interpretation der Parameter k und d einer linearen Funktion f mit $f(x) = kx + d$ im **Kontext**

- d entspricht dem „Anfangswert“ der Größe (wichtig: d ist in der **Einheit der Funktionswerte** gegeben, nicht in der Einheit der Argumente!!)
- Die Steigung k gibt eine Änderungsrate an. Allgemein gibt k die Änderung des Funktionswertes an, wenn sich das Argument um eine Einheit vergrößert. Für die Interpretation ist wichtig, zu wissen, in welcher Einheit die Funktionswerte (z.B. in Meter) und Argumente gegeben sind (z.B. in Sekunden -> Interpretation: Änderung pro Sekunde)
  Einheit von der Steigung k: Einheit der Funktionswerte **PRO** Einheit der Argumente (Meter pro Sekunde)

BSP1: Lineare Zeit-Ort Funktion $s(t) = 4t + 2$ $s(t)$ … *in Meter*; t … *in Sekunden*

- $\boldsymbol{d = s(0) = 2}$ - Anfangsweg beträgt 2 Meter (zu Beginn ist man 2 Meter vom Ausgangsort entfernt)
- $\boldsymbol{k = 4}$ –> Es werden 4 Meter pro Sekunde zurückgelegt (=**Geschwindigkeit**!).

$s(2) = 4 \cdot 2 + 2 = 10m$	Nach 2 Sekunden wurden 10 Meter zurückgelegt.
$s(5) = 22m$	Nach 5 Sekunden wurden 22 Meter zurückgelegt.
$s(10) = 42m$	Nach 10 Sekunden wurden 42 Meter zurückgelegt.

- **BSP2: Lineare Kostenfunktion**

Die gesamten Produktionskosten einer Ware setzen sich häufig aus zwei Teilen zusammen:

- **Fixkosten** (von Produktionsmenge unabhängig: Mietkosten, Stromkosten, Kosten zur Aufrechterhalten = Kosten, die immer anfallen; egal ob produziert wird oder nicht)
- **Variable Kosten** (hängen davon ab, wie viel produziert wird: Materialkosten, Lohnkosten, etc.)

Gesamtkosten = Variable Kosten + Fixkosten

$K(x) = 10000 + 5x$ $K(x)$ … *Kosten pro Stück in €*; x … *Stückanzahl*

- $\boldsymbol{d = K(0) = 10000}$ - **Fixkosten**
- $\boldsymbol{k = 5}$ - **Pro** produziertem **Stück** fallen 5€ **zusätzliche Kosten** an.

$K(0) = 10000€$	Die Gesamtkosten betragen bei 0 produzierten Stück (=Fixkosten) 10000€.
$K(5) = 10025€$	Die Gesamtkosten betragen bei 5 produzierten Stück 10025 €.
$K(4000) = 30000€$	Die Gesamtkosten betragen bei 4000 produzierten Stück 30000 €.

Bsp. 15) Ein Taxiunternehmen berechnet den Preis P (in €) für eine x-Kilometer lange Fahrt nach der Formel $P(x) = 0{,}4x + 3$. $P(x)$ … *in €* ; x … *in Kilometer*
Interpretiere im gegebenen Sachzusammenhang k und d.

- Parameter k:

- Parameter d:

Bsp. 16) Die Länge L (in mm) einer brennenden Kerze kann durch die lineare Funktion L mit $L(x) = kx + d$ beschrieben werden, wobei x die Brennzeit in Minuten angibt.

a. Interpretiere im Kontext die Bedeutung der Paramater k und d für $k = -0{,}4$ und $d = 160$.

- Parameter $k = -0{,}4$:

- Parameter $d = 160$:

b. Interpretiere **allgemein** die Bedeutung der Paramater k und d im Kontext.

- Parameter k:

- Parameter d:

Kerzenhöhe* - 1_718, FA2.2, Offenes Antwortformat

Eine brennende Kerze, die vor t Stunden angezündet wurde, hat die Höhe $h(t)$. Für die Höhe der Kerze gilt dabei näherungsweise $h(t) = a \cdot t + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.
Geben Sie für jeden der Koeffizienten a und b an, ob er positiv, negativ oder genau null sein muss.

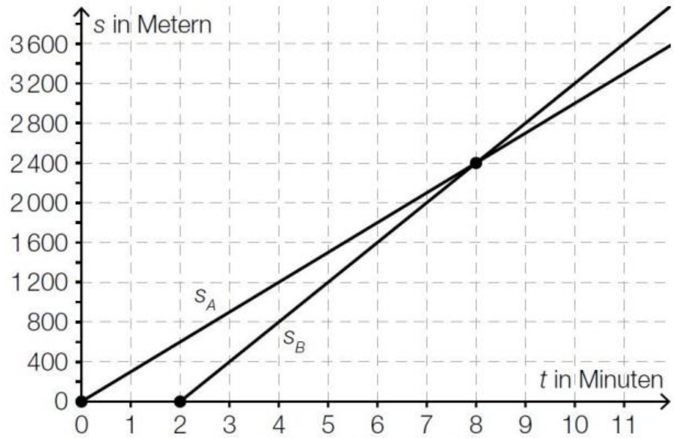
Produktionskosten* - 1_412, FA2.2, Offenes Antwortformat

Ein Betrieb gibt für die Abschätzung der Gesamtkosten $K(x)$ für x produzierte Stück einer Ware folgende Gleichung an: $K(x) = 25x + 12\,000$.
Interpretieren Sie die beiden Zahlenwerte 25 und 12 000 in diesem Kontext!

Radfahrer* - 1_621, FA2.2, 2 aus 5

Zwei Radfahrer A und B fahren mit Elektrofahrrädern vom gleichen Startpunkt aus mit jeweils konstanter Geschwindigkeit auf einer geradlinigen Straße in dieselbe Richtung.

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Funktionen s_A und s_B dargestellt, die den von den Radfahrern zurückgelegten Weg in Abhängigkeit von der Fahrzeit beschreiben. Die markierten Punkte haben die Koordinaten $(0|0)$, $(2|0)$ bzw. $(8|2400)$.

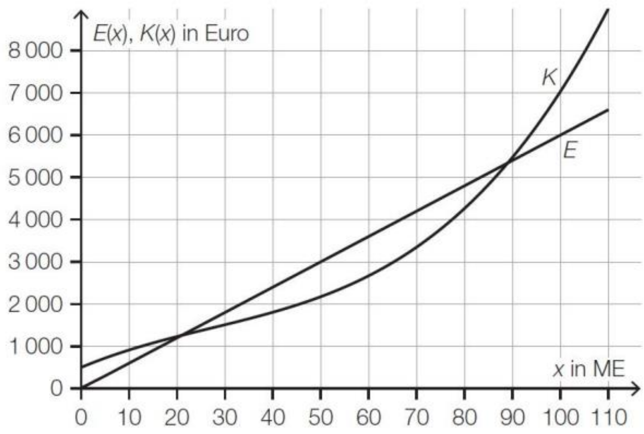


Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die der obigen Abbildung entnommen werden können!

Der Radfahrer B startet zwei Minuten später als der Radfahrer A.	☐
Die Geschwindigkeit des Radfahrers A beträgt 200 Meter pro Minute.	☐
Der Radfahrer B holt den Radfahrer A nach einer Fahrstrecke von 2,4 Kilometern ein.	☐
Acht Minuten nach dem Start von Radfahrer B sind die beiden Radfahrer gleich weit vom Startpunkt entfernt.	☐
Vier Minuten nach der Abfahrt des Radfahrers A sind die beiden Radfahrer 200 Meter voneinander entfernt.	☐

Produktionskosten (b) - 2_016, FA2.2 FA2.6, Halboffenes Antwortformat Offenes Antwortformat

Die unten stehende Abbildung zeigt die Graphen der Kostenfunktion K und der Erlösfunktion E eines bestimmten Betriebes. Mit x wird die Anzahl der produzierten und verkauften Mengeneinheiten (ME) pro Tag eines bestimmten Produkts bezeichnet. Pro Tag können höchstens 110 ME produziert werden.



b) 1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung die Fixkosten und den Verkaufspreis pro ME ab.

Fixkosten: __________ Euro

Verkaufspreis pro ME: __________ Euro

Der Verkaufspreis wird um 25 % verringert.

2) Berechnen Sie den Erlös für 110 ME.

Wasserkosten* - 1_390, FA2.3, Offenes Antwortformat

Die monatlichen Wasserkosten eines Haushalts bei einem Verbrauch von x m³ Wasser können durch eine Funktion K mit der Gleichung $K(x) = a + b \cdot x$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ beschrieben werden.
Erklären Sie, welche Bedeutung die Parameter a und b in diesem Zusammenhang haben!

Wert eines Gegenstandes* - 1_573, FA2.3, Offenes Antwortformat

Der Wert eines bestimmten Gegenstandes t Jahre nach der Anschaffung wird mit $W(t)$ angegeben und kann mithilfe der Gleichung $W(t) = -k \cdot t + d$ ($k, d \in \mathbb{R}^+$) berechnet werden ($W(t)$ in Euro).
Geben Sie die Bedeutung der Parameter k und d im Hinblick auf den Wert des Gegenstandes an!

Zug* - 1_765, FA2.3, Lückentext

Ein Zug bewegt sich bis zum Zeitpunkt $t = 0$ mit konstanter Geschwindigkeit vorwärts. Ab dem Zeitpunkt $t = 0$ erhöht der Zug seine Geschwindigkeit.

Die Funktion v ordnet dem Zeitpunkt t mit $0 \leq t \leq 60$ die Geschwindigkeit $v(t) = a \cdot t + b$ zu (t in s, $v(t)$ in m/s, $a, b \in \mathbb{R}$).

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

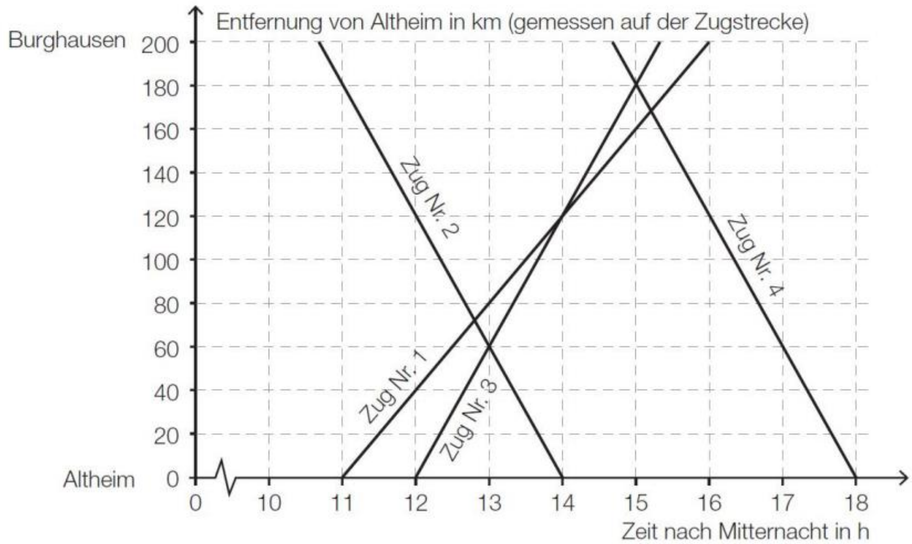
Für den Parameter a gilt ___①___ und für den Parameter b gilt ___②___.

①	
$a < 0$	☐
$a = 0$	☐
$a > 0$	☐

②	
$b < 0$	☐
$b = 0$	☐
$b > 0$	☐

Eisenbahn (b) - 2_069, FA2.3, Offenes Antwortformat

In der nachstehenden Abbildung ist ein sogenannter Bildfahrplan für Züge zwischen Altheim und Burghausen dargestellt. Die Züge fahren dabei – vereinfacht betrachtet – mit konstanter Geschwindigkeit.



b) 1) Argumentieren Sie, dass die Züge Nr. 2 und Nr. 4 mit der gleichen Geschwindigkeit fahren.

Bruttogehalt und Nettogehalt* - 1_743, FA2.5, Offenes Antwortformat

Auf der Website des Finanzministeriums findet man einen Brutto-Netto-Rechner, der für jedes monatliche Bruttogehalt das entsprechende Nettogehalt berechnet.

Folgende Tabelle gibt Auskunft über einige Gehälter:

Bruttogehalt in €	1 500	2 000	2 500
Nettogehalt in €	1 199	1 483	1 749

Zeigen Sie unter Verwendung der in der obigen Tabelle angeführten Werte, dass zwischen dem Bruttogehalt und dem Nettogehalt kein linearer Zusammenhang besteht.

Lineare Zusammenhänge* - 1_646, FA2.5, 2 aus 5

Verbal gegebene Zusammenhänge können in bestimmten Fällen als lineare Funktionen betrachtet werden.
Welche der folgenden Zusammenhänge lassen sich mittels einer linearen Funktion beschreiben?
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Zusammenhänge an!

Die Wohnungskosten steigen jährlich um 10 % des aktuellen Wertes.	☐
Der Flächeninhalt eines quadratischen Grundstücks wächst mit zunehmender Seitenlänge.	☐
Der Umfang eines Kreises wächst mit zunehmendem Radius.	☐
Die Länge einer 17 cm hohen Kerze nimmt nach dem Anzünden in jeder Minute um 8 mm ab.	☐
In einer Bakterienkultur verdoppelt sich stündlich die Anzahl der Bakterien.	☐

Hurrikans - tropische Wirbelstürme* (a) - 2_110, FA2.5, Offenes Antwortformat

Die *Saffir-Simpson-Hurrikan-Skala* teilt Hurrikans anhand ihrer Windgeschwindigkeit in fünf Kategorien – von Kategorie 1 (schwach) bis Kategorie 5 (verwüstend) – ein.

a) Den einzelnen Hurrikan-Kategorien dieser Skala sind unterschiedliche Schadenspotenziale zugeordnet, die den verursachten Schaden beschreiben:

Hurrikan-Kategorie	1	2	3	4	5
Schadenspotenzial	1	10	50	250	500

Datenquelle: Pielke Jr., Roger A. und Christopher W. Landsea: Normalized Hurricane Damages in the United States: 1925–95. In: *Weather and Forecasting* 13(3) (1998), S. 621–631.

1) Weisen Sie unter Verwendung der Werte aus der Tabelle nach, dass der Zusammenhang zwischen der Hurrikan-Kategorie und dem Schadenspotenzial <u>nicht</u> linear und auch <u>nicht</u> exponentiell ist.

Direkte Proportionalität

Direkte Proportionalität* - 1_838, FA2.6, Halboffenes Antwortformat

Der Funktionsgraph einer linearen Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ verläuft durch die Punkte $A = (x_A|6)$ und $B = (12|16)$.

Bestimmen Sie die Koordinate x_A des Punktes A so, dass die Funktion f einen direkt proportionalen Zusammenhang beschreibt.

$x_A =$ ______________________

Futterbedarf* - 1_789, FA2.6, 1 aus 6

In einem Reitstall werden Pferde für t Tage eingestellt. Der tägliche Futterbedarf jedes dieser Pferde wird als konstant angenommen und mit c bezeichnet.

Die Funktion f beschreibt den gesamten Futterbedarf $f(p)$ für t Tage in Abhängigkeit von der Anzahl p der Pferde in diesem Reitstall.
Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an.

$f(p) = p + t + c$	☐
$f(p) = c + p \cdot t$	☐
$f(p) = c \cdot \frac{t}{p}$	☐
$f(p) = \frac{c}{p \cdot t}$	☐
$f(p) = c \cdot p \cdot t$	☐
$f(p) = \frac{p \cdot t}{c}$	☐

Hurrikans - tropische Wirbelstürme* (c) - 2_110, FA2.6, Offenes Antwortformat

Die *Saffir-Simpson-Hurrikan-Skala* teilt Hurrikans anhand ihrer Windgeschwindigkeit in fünf Kategorien – von Kategorie 1 (schwach) bis Kategorie 5 (verwüstend) – ein.

c) Windgeschwindigkeiten werden oft in Kilometern pro Stunde (km/h) oder Knoten (kn) angegeben.
Es gilt:
1 kn = 1,852 km/h

Zwischen der Windgeschwindigkeit v (in km/h) und der Windgeschwindigkeit v_k (in kn) besteht ein direkt proportionaler Zusammenhang.

1) Stellen Sie eine Gleichung auf, die diesen Zusammenhang beschreibt.