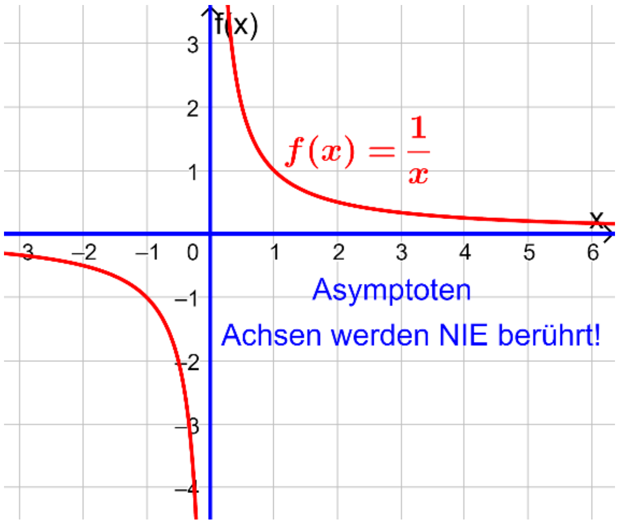
FA1.9 – Funktionstypen

Maturaskript AHS (28 Seiten)

Grundkompetenz:

- **FA1.9** einen Überblick über die wichtigsten (unten angeführten) Typen mathematischer Funktionen geben, ihre Eigenschaften vergleichen können

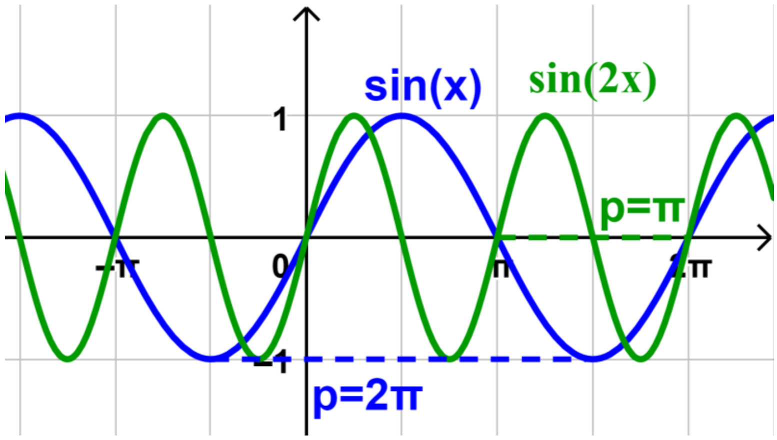


Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool



Prof. Tegischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

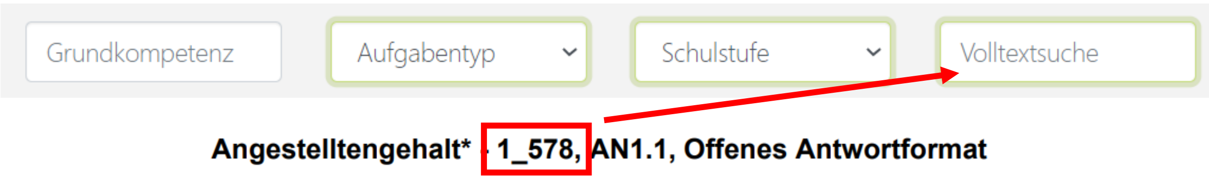
Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben (**Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool**)** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info*: bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, …) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=M
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**" die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.



Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. 1_578) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**" und „**GeoGebra**" erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**" erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	**Weitere Regeln für Lehrpersonen**
▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen. ▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen. ▪ Sie dürfen mein Materialien **NICHT** gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden. ▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden. ▪ Bei einem **Missbrauch** erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	**WICHTIGSTE REGEL:** LehrerInnen dürfen die Materialien in **Ihrem eigenen Unterricht** verwenden: ▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen. ▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben. ▪ Es ist **nicht erlaubt**, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben. ▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

FA1.9 Funktionstypen

1. Konstante Funktion $f(x) = d$

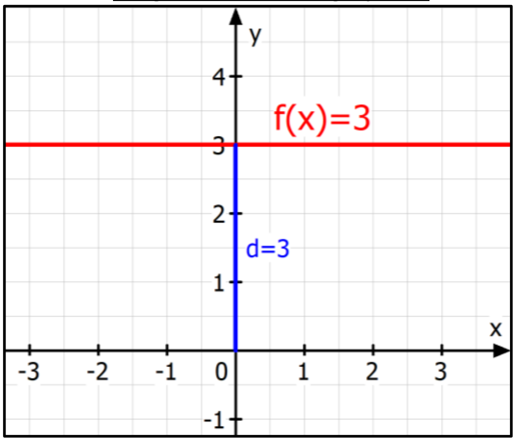
Funktionsgleichung: $f(x) = d$

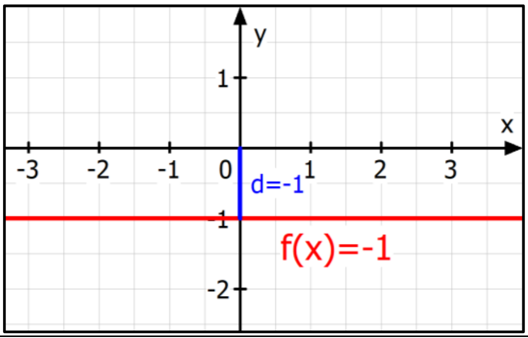
Bei einer konstanten Funktion nimmt die Funktion **für alle Argumente** (=x-Werte) stets den **selben Funktionswert** an.

Der Graph entspricht einer **Gerade OHNE Steigung**, der die y-Achse auf Höhe des Parameters d schneidet. Der Graph verläuft **parallel** zur **x-Achse**!

Die konstante Funktion ist ein Sonderfall der linearen Funktion (mit Steigung $k = 0$).

Mögliche Funktionsgraphen:





PARAMETER

$f(x) = \boldsymbol{d}$

Der **Parameter d** gibt den **Schnittpunkt** mit der **y-Achse** an.

Graphische Bestimmung: Die Strecke vom Ursprung bis zum Schnittpunkt auf der y-Achse entspricht dem Parameter d.

- unterhalb der x-Achse: $d < 0$
- oberhalb der x-Achse: $d > 0$

2. Lineare Funktion $f(x) = kx + d$

Funktionsgleichung: $f(x) = kx + d$

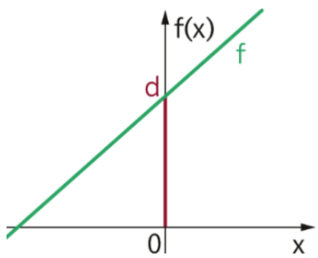
Der **Graph** einer linearen Funktion ist immer eine **Gerade**.

Parameter d (Ordinatenabschnitt oder y-Abschnitt):

Der Parameter d ist der Funktionswert an der Stelle $x = 0$:

$$\boldsymbol{d = f(0)}$$

Der Parameter d wird auch **Ordinatenabschnitt** (oder y-Abschnitt) an und gibt den Wert des **Schnittpunkts** der Geraden mit der **y-Achse** an.



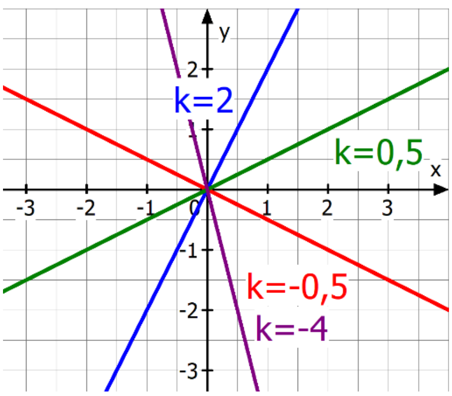
Parameter k (Steigung)

Der Parameter k gibt die **Steigung** der linearen Funktion an. Die Steigung k entspricht der Veränderung des Funktionswertes, wenn sich der x-Wert um +1 erhöht:

$$f(x+1) = f(x) + k$$

Die Steigung k kann graphisch oder rechnerisch bestimmt werden.

- $\boldsymbol{k > 0}$: Der Graph von f ist „steigend".
  Je größer k ist, desto stärker steigt die Funktion (Graph ist steiler)
- $\boldsymbol{k < 0}$: Der Graph von f ist „fallend".
  Je kleiner k ist, desto stärker fällt die Funktion (Graph ist steiler)
- $\boldsymbol{k = 0}$: Der Graph von f ist „konstant" (keine Steigung)



Bestimmung des Parameters k (GRAPHISCH):

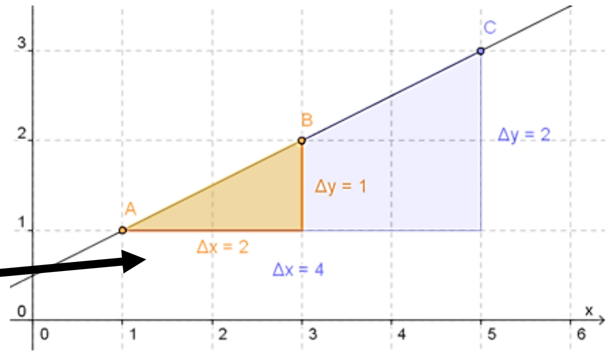
Der Wert der Steigung k einer linearen Funktion kann am Graphen aus jedem beliebigen Steigungsdreieck durch das **Verhältnis** von **senkrechter** zu **waagrechter** Seite ermittelt werden.

$$k = \frac{Höhenunterschied}{Längenunterschied} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Δy ... Länge der **senkrechten** Kathete (inkl. Vorzeichen!)

Δx ... Länge der **waagrechten** Kathete

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$



<u>MERKE</u>: Es kursiert bei einem **Steigungsdreieck** oft die Vermutung:

$$„Du\ musst\ 1\ nach\ rechts\ gehen, damit\ du\ die\ Steigung\ k\ bekommst“$$

Und es stimmt auch, da $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{1} = \Delta y$

D.h. wenn $\Delta x = 1$, es gilt: $k = \Delta y$

<u>ABER</u>: Du musst **nicht zwingend** für die Bestimmung der Steigung **nur um 1 nach rechts** gehen. Du kannst **beliebig viel nach rechts** gehen (Δx kann beliebig groß sein), da das Verhältnis $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ immer gleich bleibt! Bei einigen Graphen musst du sogar ein größeres Steigungsdreieck wählen, wenn du die extakte Steigung haben möchtest.

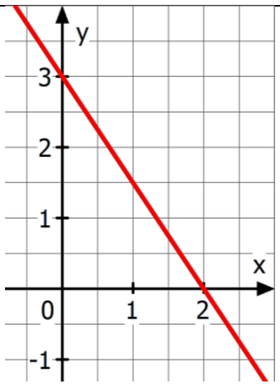
Bestimmung des Parameters k (RECHNERISCH):

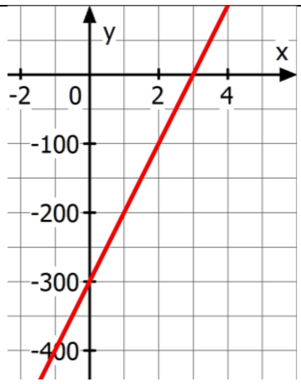
Wenn du **zwei Punkte** einer linearen Funktion kennst, kannst du jederzeit die **Steigung k** und in weiterer Folge den **Ordinatenabschnitt d** bestimmen. Die **Punkte** kannst du auch aus der **Wertetabelle** ablesen.

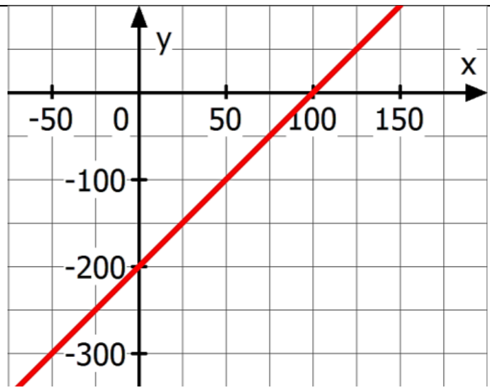
$$\boldsymbol{k} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (= \boldsymbol{Differenzenquotient})$$

$$\mathbf{1.}\,\boldsymbol{Punkt}\ (x_1|y_1)\ \ und\ \mathbf{2.}\,\boldsymbol{Punkt}\ (x_2|y_2)\ mit\ x_1 < x_2$$

Bsp. 1) Ermittle graphisch die lineare Funktionsgleichung.



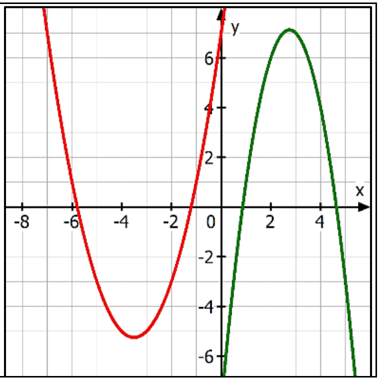




3. Quadratische Funktion $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c \; oder \; f(x) = a \cdot (x-m)^2 + n}$

Funktionsgleichung:

- **Hauptform**: $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Scheitelpunktform**: $f(x) = a \cdot (x-m)^2 + n$



❖ Der Graph einer quadratischen Funktion ist **IMMER** eine **Parabel** und damit ∪- oder ∩-förmig.

❖ Quadratische Funktionen haben immer genau einen **Hoch- oder Tiefpunkt**. Diesen nennt man **Scheitelpunkt (**oder **Scheitel**).

3.1 Hauptform $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$

Parameter a

- $\boldsymbol{a > 0}$: $Parabel\ ist\ nach\ oben\ geöffnet$
- $\boldsymbol{a < 0}$: $Parabel\ ist\ nach\ unten\ geöffnet$
- $|\boldsymbol{a}| > \boldsymbol{1}$: $Parabel\ in\ y - Richtung\ gestreckt\ (steiler!)$
- $|\boldsymbol{a}| < \boldsymbol{1}$: $Parabel\ in\ y - Richtung\ gestaucht\ (flacher!)$
- **Graphische Bestimmung**: Vom Scheitel aus eins nach rechts und den **Abstand senkrecht** zum **Graphen** messen ($= a$)

Parameter c

Der Parameter $c \in \mathbb{R}$ bewirkt eine **Verschiebung des Graphen** um c **entlang der y-Achse**.

Ist $\boldsymbol{c > 0}$, wird die Funktion **um c nach oben** verschoben.	Ist $\boldsymbol{c < 0}$, wird die Funktion **um c nach unten** verschoben.

Parameter b

Der Parameter b verschiebt den **Scheitelpunkt** entlang **einer Kurve** nach rechts oder links. D.h. ist der Parameter b gegeben, so liegt der Scheitelpunkt **NICHT mehr** auf der **y-Achse**.

Die **Problematik** ist, dass der Parameter b den Scheitelpunkt nach **rechts/links** UND nach **unten/oben** verschiebt. Aufgrund dessen kann b nicht anschaulich abgelesen werden.

Bemerkungen zu Parametern a und c:

- **Parameter a** kann graphisch noch analog bestimmt werden, indem man vom Scheitelpunkt 1 nach rechts geht und dann den Abstand senkrecht zum Graphen misst. Dieser Abstand entspricht dem Parameter a.

Parameter c verschiebt den Funktionsgraphen weiterhin um den Wert c nach oben/unten. Jedoch kann der Parameter c nicht mehr einfach abgelesen werden.

3.2 Scheitelpunktform $\boldsymbol{f(x) = a \cdot (x-m)^2 + n}$

Wie der Name „Scheitelpunktform“ bereits vermuten lässt, können die **Koordinaten** des **Scheitels** aus der Funktionsgleichung **direkt abgelesen** werden: $\boldsymbol{S = (m|n)}$

$$f(x) = \boldsymbol{a} \cdot (x - \boldsymbol{m})^2 + \boldsymbol{n}$$

Parameter a (vgl. **Teil 1/3 Aufbau der Hauptform):**

- $\boldsymbol{a > 0}$: $Parabel\ ist\ nach\ oben\ geöffnet$
- $\boldsymbol{a < 0}$: $Parabel\ ist\ nach\ unten\ geöffnet$
- $|\boldsymbol{a}| > \boldsymbol{1}$: $Parabel\ in\ y - Richtung\ gestreckt\ (steiler!)$
- $|\boldsymbol{a}| < \boldsymbol{1}$: $Parabel\ in\ y - Richtung\ gestaucht\ (flacher!)$
- **Graphische Bestimmung**: Vom Scheitel aus eins nach rechts und den **Abstand senkrecht** zum **Graphen** messen ($= a$)

x-Koordinate des **Scheitels**
Aufpassen auf das MINUS davor!

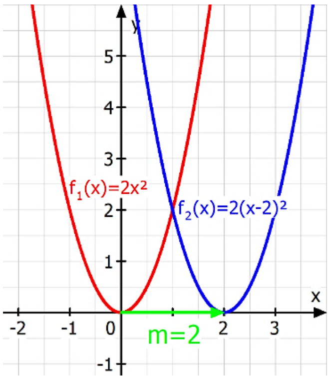
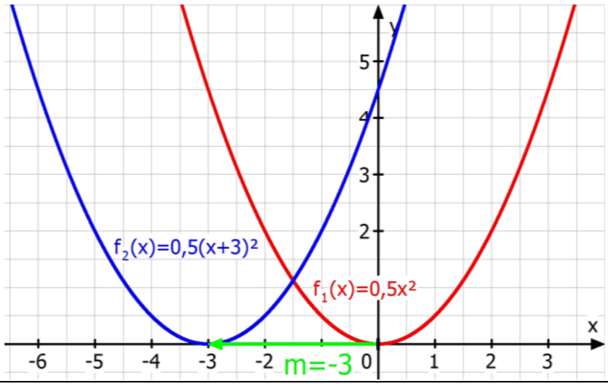
y-Koordinate des **Scheitels**

Scheitelpunkt: $\boldsymbol{S = (m|n)}$

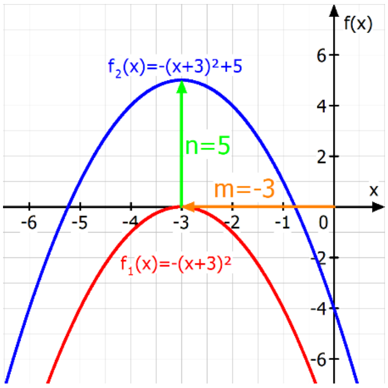
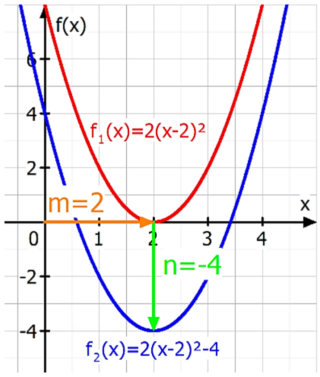
Symmetrieachse: Die **Symmetrieachse** ist analog zur **Hauptform** parallel zur y-Achse und verläuft durch die **x-Koordinate** des **Scheitelpunktes**. Da die x-Koordinate des Scheitels dem Parameter m entspricht, gilt für die Symmetrieachse folgende Geradengleichung:

$$\boldsymbol{x = m}$$

Auswirkungen des Parameters m: Quadratische Funktionen der Form $f(x) = a(x - m)^2$

Der **Parameter m** bewirkt eine **waagrechte Verschiebung** des Funktionsgraphen um **m Einheiten** entlang der **x-Achse.**	
Ist $m > 0$, so tritt eine Verschiebung **um m** nach **rechts** ein. (**ACHTUNG**: In der Klammer steht ein -) 	Ist $m < 0$, so wird der Graph **um m** nach **links** verschoben. (**ACHTUNG**: In der Klammer steht ein **+**) 

Auswirkungen des Parameters n: Quadratische Funktionen der Form $f(x) = a(x - m)^2 + n$

Der **Parameter n** bewirkt eine **senkrechte Verschiebung** des Funktionsgraphen um **n Einheiten** entlang der **y-Achse.**	
Ist $n > 0$, so tritt eine Verschiebung **um n** nach **oben** ein. 	Ist $n < 0$, so wird der Graph **um n** nach **unten** verschoben. 

Quadratische Funktion* - 1_367, FA1.5, 2 aus 5

Gegeben ist eine quadratische Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Der Graph von f hat zwei verschiedene reelle Nullstellen, wenn gilt: $a > 0$ und $b < 0$.	☐
Der Graph von f mit $b = 0$ berührt die x-Achse in der lokalen Extremstelle.	☐
Der Graph von f mit $b > 0$ berührt die x-Achse im Ursprung.	☐
Für $a < 0$ hat der Graph von f einen Tiefpunkt.	☐
Für die lokale Extremstelle x_s von f gilt immer: $x_s = b$.	☐

Quadratische Funktion* - 1_716, FA1.5, Lückentext

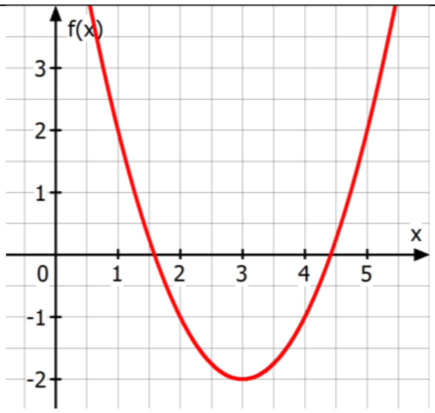
Gegeben ist eine quadratische Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$).
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Wenn ______①______ gilt, so hat die Funktion f auf jeden Fall ______②______.

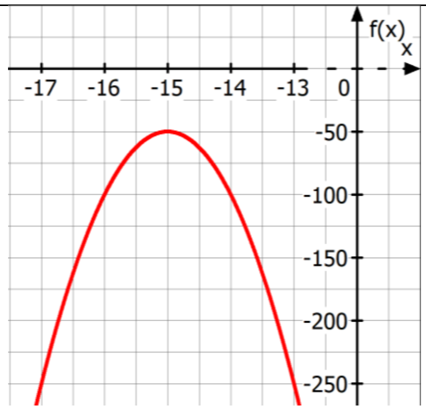
①	
$a < 0$	☐
$b = 0$	☐
$c > 0$	☐

②	
einen zur senkrechten Achse symmetrischen Graphen	☐
zwei reelle Nullstellen	☐
ein lokales Minimum	☐

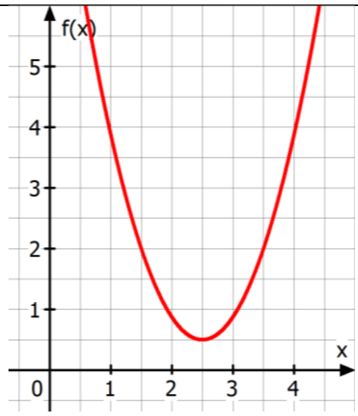
Bsp. 2) Bestimme die **Parameter a, m** und **n**. Gib den **Scheitel S** und die **Funktionsgleichung** der Form $f(x) = a(x-m)^2 + n$ an. Zeichne die **Symmetrieachse** ein und gib die Gleichung der **Symmetrieachse** an.



$a =$ $m =$ $n =$
$S =$ $f(x) =$

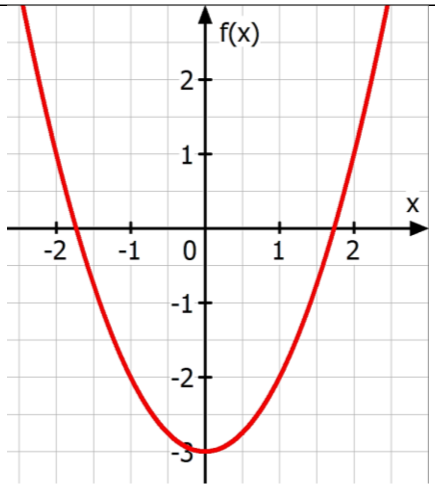


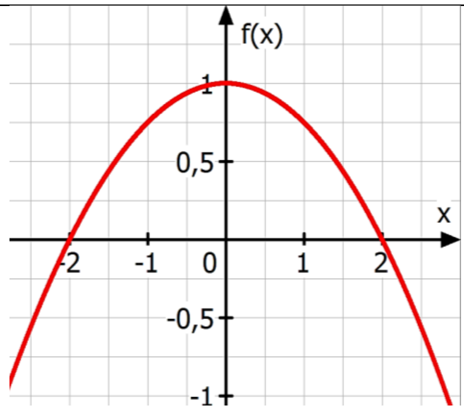
$a =$ $m =$ $n =$
$S =$ $f(x) =$

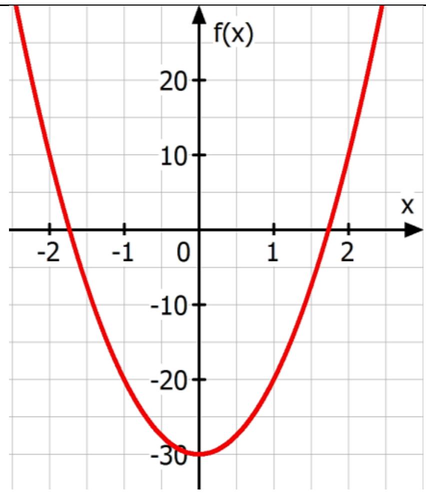


$a =$ $m =$ $n =$
$S =$ $f(x) =$

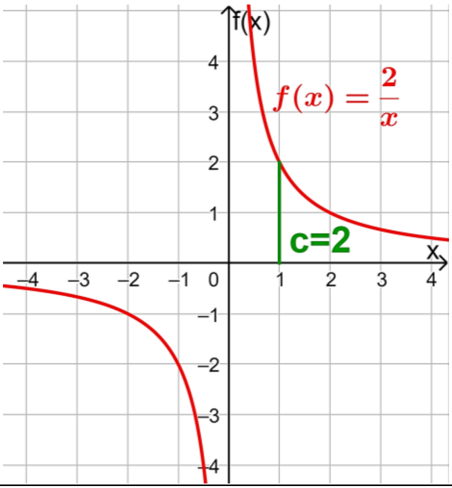
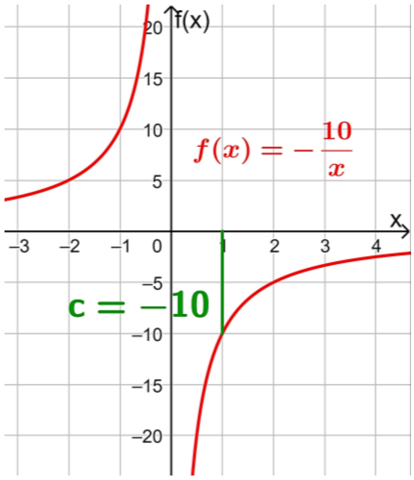
Bsp. 3) Bestimme die Funktionsgleichung vom Typ $f(x) = ax^2 + c$.







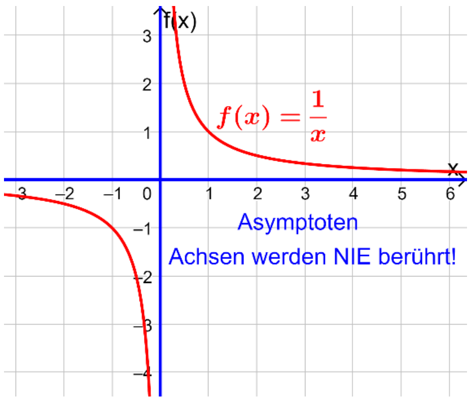
4. Gebrochen rationale Funktion $f(x) = \frac{c}{x}$

$c > 0$	$c < 0$
$f(x) = \frac{2}{x} \quad \dots \quad c = 2$	$f(x) = \frac{-10}{x} \quad \dots \quad c = -2$
 	

Eigenschaften:

1. Eigenschaften an der Stelle $x = 0$

- Der **Funktionswert** für das Argument $\boldsymbol{x = 0}$ **ist nicht definiert** (durch 0 darf nicht dividiert werden!), da $f(0) = \frac{c}{0}$ nicht definiert ist.
  Der Wert $x = 0$ muss daher aus der **Definitionsmenge** ausgenommen werden. Es gilt: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- An der Stelle $x = 0$ besitzt der Graph eine sogenannte **Polstelle**, d.h. die Funktionswerte gehen bei der Annäherung an die Definitionslücke gegen $+\infty$ oder $-\infty$.
  Beispiel: $f(x) = \frac{1}{x} \rightarrow f(0{,}000\,001) = \frac{1}{0{,}000\,001} = 1\,000\,000$ (je näher man sich der Stelle $x = 0$ nähert, umso größer (bei negativen Zahlen: kleiner) wird der Funktionswert -> Man nähert sich $+\infty$ oder $-\infty$ an.)



2. Weitere Eigenschaften zum Graphen

- Der Graph heißt **Hyperbel**.
- Gehen die x-Werte gegen $+\infty$ oder $-\infty$, gehen die Funktionswerte gegen 0.
  Bemerkung: *Je größer die Zahl ist, durch die dividiert wird, umso kleiner wird das Ergebnis.*
  Beispiel: $f(x) = \frac{1}{x} \rightarrow f(1000) = \frac{1}{1000} = 0{,}001$ (**Wert** wird nie 0!!!)
- Der Graph nähert sich also der x-Achse und y-Achse beliebig nahe, ohne die Achsen je zu erreichen. Man sagt: Die x-Achse und y-Achse sind **Asymptoten** der Funktion f.

3. Parameter c

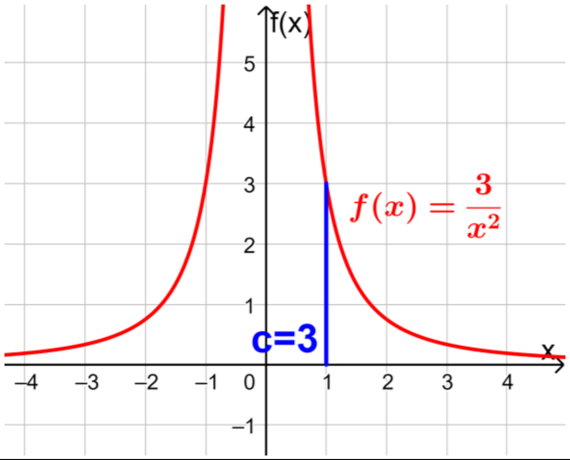
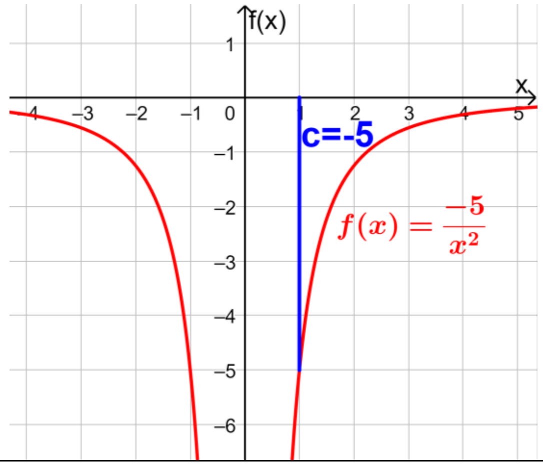
- Der Parameter c kann graphisch und rechnerisch bei $x = 1$ bestimmt werden, da $f(1) = \frac{c}{1} = c$ ist.
  D.h. der Punkt $P(1|c)$ liegt immer auf dem Graphen von f.
- Wird das Vorzeichen von c gewechselt, wird der Graph an der x-Achse gespiegelt.

4. Symmetrie

- Der Graph ist **punktsymmetrisch** bezüglich des Ursprungs, denn es gilt $f(-x) = -f(x)$:

$$f(-x) = \frac{c}{-x} = -\frac{c}{x} = -f(x)$$

5. Gebrochen rationale Funktion $f(x) = \frac{c}{x^2}$

$c > 0$	$c < 0$
$f(x) = \frac{3}{x^2}$ … $c = 3$	$f(x) = \frac{-5}{x^2}$ … $c = -5$
	

Eigenschaften:

1. **Eigenschaften an der Stelle $x = 0$**

- Der **Funktionswert** für das Argument $x = 0$ **ist nicht definiert**, da $f(0) = \frac{c}{0^2}$ nicht definiert ist. Der Wert $x = 0$ muss daher aus der **Definitionsmenge** ausgenommen werden. Es gilt: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- An der Stelle $x = 0$ beseitzt der Graph eine **Polstelle**, d.h. die Funktionswerte gehen bei der Annäherung an die Definitionslücke gegen $+\infty$ oder $-\infty$.

2. **Asymptoten**

- Gehen die x-Werte gegen $+\infty$ oder $-\infty$, gehen die Funktionswerte gegen 0.
- Der Graph nähert sich also der x-Achse und y-Achse beliebig nahe, ohne die Achsen je zu erreichen. Die x-Achse und y-Achse sind **Asymptoten** der Funktion f.

3. **Parameter c**

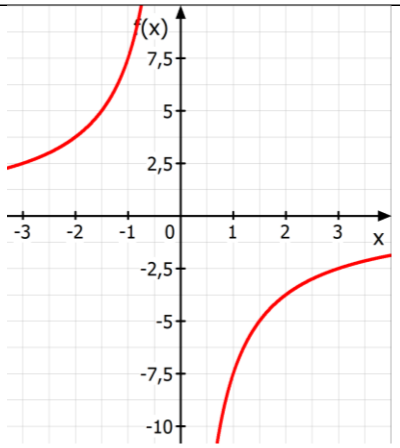
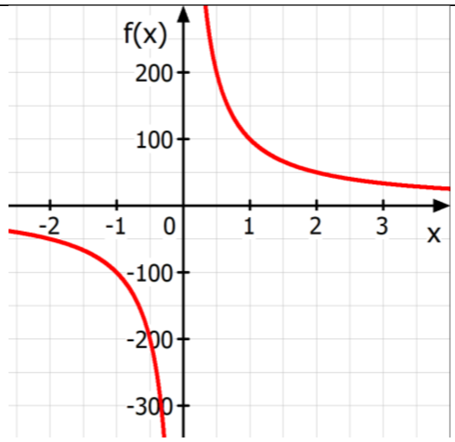
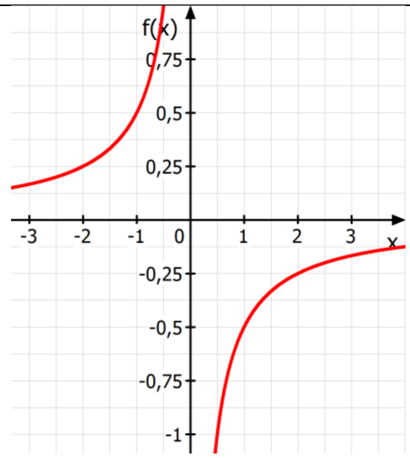
- Der Parameter c kann graphisch und rechnerisch bei $x = 1$ abgelesen werden, da $f(1) = \frac{c}{1^2} = c$ ist. D.h. der Punkt $P(1|c)$ liegt immer auf dem Graphen von f.
- Wird das Vorzeichen von c gewechselt, wird der Graph an der x-Achse gespiegelt.

4. **Symmetrie**

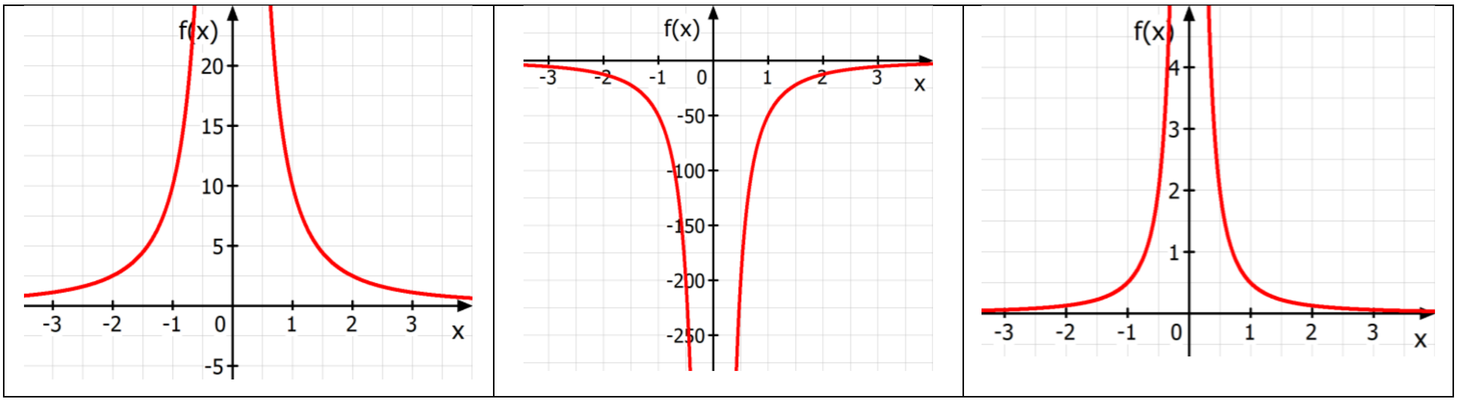
- Der Graph ist symmetrisch bezüglich der **senkrechten y-Achse**, da $f(-x) = f(x)$ gilt.

$$f(-x) = \frac{c}{(-x)^2} = \frac{c}{x^2} = f(x)$$

Bsp. 2) Bestimme die Funktionsgleichung und die Definitionsmenge der gegebenen Funktion $f(x) = \frac{c}{x}$, $c \in \mathbb{R}$.

Bsp. 5) Bestimme die Definitionsmenge und die Funktionsgleichung vom Typ $f(x) = \frac{c}{x^2}$, $c \in \mathbb{R}$.



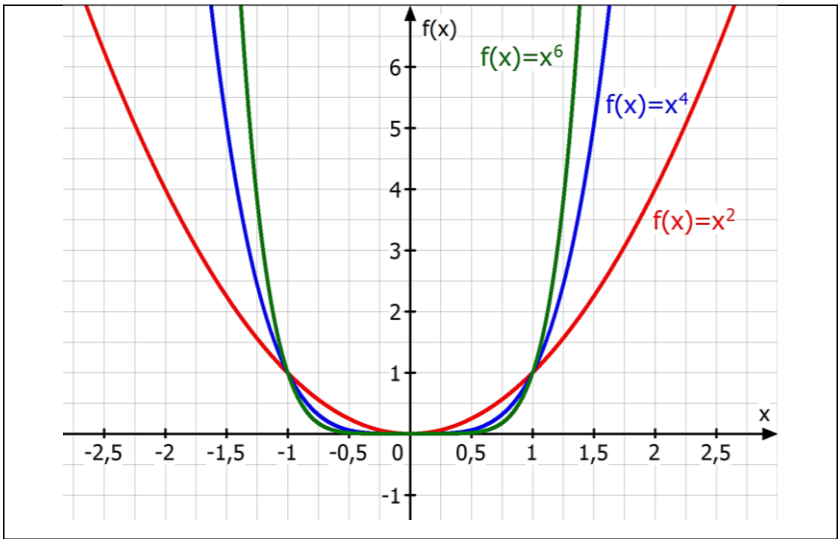
6. Potenzfunktionen

Eine reelle Funktion der Form $f(x) = a \cdot x^r$ $(a, r \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ nennt man **Potenzfunktion**.

Video

Bei Potenzfunktionen hängen die Eigenschaften sowie die Definitionsmenge der Funktion vom Exponenten ab. Wir betrachten folgende Fälle:

6.1 Potenzfunktionen mit geraden natürlichen Exponenten $(r \in \mathbb{N}_g)$

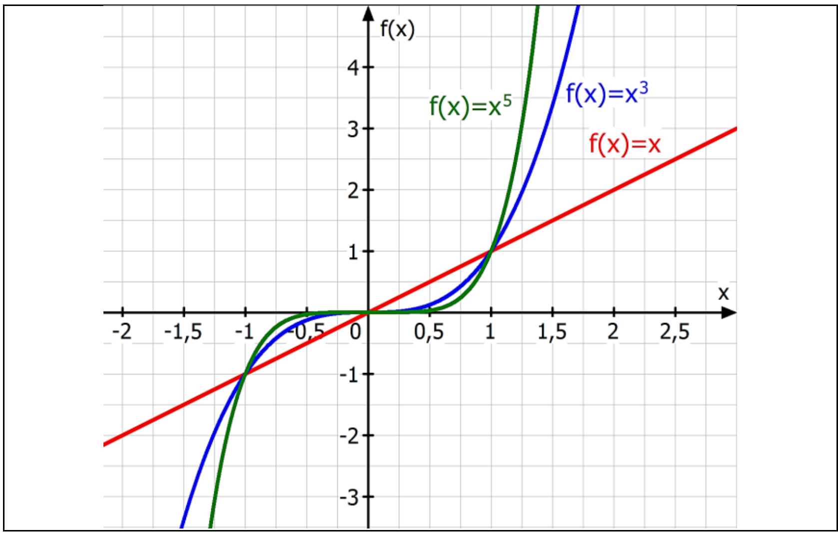


Eigenschaften

- **Definitionsmenge** $D = \mathbb{R}$
- für $x \leq 0$: streng monoton **fallend**
- für $x \geq 0$: streng monoton **steigend**
- **symmetrisch** bezüglich der y-Achse (gerade Funktion)
- Alle Graphen gehen durch folgende drei **Punkte**:

$$P_1 = (-1|1)$$
$$P_2 = (0|0)$$
$$P_3 = (1|1)$$

6.2 Potenzfunktionen mit ungeraden natürlichen Exponenten $(r \in \mathbb{N}_u)$



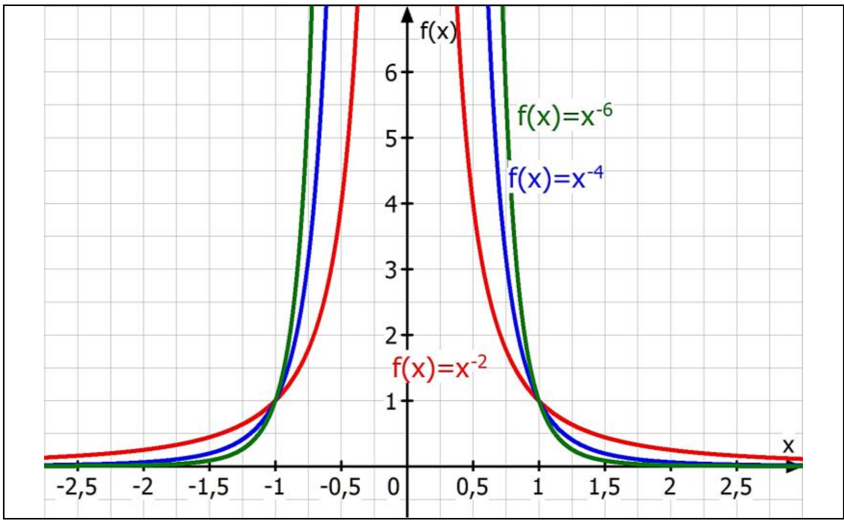
Eigenschaften

- **Definitionsmenge** $D = \mathbb{R}$
- für alle x: streng monoton **steigend**
- **punktsymmetrisch** bezüglich des Ursprungs (ungerade Funktion)
- Alle Graphen gehen durch folgende drei **Punkte**:

$$P_1 = (-1|-1)$$
$$P_2 = (0|0)$$
$$P_3 = (1|1)$$

6.3 Potenzfunktionen mit geraden negativen Exponenten

$$z.B.: \; f(x) = x^{-4} = \frac{1}{x^4} \quad \rightarrow \quad D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$$

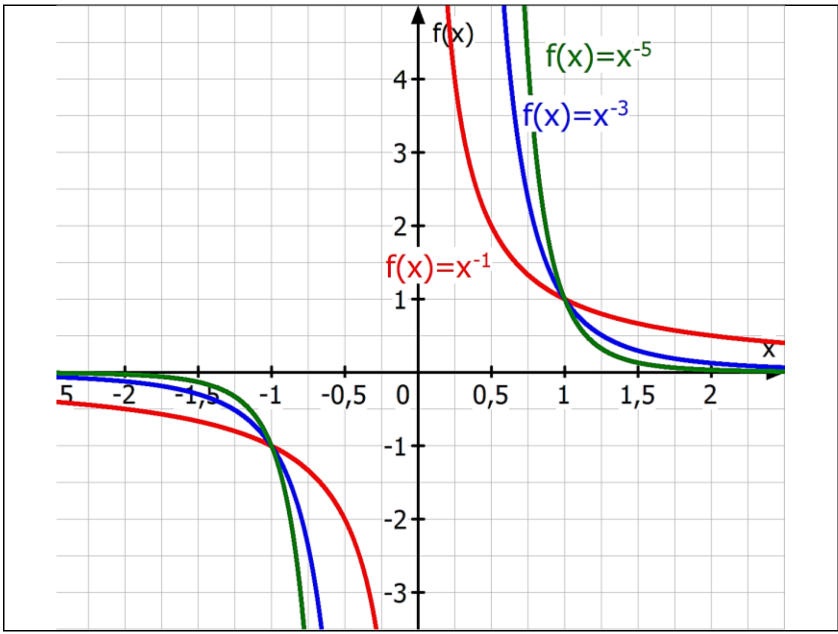


Eigenschaften

- **Definitionsmenge** $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$
- für $x < 0$: streng monoton **steigend**
- für $x > 0$: streng monoton **fallend**
- für $x = 0$: nicht definiert
- **symmetrisch** bezüglich der y-Achse (gerade Funktion)
- Alle Graphen gehen durch folgende zwei **Punkte**:

$$P_1 = (-1|1)$$
$$P_2 = (1|1)$$

6.4 Potenzfunktionen mit ungeraden negativen Exponenten



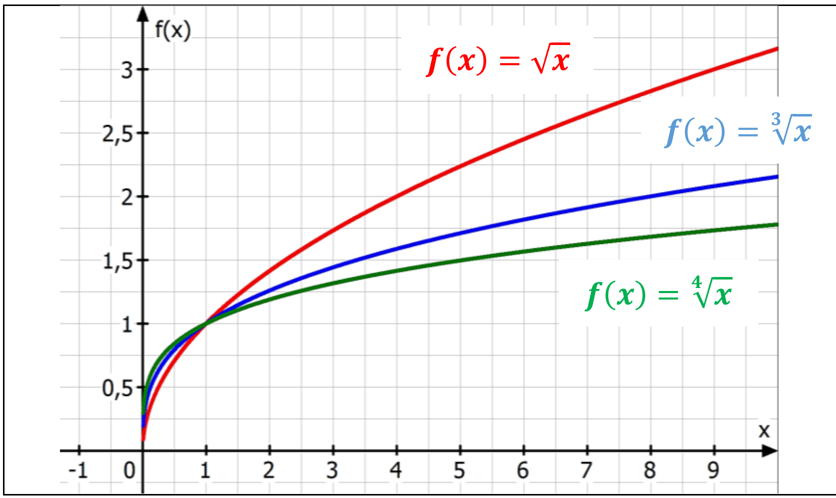
Eigenschaften

- **Definitionsmenge** $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$
- für $x < 0$: streng monoton **fallend**
- für $x > 0$: streng monoton **fallend**
- für $x = 0$: nicht definiert
- **punktsymmetrisch** bezüglich des Ursprungs (ungerade Funktion)
- Alle Graphen gehen durch folgende zwei **Punkte**:

$$P_1 = (-1|-1)$$
$$P_2 = (1|1)$$

6.5 Wurzelfunktionen: Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten

Funktionen vom Typ $f(x) = x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$ mit $D = \mathbb{R}_0^+$ und $n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$ nennt man **Wurzelfunktionen**.



Eigenschaften

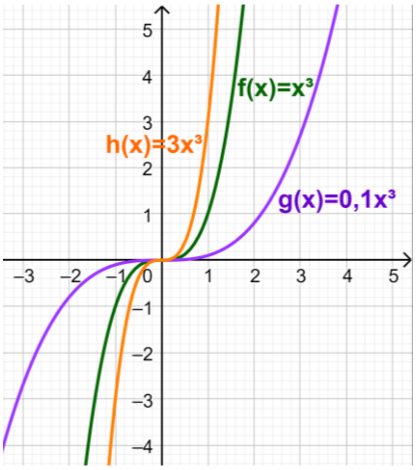
- **Definitionsmenge** $D = \mathbb{R}_0^+$
- für alle $x \in D$: streng monoton **steigend**
- Alle Graphen gehen durch folgende zwei **Punkte**:

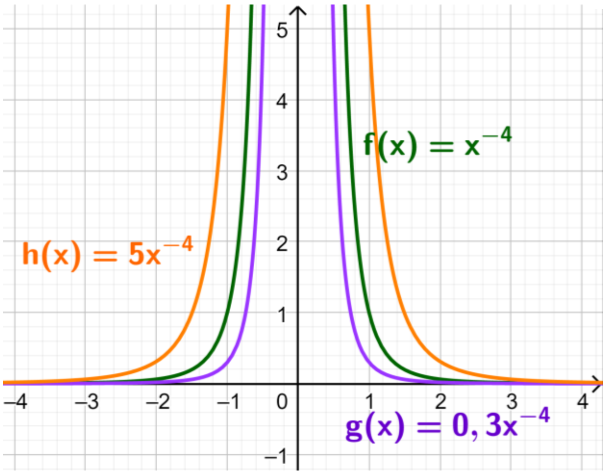
$$P_1 = (0|0)$$
$$P_2 = (1|1)$$

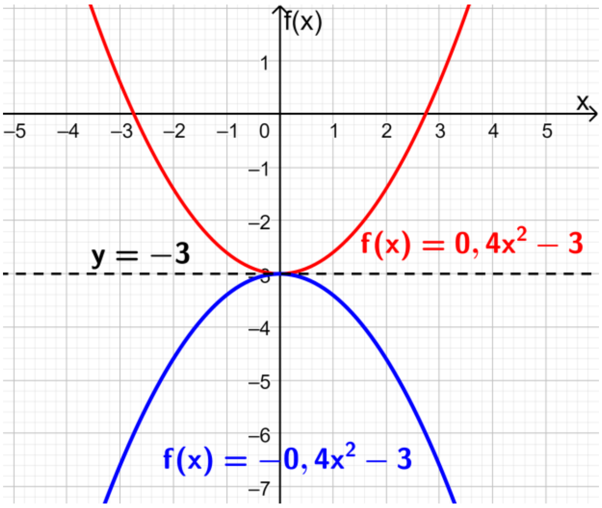
6.6 Wirkung der Parameter a,b einer Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^r + b$

Video

- Ist $|a| > 1$, so wird die ursprüngliche Potenzfunktion entlang $f(x) = x^r$ **entlang der y-Achse gestreckt**.
- Ist $|a| < 1$, so wird die ursprüngliche Potenzfunktion entlang $f(x) = x^r$ **entlang der y-Achse gestaucht**.
- Ist a negativ, so wird die Funktion an der Gerade $y = b$ gespiegelt.



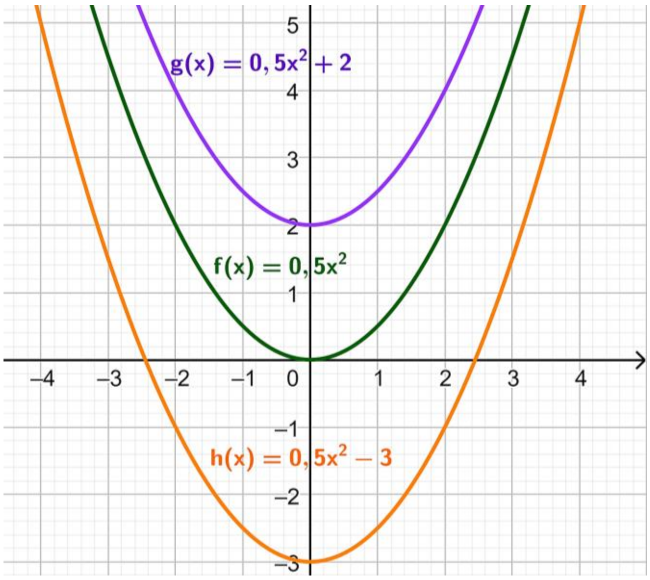




Der **Parameter b** bewirkt eine Verschiebung des Graphen $f(x) = a \cdot x^r$ um **b entlang der y-Achse**.

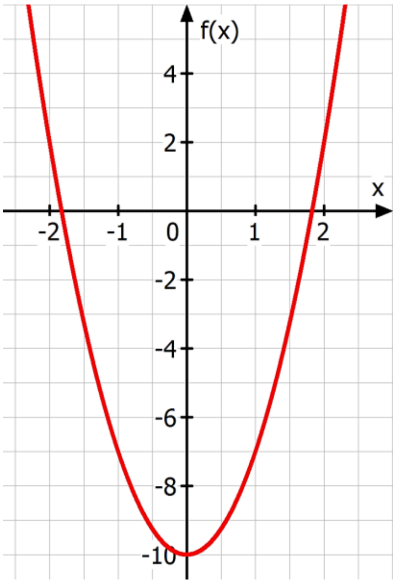
$\boldsymbol{b > 0}$: um b nach oben

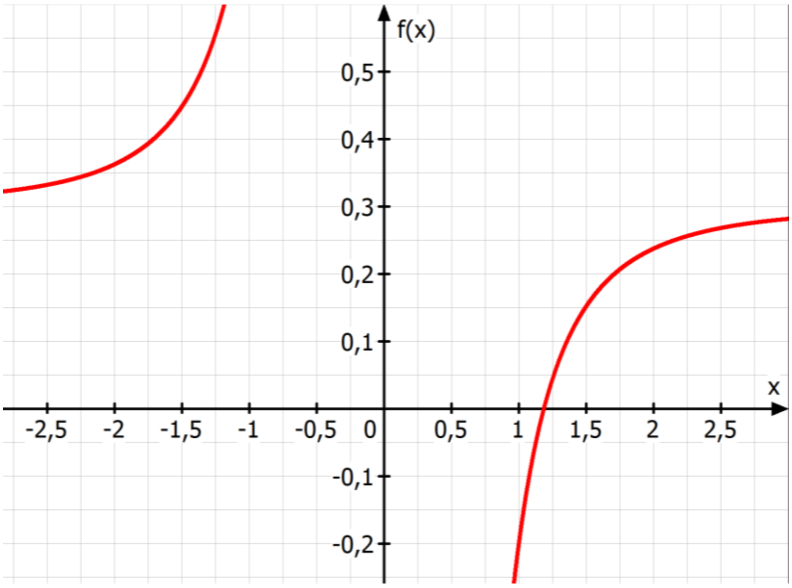
$\boldsymbol{b < 0}$: um b nach unten

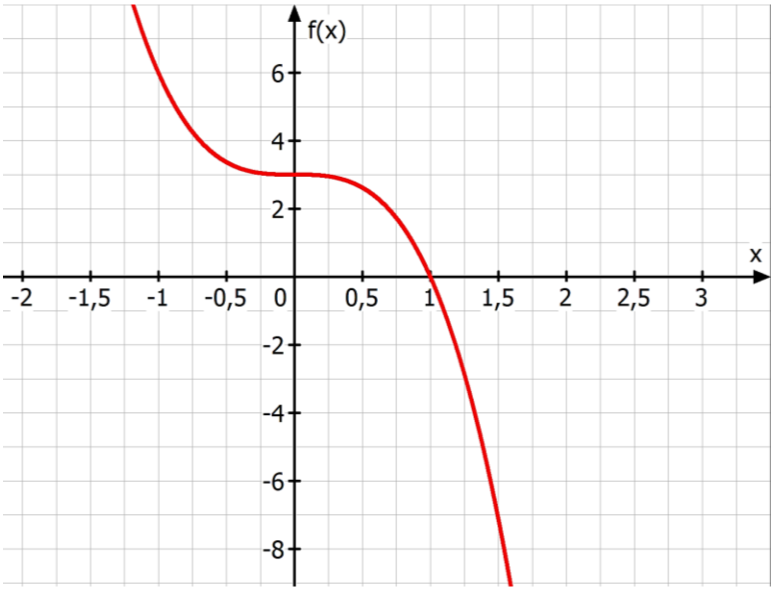


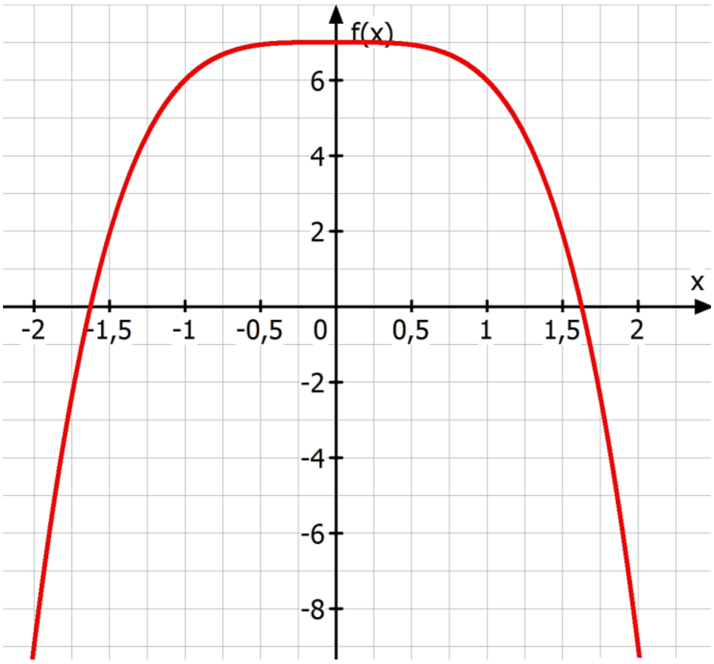
Bsp. 6) Gegeben ist der **Graph** einer Funktion f der Form $f(x) = a \cdot x^r + b$ mit $r \in \mathbb{Z}$ und $-6 \leq r \leq 6$. Bestimme die Werte der Parameter a, b und r und gib die **Funktionsgleichung** an.

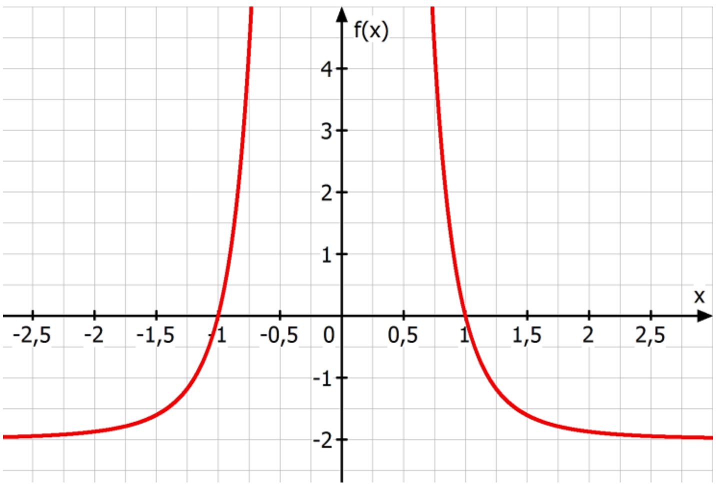
Video

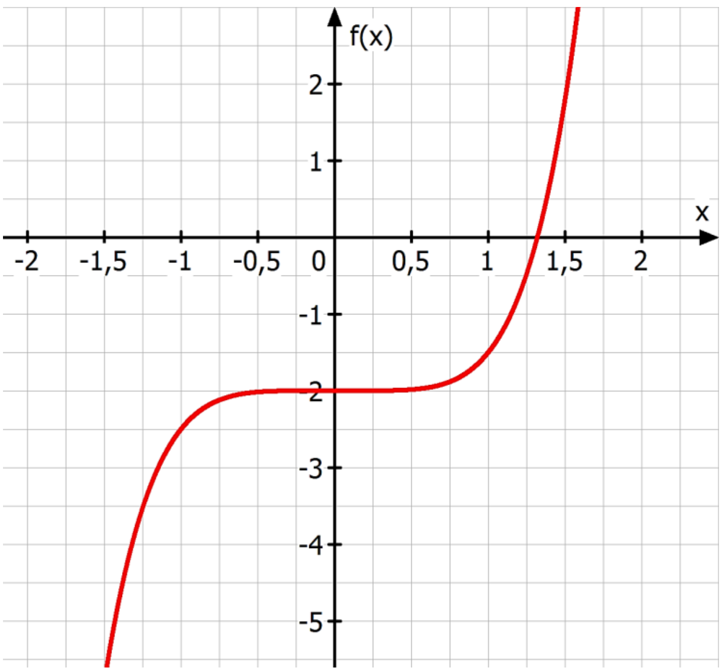







f(x)
x
6
4
2
-2
-4
-6
-8
-2
-1,5
-1
-0,5
0
0,5
1
1,5
2


f(x)
x
4
3
2
1
-1
-2
-2,5
-2
-1,5
-1
-0,5
0
0,5
1
1,5
2
2,5


f(x)
x
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-2
-1,5
-1
-0,5
0
0,5
1
1,5
2

7. Polynomfunktionen

Polynomfunktionen sind Funktionen, die aus **Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten zusammengesetzt** sind. Die allgemeine Funktionsgleichung einer Polynomfunktion **n-ten Grades** lautet:

$$f(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot x^1 + a_0 \quad mit\ a_1, \ldots, \mathrm{a_n} \in \mathbb{R}, a_n \neq 0\ und\ n \in \mathbb{N} \backslash \{0\}$$

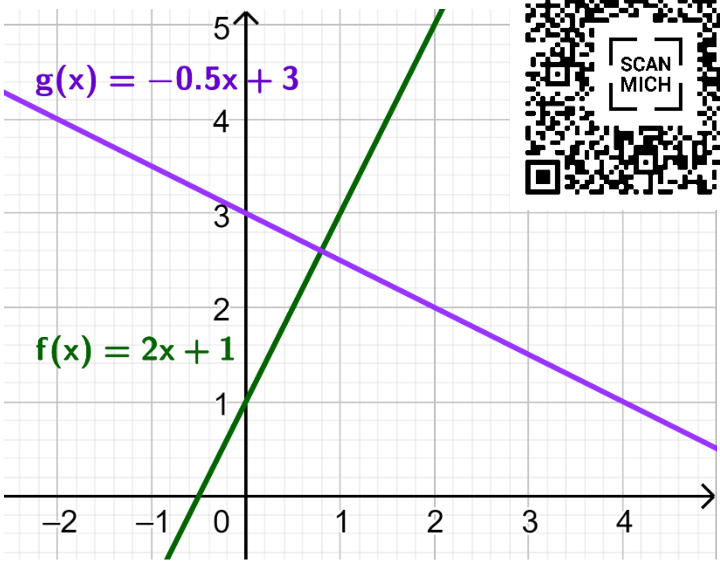
- der **höchste Exponent n** gibt dabei den "**Grad**" des **Polynoms** an.
- a_0 ist der **konstante Term** (da keine Variable dabei steht) und gibt an, in welchem Abstand vom Ursprung die **y-Achse** geschnitten wird **(=y-Abschnitt**) (Vergleiche Lineare Funktionen: da ist a_0 der Ordinatenabschnitt d).

Polynomfunktion 1. Grades (=Lineare Funktion)

Video

$$f(x) = k \cdot x + d$$

- **Graph:** Gerade
- **Parameter k = Steigung**
- **Parameter d = y-Abschnitt**

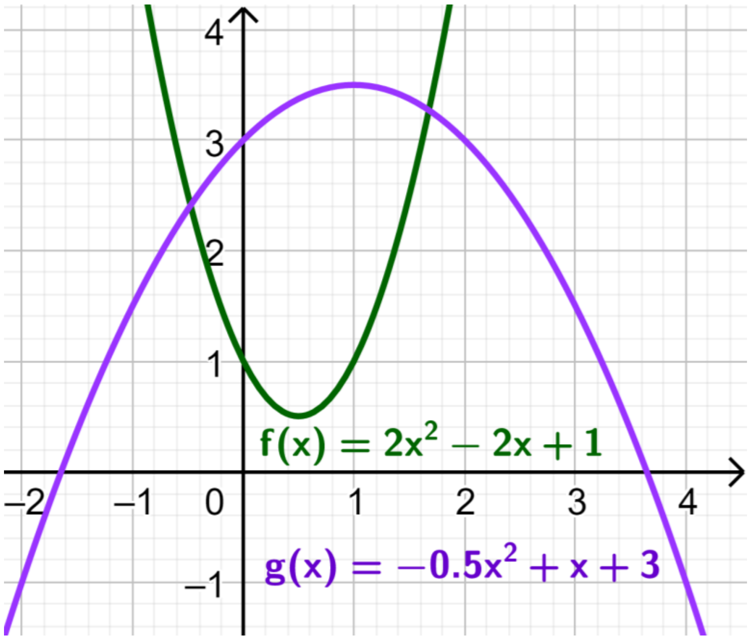


Polynomfunktion 2. Grades (=Quadratische Funktion)

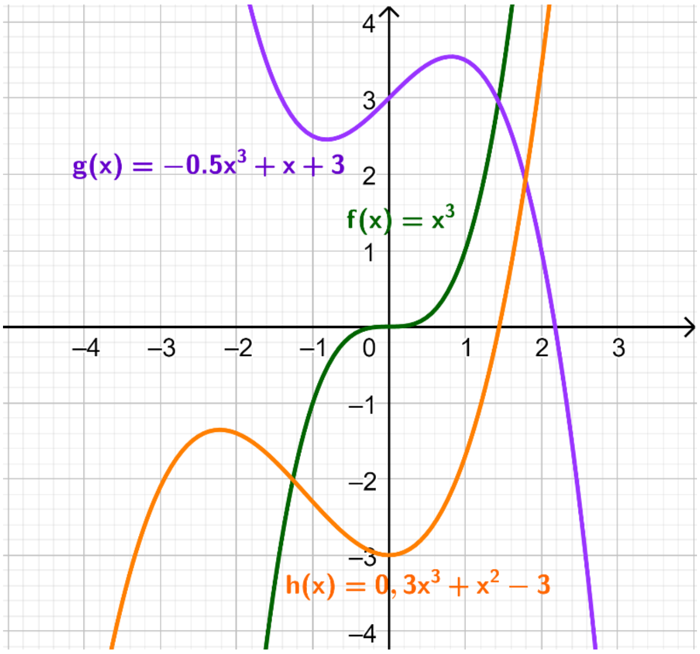
$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

Hauptform

- **Graph:** Parabel
- $\boldsymbol{a > 0}$**:** Parabel nach oben geöffnet
- $\boldsymbol{a < 0}$**:** Parabel nach unten geöffnet
- **Parameter c:** Schnittunkt mit der y-Achse



Polynomfunktion 3. Grades



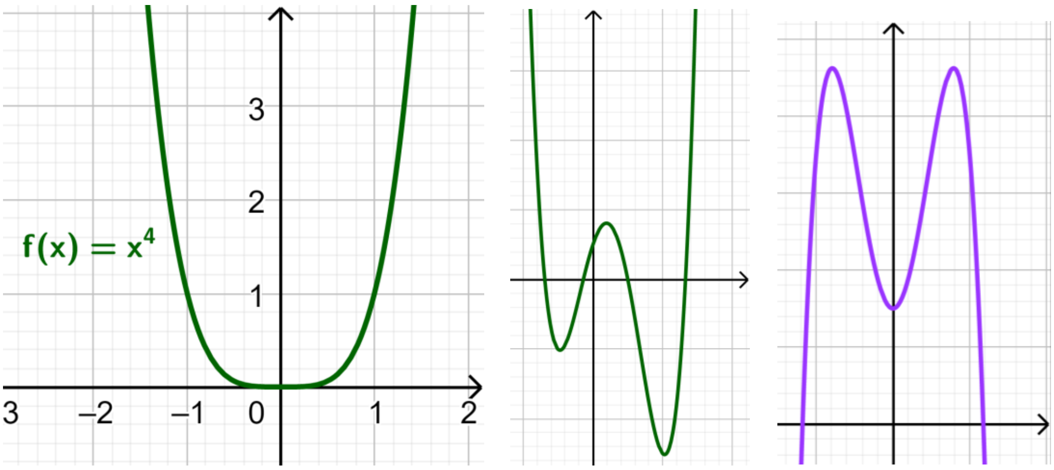
$$f(x) = a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

Die **Graphen** haben stets die **Form einer S-Kurve**. Es sind auch Graphen möglich, bei denen diese Form nicht mehr so deutlich auffällt.

Polynomfunktion 4. Grades

$$f(x) = a_4 \cdot x^4 + a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

Die **Graphen** haben stets die **Form einer „Doppel-S-Kurve"**. Es sind auch Graphen möglich, bei denen diese Form nicht mehr so deutlich auffällt.



Nullstellen und Extremstellen von Polynomfunktionen

Eine Polynomfunktion n-ten Grades besitzt:

- **höchstens n Nullstellen.**
  - ➔ Polynomfunktionen vom Grad 1, 3, 5, usw. haben stets **mindestens eine reelle** Nullstelle.
  - ➔ Polynomfunktionen vom Grad 2, 4, 6, usw. **müssen nicht unbedingt** eine reelle Nullstelle haben. Es kann z.B. sein, dass bei einer Funktion vom Grad 2 der Graph der Parabel nach oben verschoben ist (Bsp: $f(x) = x^2 + 2$) und die x-Achse somit nicht geschnitten wird.
- **höchstens n-1 Extremstellen (gerade: mindestens 1, ungerade: kann auch keine haben).**
- **höchstens n-2 Wendestellen. (gerade: kann keine haben, ungerade: mindestens 1)**

Symmetrie

Der Graph einer Polynomfunktion ist

- **symmetrisch** bezüglich der **y-Achse**, wenn alle auftretenden Exponenten **gerade** sind.
- **punktsymmetrische** bezüglich des **Ursprungs**, wenn alle auftretenden Exponenten **ungerade** sind.

8. Exponentialfunktion

Eine reelle Funktion der Form $f(x) = a \cdot b^x \ (a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}^+)$ nennt man **Exponentialfunktion** mit der Basis b.
Bei einer Exponentialfunktion steht die Variable im Exponenten!!! $$f(\color{red}{x}) = a \cdot b^{\color{red}{x}}$$
Bei einer Exponentialfunktion setzen wir $b > 0$ voraus, da die Potenz $b \leq 0$ nicht immer definiert ist: **Beispiel**: $(-2)^{0,5} = (-2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-2} \quad <- \quad negative\ Quadratwurzeln\ sind\ nicht\ definiert$

Parameter a (=Schnittpunkt mit der y-Achse)

Der Parameter a gibt den Schnittpunkt mit der y-Achse an und ist somit der Funktionswert an der Stelle $x = 0$, da folgender Zusammenhang gilt:

$$f(0) = a \cdot \boldsymbol{b^0} = a \cdot \mathbf{1} = a$$

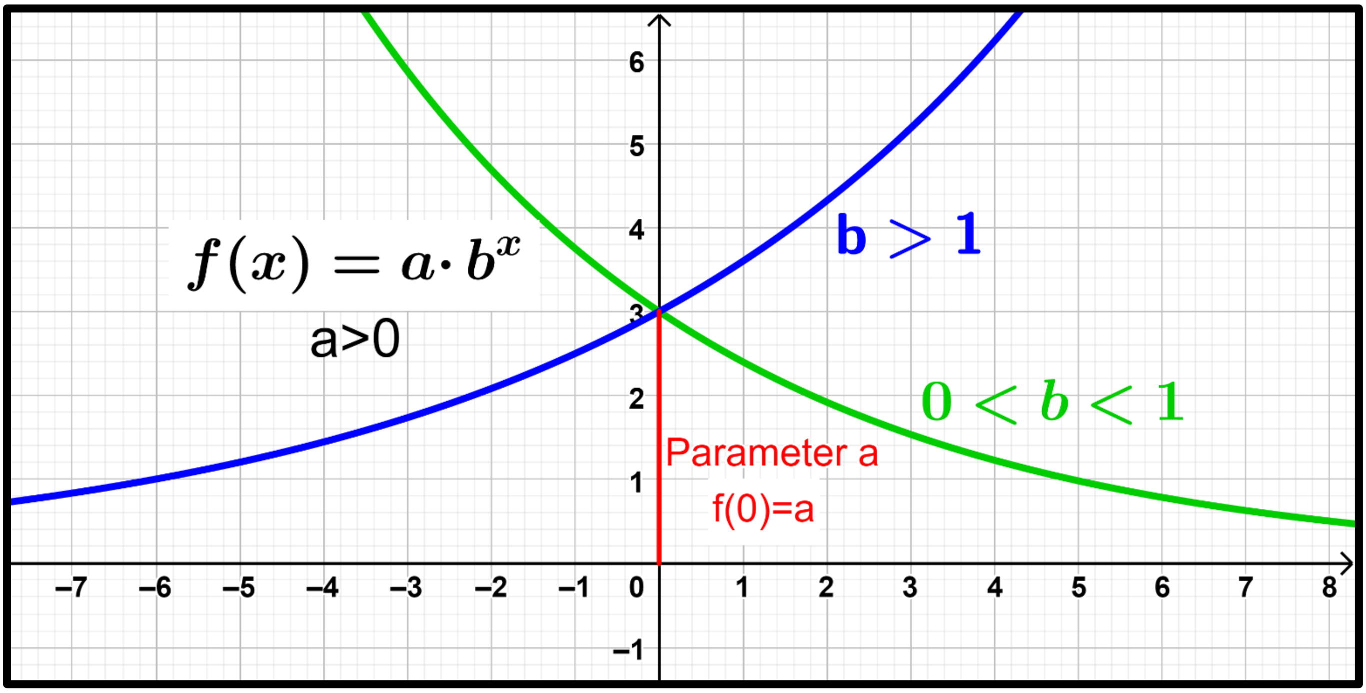
Parameter b (Annahme: $a > 0$) = Faktor mit dem f(x) multipliziert wird, wenn x um 1 erhöht wird

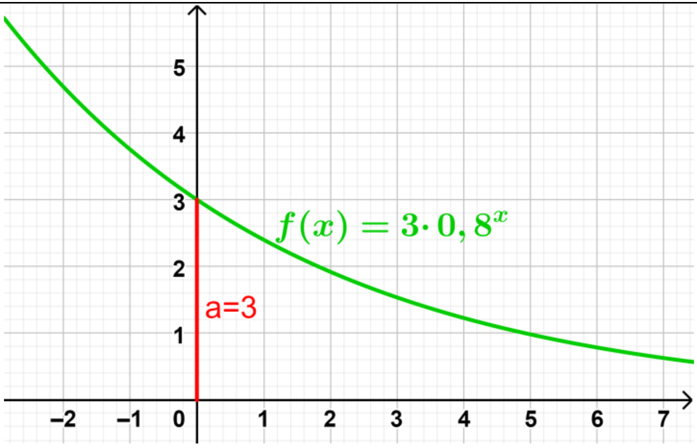
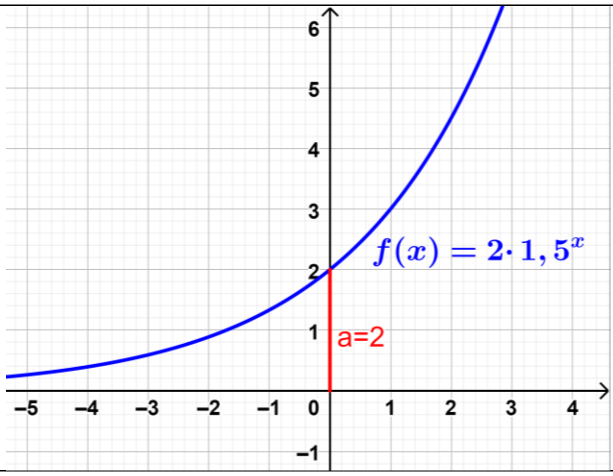
- Ist $b > 1$, so ist der Graph streng monoton steigend. Je größer b ist, desto stärker steigt der Graph.
- Für $0 < b < 1$ ist der Graph monoton fallend und nähert sich immer mehr der x-Achse.
- Ist $b = 1$, so handelt es sich um eine konstante Funktion:

$$f(x) = a \cdot 1^x = a$$

Graph und Eigenschaften von einer Exponentialfunktion

Fall 1: $a > 0$

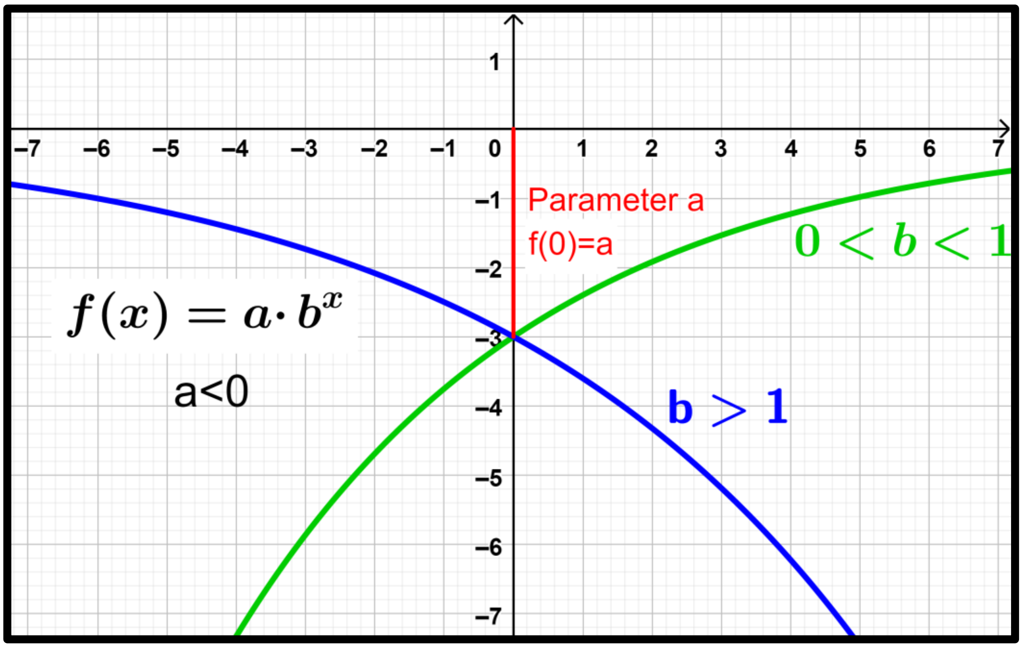


$0 < b < 1$	$b > 1$
 	
▪ für $0 < b < 1$: streng monoton **fallend** ▪ Alle Graphen gehen durch den Punkt $(0\|a)$. ▪ Für $a > 0$ sind alle Funktionswerte **positiv**. Die x-Achse wird nie erreicht, für $x \to +\infty$ streben die Funktionswerte gegen 0. (x-Achse = **Asymptote**) ▪ Je kleiner b ist (zwischen 0 und 1), umso flacher verläuft der Graph.	▪ für $b > 1$: streng monoton **steigend** ▪ Alle Graphen gehen durch den Punkt $(0\|a)$. ▪ Für $a > 0$ sind alle Funktionswerte **positiv**. Die x-Achse wird nie erreicht, für $x \to -\infty$ streben die Funktionswerte gegen 0. (x-Achse = **Asymptote**) ▪ Je größer der Parameter b ($b > 1$) ist, umso schneller steigt der Graph (exponentiell!).
Die **Graphen** der Funktionen f_1 und f_2 mit $f_1(x) = b^x \text{ und } f_2(x) = \left(\frac{1}{b}\right)^x$ liegen **symmetrisch** bezüglich der **y-Achse**.	

Fall 2: $a < 0$

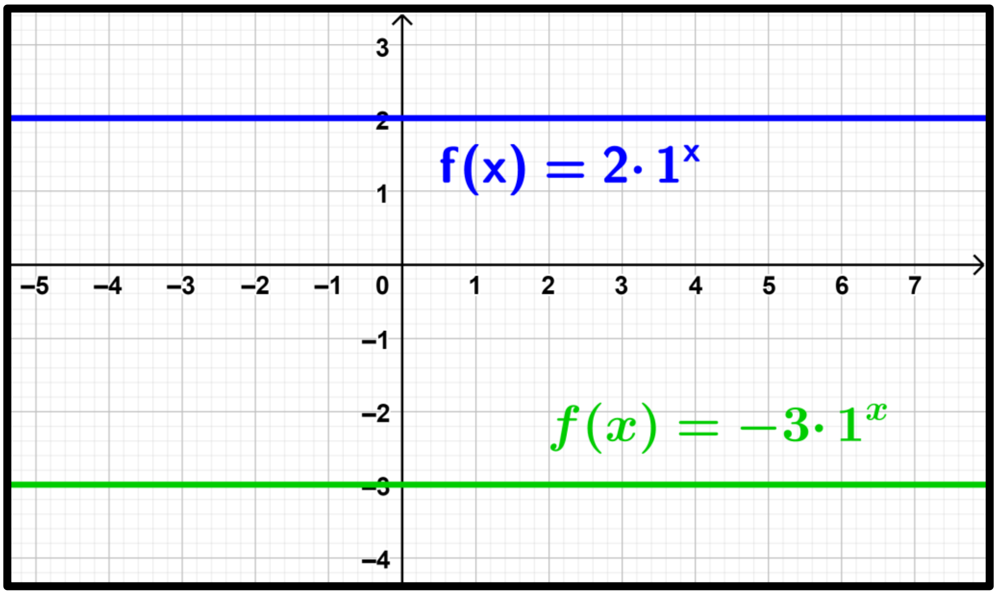
Ist der Parameter a negativ, so wird der Graph an der x-Achse gespiegelt und die die Funktionswerte werden allesamt negativ. Das Monotonieverhalten dreht sich um:

- für $0 < b < 1$: streng monoton steigend
- für $b > 1$: streng monoton fallend

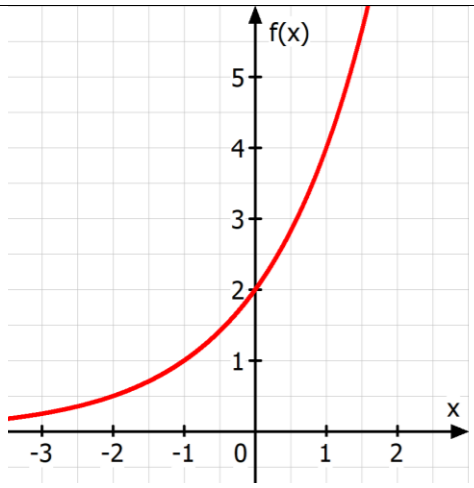


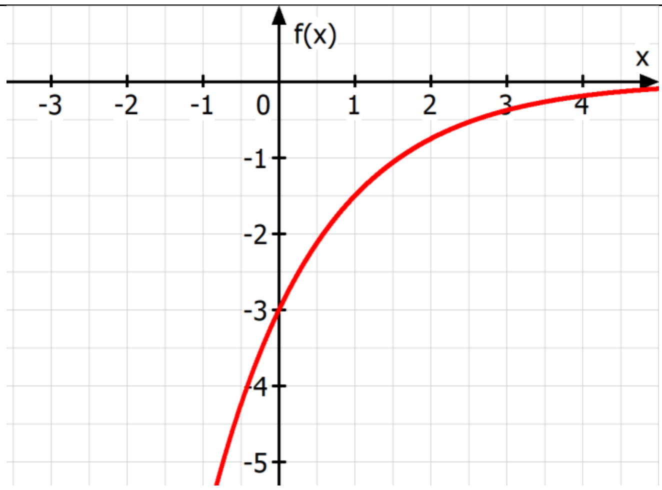
Spezialfall: $b = 1$ (*konstante Funktion*!)

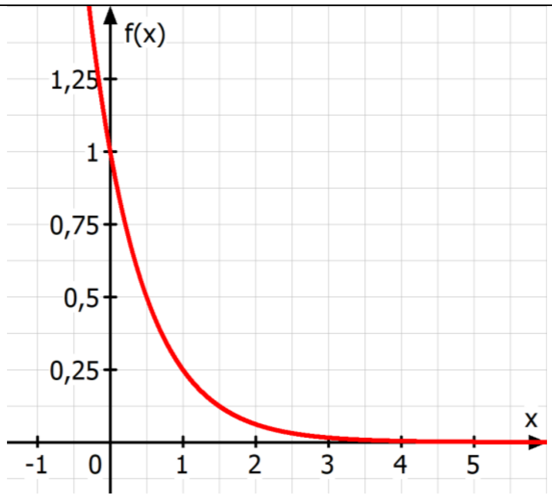
Ist $b = 1$, so ist der Graph konstant und schneidet die y-Achse beim Wert des Parameters a.

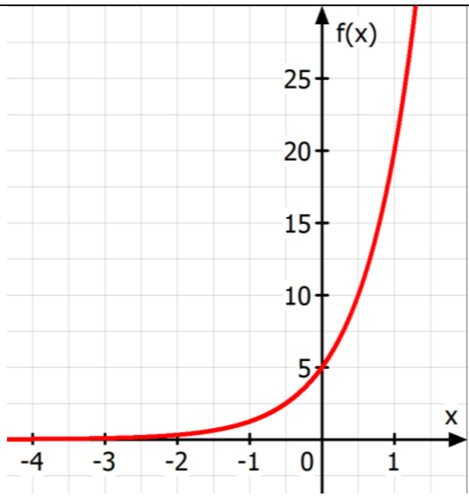


Bsp. 7) Bestimme die Funktionsgleichung der Exponentialfunktion $f(x) = a \cdot b^x$.









Die natürliche Exponentialfunktion

Erinnerung: $f(x) = a \cdot \boldsymbol{b}^x$

Exponentialfunktionen können eine beliebige, positive Basis besitzen. Die natürliche Exponentialfunktion besitzt als Basis die Euler'sche Zahl $e = 2{,}718\ldots (irrational)$. Den griechischen Buchstaben λ ("$Lambda$") benötigt man, sodass man die beiden Schreibweisen gleich setzen kann:

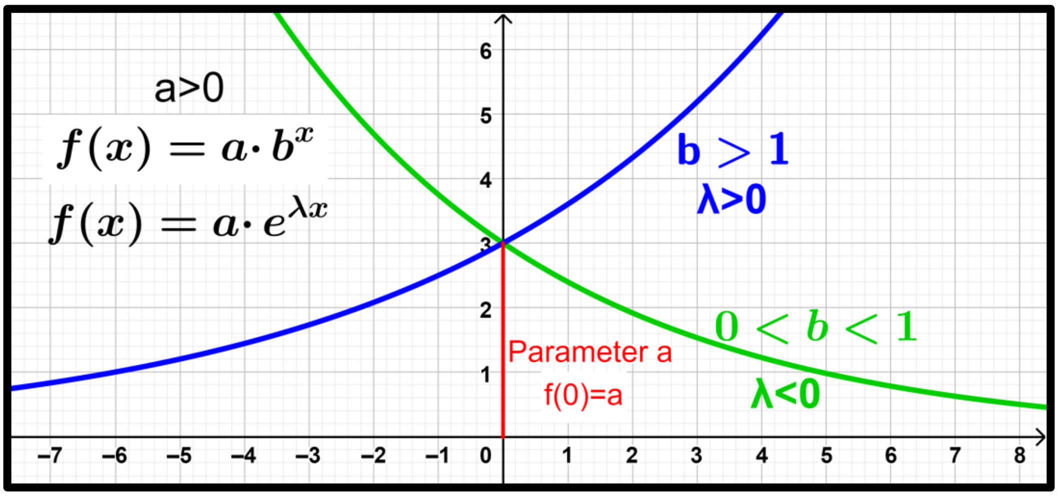
Natürliche Exponentialfunktion: $f(x) = a \cdot \boldsymbol{e}^{\lambda x}$

Da der Parameter a und die Variable x bei beiden Darstellungen gleich sind, muss dies auch für den Parameter b bzw. $\boldsymbol{e}^{\lambda}$ gelten:

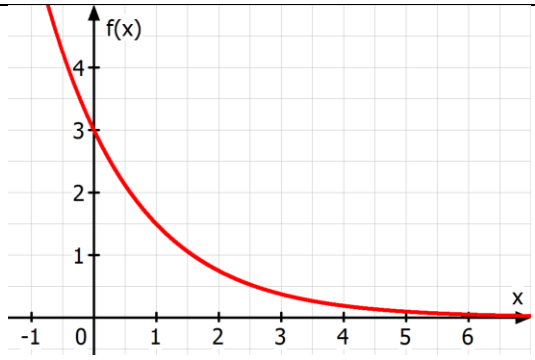
$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{e}^{\lambda}$$

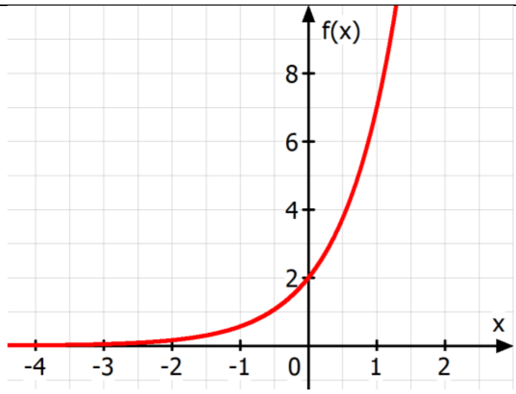
Annahme: $\boldsymbol{a} > 0$

Die Exponentialfunktion ist **streng monoton steigend**, wenn $b > 1$ ist: $\boldsymbol{b > 1} \quad oder \quad \boldsymbol{e^{\lambda} > 1}$ Es gilt: $e^0 = 1$ $Sobald\ \lambda > 0\ ist, ist\ auch\ e^{\lambda} > 1$ Die Exponentialfunktion $f(x) = a \cdot \boldsymbol{e}^{\lambda x}$ ist streng monoton steigend, wenn $\lambda > 0$ ist.	Die Exponentialfunktion ist **streng monoton fallend**, wenn $0 < b < 1$ ist: $\boldsymbol{0 < b < 1} \quad oder \quad \boldsymbol{0 < e^{\lambda} < 1}$ Es gilt: $e^0 = 1$ $Sobald\ \lambda < 0\ ist, gilt: 0 < e^{\lambda} < 1$ Die Exponentialfunktion $f(x) = a \cdot \boldsymbol{e}^{\lambda x}$ ist streng monoton fallend, wenn $\lambda < 0$ ist.



Bsp. 9) Stelle die Exponentialfunktion f in der Form $f(x) = a \cdot e^{\lambda x}$ dar.





9. Logarithmusfunktionen

Video

Eine reelle Funktion $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ der Form

$$f(x) = a \cdot \log_b(x) \quad (a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}, b \in \mathbb{R}^+ \; und \; b \neq 1)$$

nennt man **Logarithmusfunktion**.

Die natürliche Logarithmusfunktion f mit $f(x) = \ln x$ verwendet die **Eulersche Zahl e** als Basis.

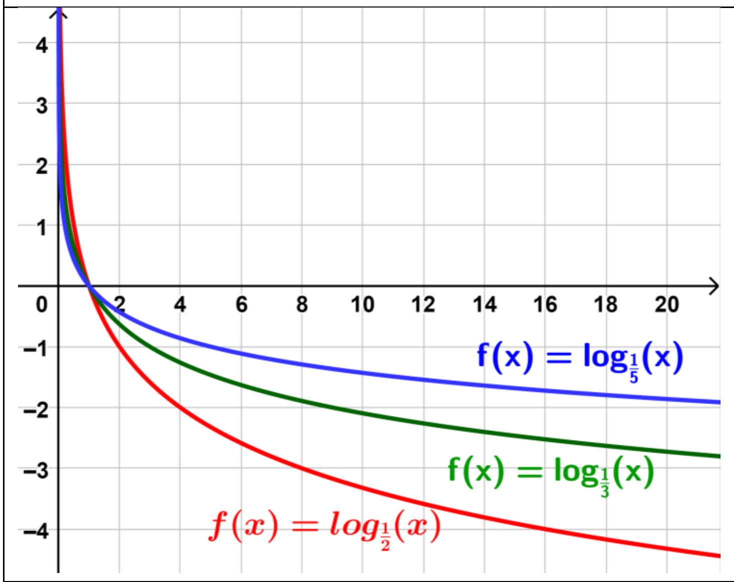
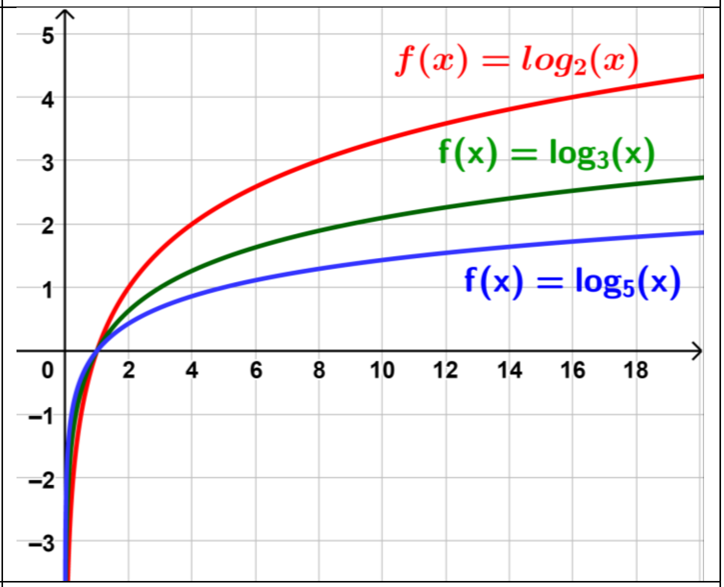
Definition (Logarithmus)

$$\log_b(x)$$

Fragestellung: Mit welcher Zahl muss man die Basis b potenzieren, um die Zahl x zu erhalten?

Folgerung: Die **Hochzahl**, mit der man b potenzieren muss, um x zu erhalten, heißt **Logarithmus** von x zur Basis b und wird mit $\log_b x$ bezeichnet.

Bei der Logarithmusfunktion muss $b \neq 1$ vorausgesetzt werden, weil $\log_b(x)$ nur für $b \neq 1$ definiert ist.

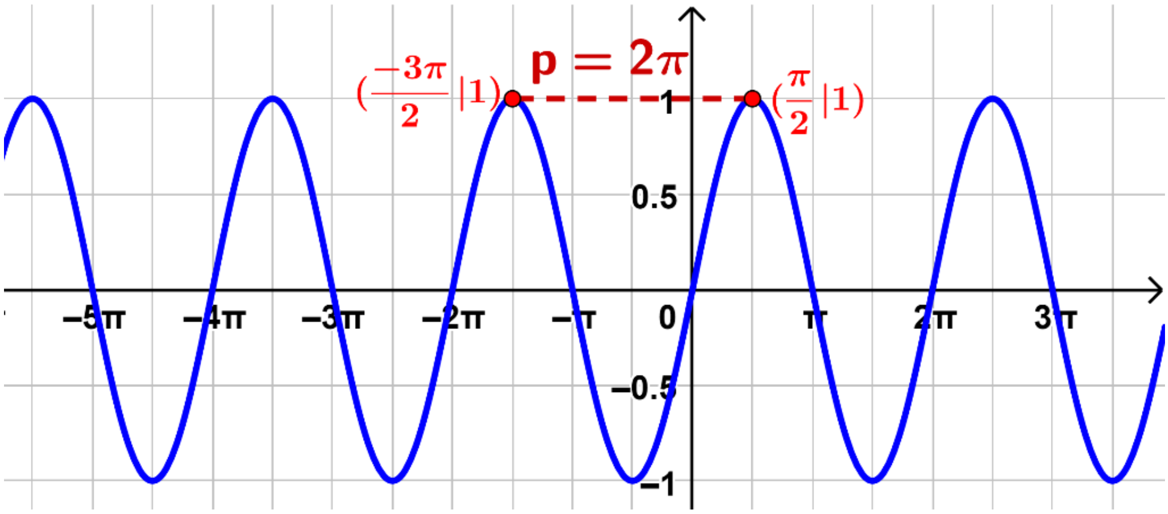
$0 < b < 1$	$b > 1$
	
▪ Alle Graphen gehen durch den Punkt $(0\|1)$. ▪ für $0 < b < 1$: streng monoton **fallend** ▪ y-Achse: **Asymptote**	▪ Alle Graphen gehen durch den Punkt $(0\|1)$. ▪ für $b > 1$: streng monoton **steigend** ▪ y-Achse: **Asymptote**

Die **Graphen** der Funktionen f_1 und f_2 mit

$$f_1(x) = \log_b x \; und \; f_2(x) = \log_{\frac{1}{b}} x$$

liegen **symmetrisch** bezüglich der **x-Achse**.

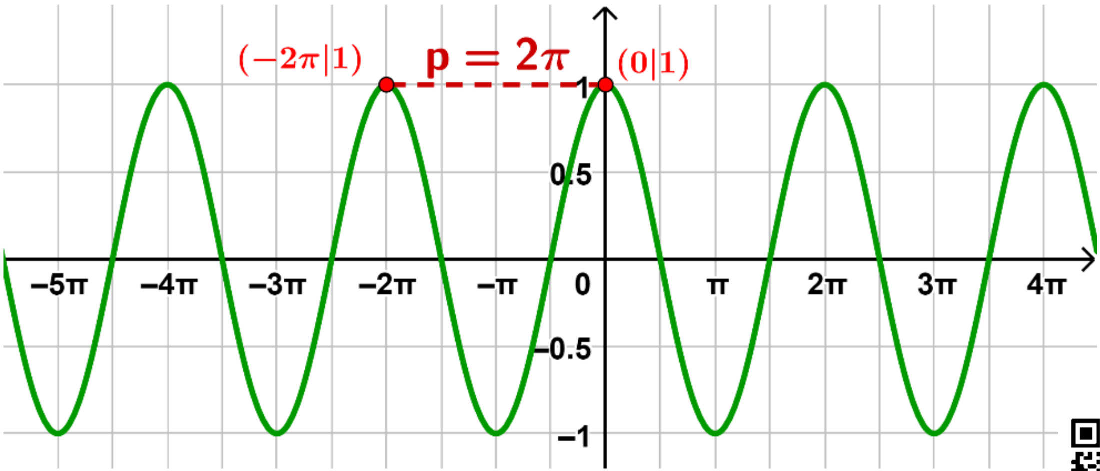
10. Die Sinusfunktion $f(x) = sin(x)$ mit kleinster Periode $p = 2\pi$ - $f: \mathbb{R} \to [-1; 1]$



- **Definitionsmenge**: $D = \mathbb{R}$
- **Wertemenge**: $W = [-1; 1]$
- **Nullstellen**: $\sin(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = k \cdot \pi \quad mit\ k \in \mathbb{Z}$
- Lokale **Maximumstellen**: $x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi \quad mit\ k \in \mathbb{Z}$
- Lokale **Minimumstellen**: $x = \frac{3\pi}{2} + k \cdot 2\pi \quad mit\ k \in \mathbb{Z}$
- Monotonie: **streng monoton steigend** in: $\left[-\frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi\, ;\, \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi\right] \quad mit\ k \in \mathbb{Z}$
- Monotonie: **streng monoton fallend** in: $\left[\frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi\, ;\, \frac{3\pi}{2} + k \cdot 2\pi\right] \quad mit\ k \in \mathbb{Z}$
- Symmetrie: **Punktsymmetrisch** zum Ursprung (Ungerade Funktion) – es gilt: $\sin(-x) = -\sin(x)$

[Video](#)

11. Die Cosinusfunktion $f(x) = cos(x)$ mit kleinster Periode $p = 2\pi$ - $f: \mathbb{R} \to [-1; 1]$



- **Definitionsmenge**: $D = \mathbb{R}$
- **Wertemenge**: $W = [-1; 1]$
- **Nullstellen**: $\cos(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi \qquad mit\ k \in \mathbb{Z}$
- Lokale **Maximumstellen**: $x = k \cdot 2\pi \quad mit\ k \in \mathbb{Z}$

[Video](#)

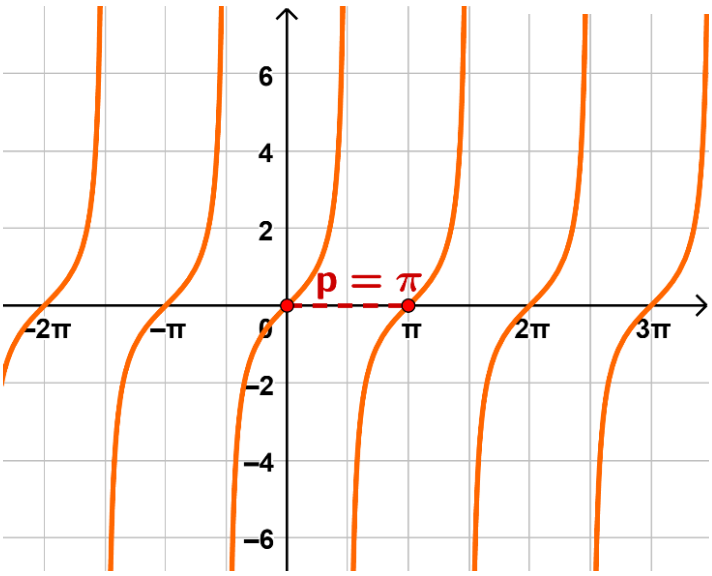
- Lokale **Minimumstellen**: $x = \pi + k \cdot 2\pi \quad mit\ k \in \mathbb{Z}$
- Monotonie: **streng monoton steigend** in: $[\pi + k \cdot 2\pi\ ;\ 2\pi + k \cdot 2\pi] \quad mit\ k \in \mathbb{Z}$
- Monotonie: **streng monoton fallend** in: $[k \cdot 2\pi\ ;\ \pi + k \cdot 2\pi] \quad mit\ k \in \mathbb{Z}$
- Symmetrie: **Symmetrisch** zur y-Achse (Gerade Funktion) – es gilt: $\cos(-x) = \cos(x)$

Video

12. Die Tangensfunktion $f(x) = tan\ (x)$ mit kleinster Periode $p = \pi$

Die Tangensfunktion nimmt für $\pm\frac{\pi}{2};\ \pm\frac{3\pi}{2};\ \pm\frac{5\pi}{2}, \ldots$ keinen Wert an (nicht definiert -> schaue dir dazu den Einheitskreis an!). Somit ist die Funktion folgendermaßen definiert:

$$f\colon\ \mathbb{R}\backslash\{\pm\frac{\pi}{2};\ \pm\frac{3\pi}{2};\ \pm\frac{5\pi}{2}; \ldots\} \to \mathbb{R}$$



- **Definitionsmenge**: $D = \mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi\right\} \quad mit\ k \in \mathbb{Z}$
- **Wertemenge**: $W = \mathbb{R}$
- **Nullstellen**: $\tan(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = k \cdot \pi \quad mit\ k \in \mathbb{Z}$
- Lokale **Maximumstellen**: $keine$
- Lokale **Minimumstellen**: $keine$
- Monotonie: **streng monoton steigend** in D
- Symmetrie: **Punktsymmetrisch** zum Ursprung (Ungerade Funktion) – es gilt: $\tan(-x) = -\tan\ (x)$

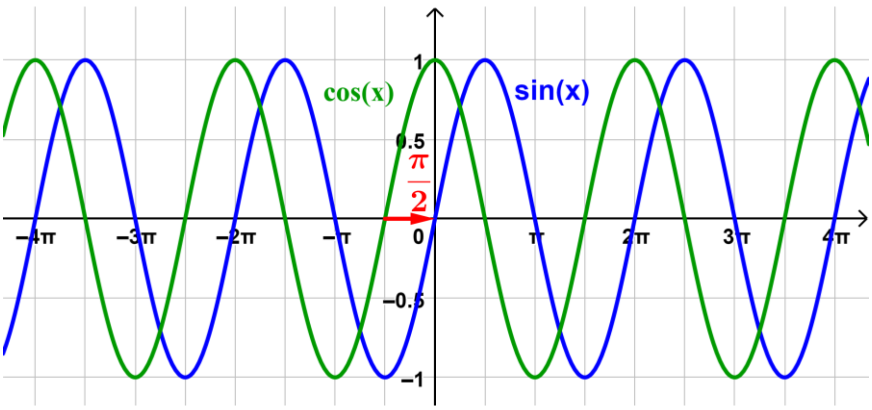
Zusammenhang: Sinus- und Cosinusfunktion

- Der Graph der Sinusfunktion entspricht dem Graphen der Cosinusfunktion, wenn man diesen Graph um $\frac{\pi}{2}$ parallel zur x-Achse nach rechts verschiebt. Es gilt:

$$\boldsymbol{sin(x) = cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$$

- Der Graph der Cosinusfunktion entspricht dem Graphen der Sinusfunktion, wenn man diesen Graph um $\frac{\pi}{2}$ parallel zur x-Achse nach links verschiebt. Es gilt:

$$\boldsymbol{cos(x) = sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}$$

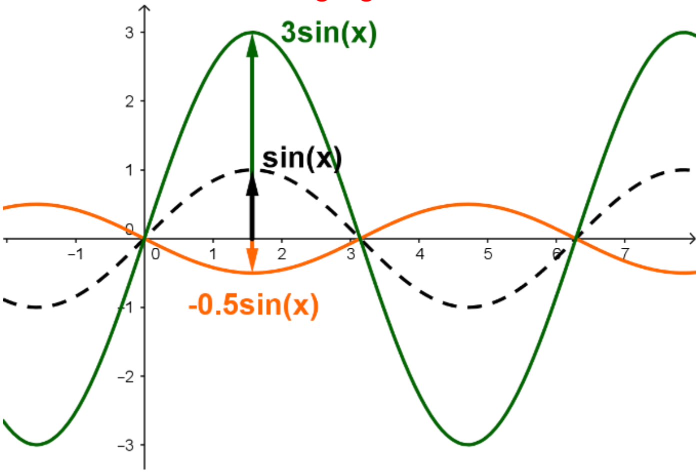


Video

Allgemeine Sinusfunktion der Form $f(x) = \boldsymbol{a} \cdot sin\big(\boldsymbol{b} \cdot (x + \boldsymbol{c})\big) + \boldsymbol{d}$

Parameter a

- streckt $(a > 1)$ bzw. staucht $(0 < a < 1)$ den Graph in y-Richtung mit dem Faktor a.
- Ist $a < 0$ -> Graph wird zusätzlich an der x-Achse gespiegelt (bzw. falls $d \neq 0$: an der Gerade $y = d$)
- Die Anzahl der Schwingungen verändern sich NICHT!



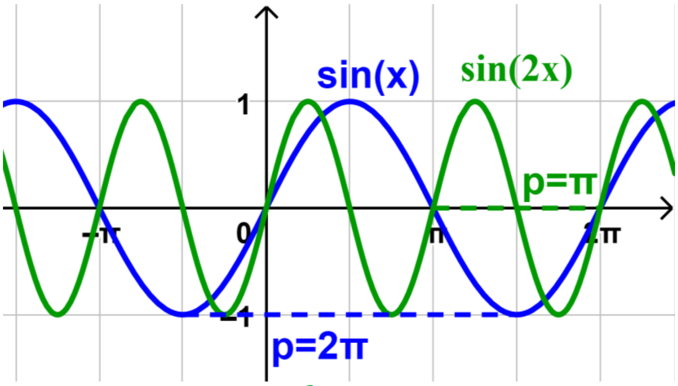
Parameter b

- … kann die Anzahl der Perioden/Schwingungen verändern! Der Parameter b gibt die Anzahl der Schwingungen im Intervall $[0; 2\pi]$ an.

  Der Graph hat die kleinste Periode $p = \frac{2\pi}{|b|}$.

  ⇨ Ist $b = 1$: $p = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ (übliche Periode!)

  ⇨ Ist $b = 2$: $p = \frac{2\pi}{2} = \pi$ (Doppelt so viele Schwingungen!)



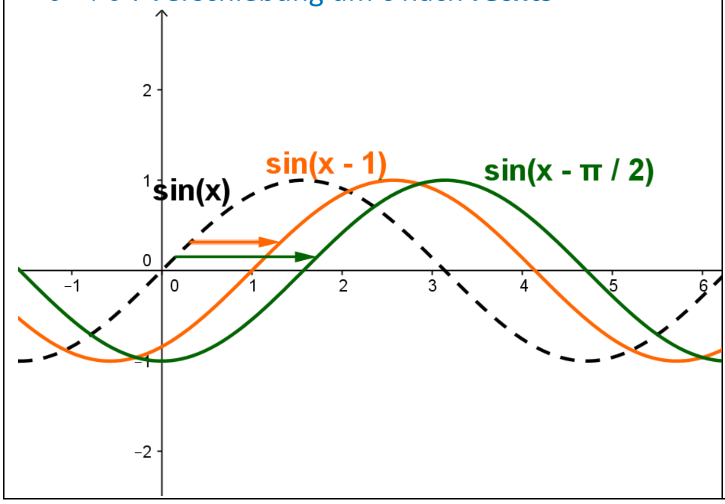
⇨ Ist $b = 0{,}5$: $p = \frac{2\pi}{0{,}5} = 4\pi$

Parameter c

… verursacht eine Verschiebung des Funktionsgraphen in x-Richtung.

$c > 0$: Verschiebung um c nach **links**

$c < 0$: Verschiebung um c nach **rechts**



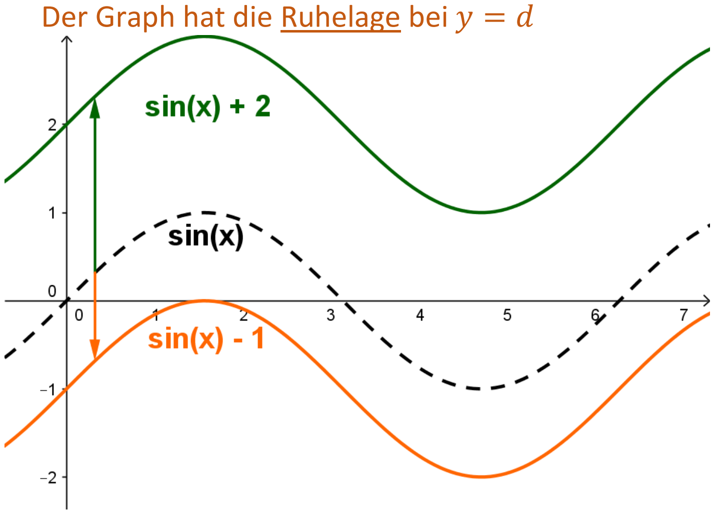
Parameter d

… verschiebt den Graph in y-Richtung.

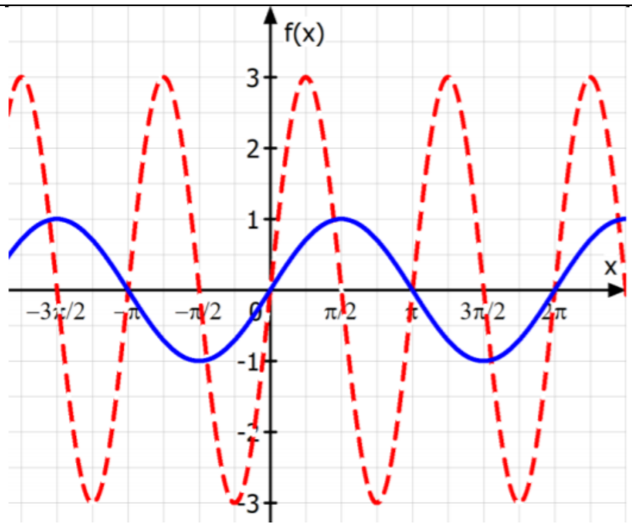
$d > 0$: Verschiebung um d nach **oben**

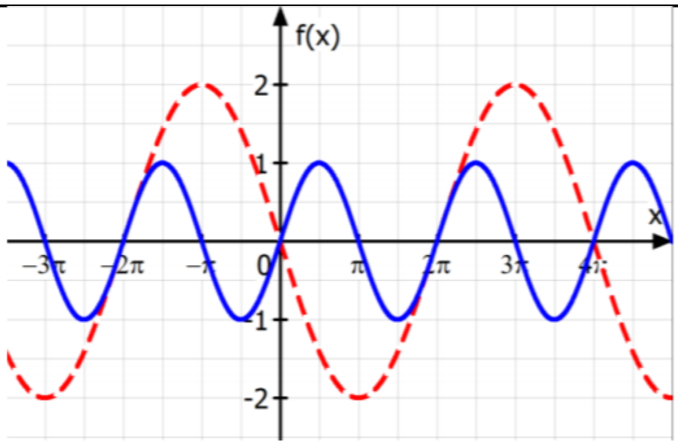
$d < 0$: Verschiebung um d nach **unten**

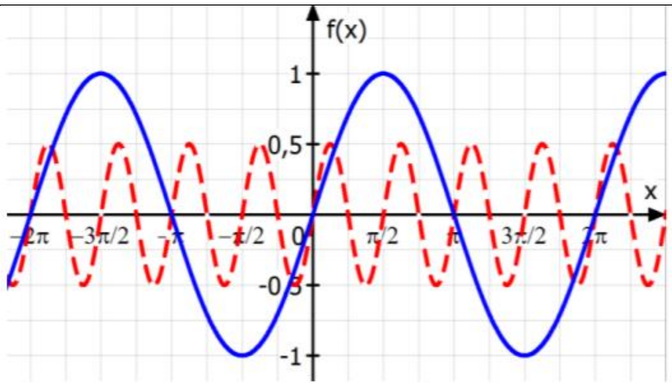
Der Graph hat die Ruhelage bei $y = d$

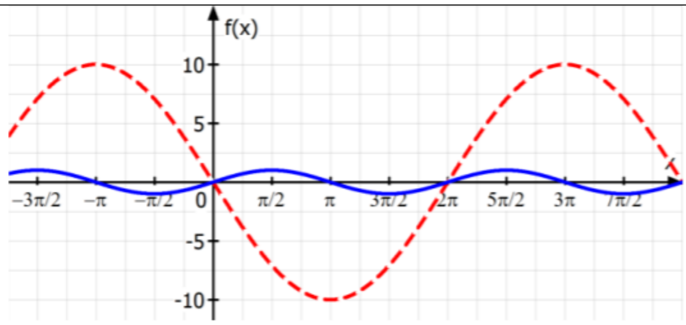


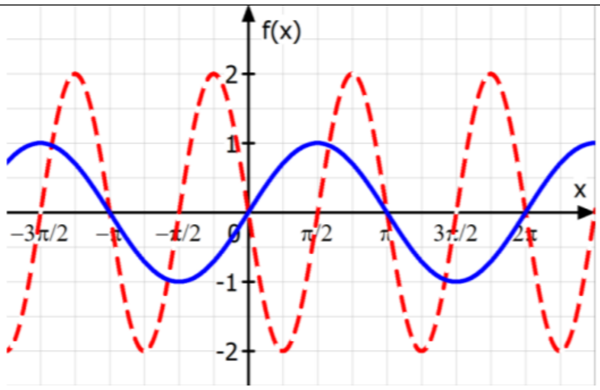
Bsp. 9) Gegeben sind der Graph der Sinusfunktion (blau) und der Graph einer allgemeinen Sinusfunktion (strichliert) der Form $f(x) = a \cdot sin\,(b \cdot x)$. Bestimme die Parameter a und b

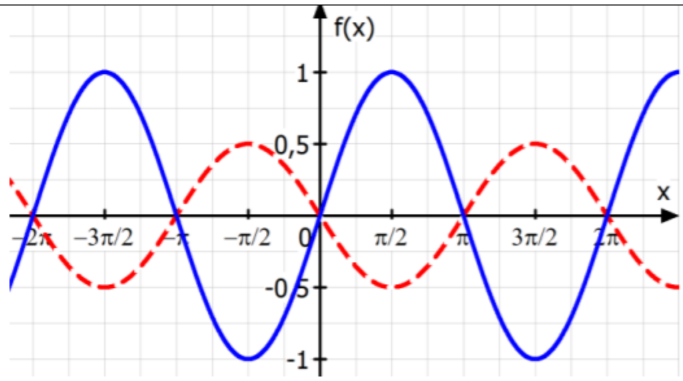












Stefan-Boltzmann-Gesetz* - 1_596, FA1.2, Lückentext

Die Leuchtkraft L eines Sterns wird durch folgende Formel beschrieben:

$L = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot T^4 \cdot \sigma$

Dabei ist R der Sternradius und T die Oberflächentemperatur des Sterns; σ ist eine Konstante (die sogenannte Stefan-Boltzmann-Konstante).
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Für verschiedene Sterne mit gleichem, bekanntem Sternradius R ist die Leuchtkraft L eine Funktion ___①___; es handelt sich dabei um eine ___②___.

①	
des Sternradius R	☐
der Oberflächentemperatur T	☐
der Konstanten σ	☐

②	
lineare Funktion	☐
Potenzfunktion	☐
Exponentialfunktion	☐

Asymptotisches Verhalten* - 1_463, FA1.5, 2 aus 5

Nachstehend sind fünf Funktionen durch ihre Gleichungen angegeben.
Kreuzen Sie die beiden Funktionen an, die eine waagrechte Asymptote haben.

$f_1(x) = \frac{2}{x}$	☐
$f_2(x) = x^2$	☐
$f_3(x) = \frac{x}{2}$	☐
$f_4(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	☐
$f_5(x) = x^{\frac{1}{2}}$	☐

Eigenschaften von Funktionen zuordnen* - 1_366, FA1.9, Zuordnungsformat

Gegeben sind vier Funktionstypen. Für alle unten angeführten Funktionen gilt: $a \neq 0$; $b \neq 0$; $a, b \in \mathbb{R}$.

lineare Funktion f mit $f(x) = a \cdot x + b$	
Exponentialfunktion f mit $f(x) = a \cdot b^x$ ($b > 0$, $b \neq 1$)	
Wurzelfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^{\frac{1}{2}} + b$	
Sinusfunktion f mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$	

A	Die Funktion f ist für $a > 0$ und $0 < b < 1$ streng monoton fallend.
B	Die Funktion f hat genau drei Nullstellen.
C	Die Funktion f hat in jedem Punkt die gleiche Steigung.
D	Der Graph der Funktion f hat einen Wendepunkt im Ursprung.
E	Die Funktion f ist für $b = 2$ konstant.
F	Die Funktion f ist nur für $x \geq 0$ definiert.

Eigenschaften von Funktionen* - 1_813, FA1.9, Zuordnungsformat

Gegeben sind vier Funktionsgleichungen der reellen Funktionen f_1 bis f_4 (mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $b < 1$) und sechs Listen mit Eigenschaften von Funktionen.

Ordnen Sie den vier Funktionsgleichungen jeweils die zugehörige Liste (aus A bis F) zu.

$f_1(x) = a \cdot b^x$	
$f_2(x) = a \cdot x + b$	
$f_3(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$	
$f_4(x) = a \cdot x^3 + b$	

A	– kein Monotoniewechsel – konstante Steigung – kein Krümmungswechsel
B	– genau eine lokale Extremstelle x_0 – symmetrisch zur Geraden $x = x_0$ – maximal zwei Nullstellen
C	– unendlich viele lokale Extremstellen – unendlich viele Wendestellen – keine Asymptote
D	– nur für $x \in [0; \infty)$ definierbar – überall rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt) – keine lokalen Extrem- oder Wendestellen
E	– keine lokale Extremstelle – genau eine Nullstelle – genau eine Wendestelle
F	– kein Monotoniewechsel – die x-Achse ist Asymptote – kein Krümmungswechsel

Funktionstypen* - 1_837, FA1.9, Zuordnungsformat

Gegeben sind vier Funktionstypen sowie sechs Wertetabellen der Funktionen f_1 bis f_6, die jeweils einem bestimmten Funktionstyp angehören. Die Funktionswerte von f_1 sind auf zwei Dezimalstellen gerundet.

Ordnen Sie jedem der vier angegebenen Funktionstypen jeweils die entsprechende Wertetabelle (aus A bis F) zu.

lineare Funktion	
quadratische Funktion	
Exponentialfunktion	
Sinusfunktion	

A

x	$f_1(x)$
–2	–0,91
–1	–0,84
0	0
1	0,84
2	0,91

B

x	$f_2(x)$
–2	8
–1	2
0	0
1	2
2	8

C

x	$f_3(x)$
–2	–7
–1	–1
0	0
1	1
2	9

D

x	$f_4(x)$
–2	0,25
–1	0,5
0	1
1	2
2	4

E

x	$f_5(x)$
–2	–3
–1	–1
0	1
1	3
2	5

F

x	$f_6(x)$
–2	–0,5
–1	–1
0	nicht definiert
1	1
2	0,5

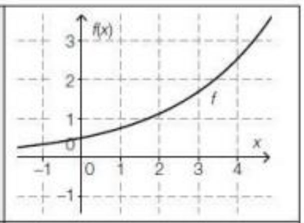
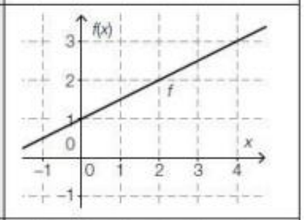
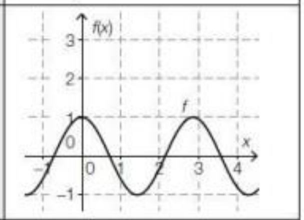
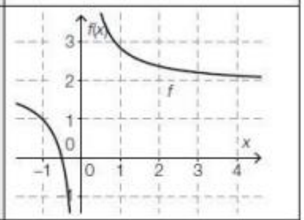
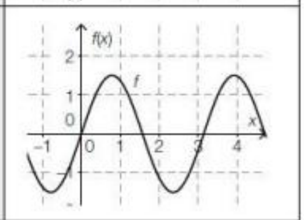
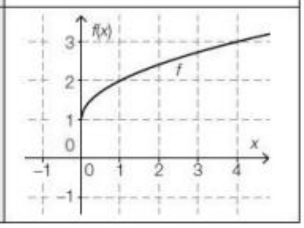
Funktionstypen* - 1_572, FA1.9, Zuordnungsformat

Im Folgenden sind vier Funktionsgleichungen (mit $a, b \in \mathbb{R}^+$) angeführt und die Graphen von sechs reellen Funktionen dargestellt.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Funktionsgleichungen jeweils den passenden Graphen (aus A bis F) zu!

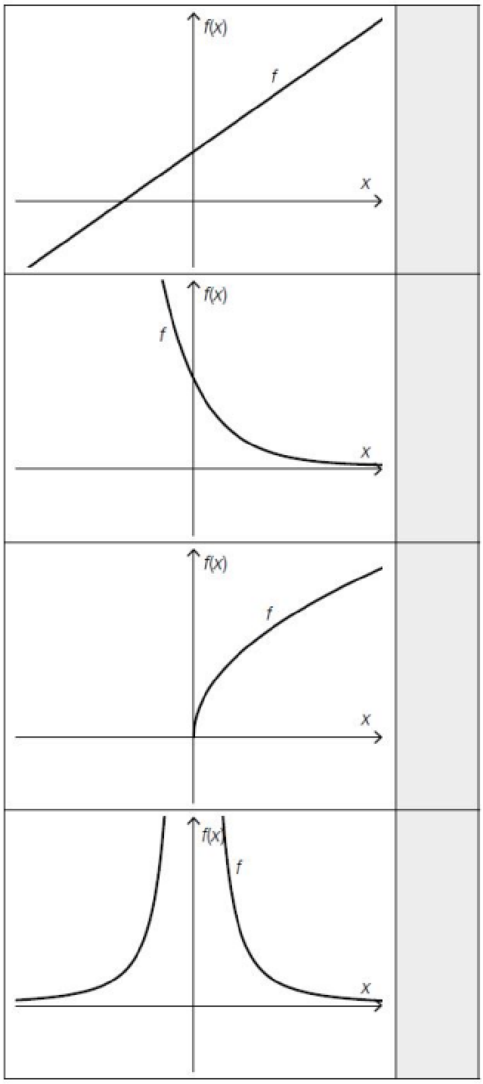
$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$	
$f(x) = a \cdot b^x$	
$f(x) = a \cdot \sqrt{x} + b$	
$f(x) = a \cdot x + b$	

A	
B	
C	
D	
E	
F	

Graphen und Funktionstypen* - 1_510, FA1.9, Zuordnungsformat

Im Folgenden sind die Graphen von vier Funktionen dargestellt. Weiters sind sechs Funktionstypen angeführt, wobei die Parameter $a, b \in \mathbb{R}^+$ sind.

Ordnen Sie den vier Graphen jeweils den entsprechenden Funktionstyp (aus A bis F) zu!



A	$f(x) = a \cdot b^x$
B	$f(x) = a \cdot x^{\frac{1}{2}}$
C	$f(x) = a \cdot \frac{1}{x^2}$
D	$f(x) = a \cdot x^2 + b$
E	$f(x) = a \cdot x^3$
F	$f(x) = a \cdot x + b$

Steigende Funktion* - 1_534, FA1.9, 2 aus 5

Gegeben sind fünf Funktionen.
Welche der nachstehenden Funktionen f sind in jedem Intervall $[x_1; x_2]$ mit $0 < x_1 < x_2$ streng monoton steigend? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Funktionen an!

lineare Funktion f mit Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x + b$ $(a > 0, b > 0)$	☐
Potenzfunktion f mit Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x^n$ $(a < 0, n \in \mathbb{N}, n > 0)$	☐
Sinusfunktion f mit Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ $(a > 0, b > 0)$	☐
Exponentialfunktion f mit Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot e^{k \cdot x}$ $(a > 0, k < 0)$	☐
Exponentialfunktion f mit Funktionsgleichung $f(x) = c \cdot a^x$ $(a > 1, c > 0)$	☐