

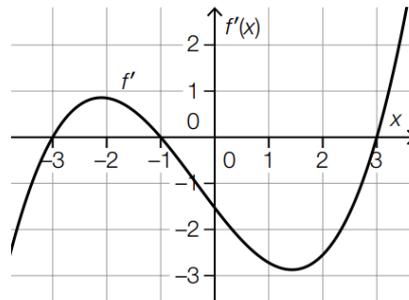
# Grundkompetenz AN3 Ableitungsfunktion und Stammfunktion

Beispiele aus Maturaterminen 2023-24 (AHS, BHS, Kompensationsprüfungen AHS)

## TYP-1:

### Graph einer Ableitungsfunktion

Nachstehend ist der Graph der Ableitungsfunktion  $f'$  einer Polynomfunktion  $f$  dargestellt. Die Ableitungsfunktion  $f'$  ist eine Polynomfunktion 3. Grades und hat 3 ganzzahlige Nullstellen.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf die Polynomfunktion  $f$  jedenfalls zutreffen. [2 aus 5]

$f$ ist im Intervall $[2; 3]$ streng monoton steigend.	<input type="checkbox"/>
$f$ ist im Intervall $[2; 3]$ linksgekrümmt (positiv gekrümmt).	<input type="checkbox"/>
Es gilt: $f(-3) \leq f(3)$	<input type="checkbox"/>
$f$ hat genau 2 Wendestellen.	<input type="checkbox"/>
$f$ hat genau 2 lokale Maximumstellen.	<input type="checkbox"/>

---

### Stammfunktion einer Sinusfunktion

Die Funktion  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $F(x) = -1,25 \cdot \cos(b \cdot x)$  ist eine Stammfunktion der Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = 2 \cdot \sin(b \cdot x)$  mit  $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie  $b$ .

## Eigenschaften einer Polynomfunktion

Eine Polynomfunktion 4. Grades  $f$  hat an den Stellen  $a \in \mathbb{R}$  und  $b \in \mathbb{R}$  mit  $a < b$  jeweils ein lokales Maximum. Unten stehend sind sechs Aussagen zu  $c \in \mathbb{R}$  mit  $a < c < b$  angeführt.

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie diejenige Aussage an, die jedenfalls zutrifft. [1 aus 6]

Es gibt genau ein $c$ , für das $f'(c) = 0$ gilt.	<input type="checkbox"/>
Es gibt genau ein $c$ , für das $f''(c) = 0$ gilt.	<input type="checkbox"/>
Es gibt kein $c$ , für das $f(c) = 0$ gilt.	<input type="checkbox"/>
Es gibt kein $c$ , für das $f'(c) = 0$ gilt.	<input type="checkbox"/>
Es gibt genau ein $c$ , für das $f(c) = 0$ gilt.	<input type="checkbox"/>
Es gibt kein $c$ , für das $f''(c) = 0$ gilt.	<input type="checkbox"/>

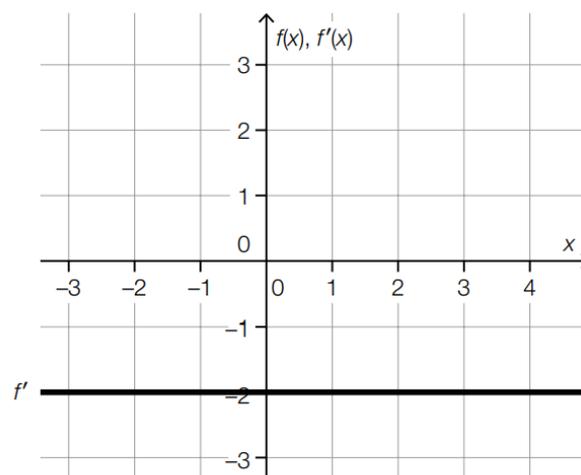
---

## Ableitungsfunktion

In der unten stehenden Abbildung ist der Graph der konstanten Ableitungsfunktion  $f'$  einer Funktion  $f$  dargestellt. Für die Funktion  $f$  gilt:  $f(0) = 2$

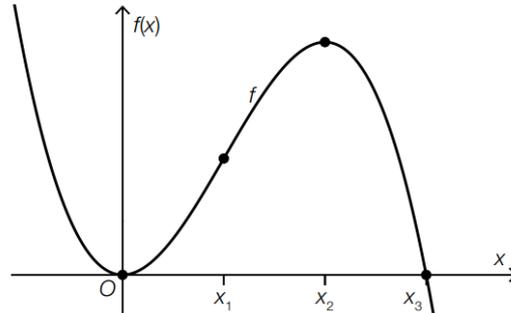
**Aufgabenstellung:**

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der Funktion  $f$  ein.



## Punkte auf einem Graphen

Nachstehend ist der Graph der Polynomfunktion 3. Grades  $f$  dargestellt. Zusätzlich sind vier Punkte mit den  $x$ -Koordinaten  $0$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$  eingezeichnet. Diese vier Punkte sind charakteristische Punkte des Graphen (Schnittpunkte mit den Achsen, Extrempunkte, Wendepunkt).



### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Stellen  $0$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$  jeweils die zutreffende Aussage aus A bis F zu.

0	
$x_1$	
$x_2$	
$x_3$	

A	An dieser Stelle ist die erste Ableitung gleich null und die zweite Ableitung negativ.
B	An dieser Stelle sind die erste und die zweite Ableitung negativ.
C	An dieser Stelle ist die erste Ableitung gleich null und die zweite Ableitung positiv.
D	An dieser Stelle sind die erste und die zweite Ableitung positiv.
E	An dieser Stelle sind die erste und die zweite Ableitung gleich null.
F	An dieser Stelle ist die erste Ableitung positiv und die zweite Ableitung gleich null.

## Überholvorgang

Die Beschleunigung eines bestimmten Fahrzeugs während eines Überholvorgangs wird durch die Funktion  $a$  beschrieben.

Es gilt:

$$a(t) = -t^3 + 3 \cdot t^2 \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 3$$

$t$  ... Zeit ab Beginn des Überholvorgangs in s

$a(t)$  ... Beschleunigung des Fahrzeugs zur Zeit  $t$  in  $\text{m/s}^2$

Die Funktion  $v$  ordnet dabei jeder Zeit  $t$  die Geschwindigkeit des Fahrzeugs  $v(t)$  (in  $\text{m/s}$ ) zu.

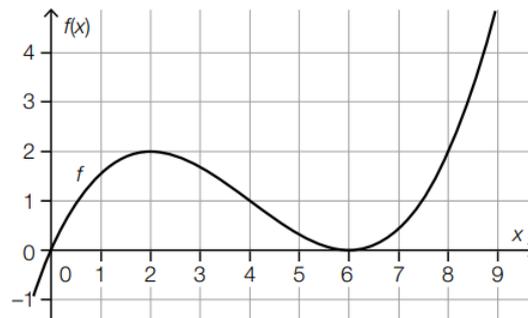
Zu Beginn des Überholvorgangs hat das Fahrzeug die Geschwindigkeit  $v(0) = 20 \text{ m/s}$ .

### Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Funktionsgleichung von  $v$  auf.

## Ableitungs- und Stammfunktion

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Polynomfunktion 3. Grades  $f$  dargestellt. Alle lokalen Extremstellen und die Wendestelle von  $f$  sind ganzzahlig.



### Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

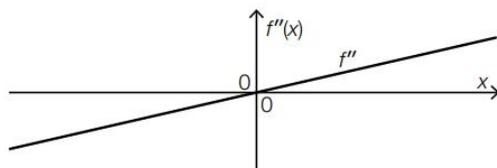
Der Graph der 1. Ableitung von  $f$            ①           und die Graphen aller Stammfunktionen von  $f$            ②          .

①	
schneidet die $x$ -Achse an der Stelle $x = 4$	<input type="checkbox"/>
ist im Intervall $(-\infty; 4)$ streng monoton fallend	<input type="checkbox"/>
ist im Intervall $(-\infty; 4)$ rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt)	<input type="checkbox"/>

②	
haben an der Stelle $x = 6$ eine Wendestelle mit waagrechter Tangente	<input type="checkbox"/>
schneiden die $x$ -Achse an der Stelle $x = 6$	<input type="checkbox"/>
sind im Intervall $(2; 6)$ streng monoton fallend	<input type="checkbox"/>

## Zweite Ableitung

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen der 2. Ableitung  $f''$  einer Polynomfunktion 3. Grades  $f$ . Der Graph von  $f''$  ist eine Gerade, die durch den Koordinatenursprung verläuft.



### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Abbildungen an, die den Graphen einer solchen Polynomfunktion  $f$  darstellen können. [2 aus 5]

	<input type="checkbox"/>

## Ableitungsfunktion einer Polynomfunktion dritten Grades

Eine Polynomfunktion 3. Grades  $f$  hat an der Stelle  $x_1 = -2$  ein lokales Maximum und an der Stelle  $x_2 = 2$  ein lokales Minimum.

Die Funktion hat die 1. Ableitungsfunktion  $f'$ .

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

$f'$ ist im gesamten Intervall $(-2; 2)$ positiv.	<input type="checkbox"/>
$f'$ hat an der Stelle $x_1$ den gleichen Wert wie an der Stelle $x_2$ .	<input type="checkbox"/>
$f'$ ist im gesamten Intervall $(-3; -2)$ negativ.	<input type="checkbox"/>
$f'$ hat an der Stelle $x = 4$ einen positiven Wert.	<input type="checkbox"/>
$f'$ hat an der Stelle $x = 0$ den Wert 0.	<input type="checkbox"/>

---

## Polynomfunktion dritten Grades

Vom Graphen einer Polynomfunktion dritten Grades  $f$  sind der Tiefpunkt  $T = (-1 | 2)$  sowie der Hochpunkt  $H = (1 | 4)$  bekannt.

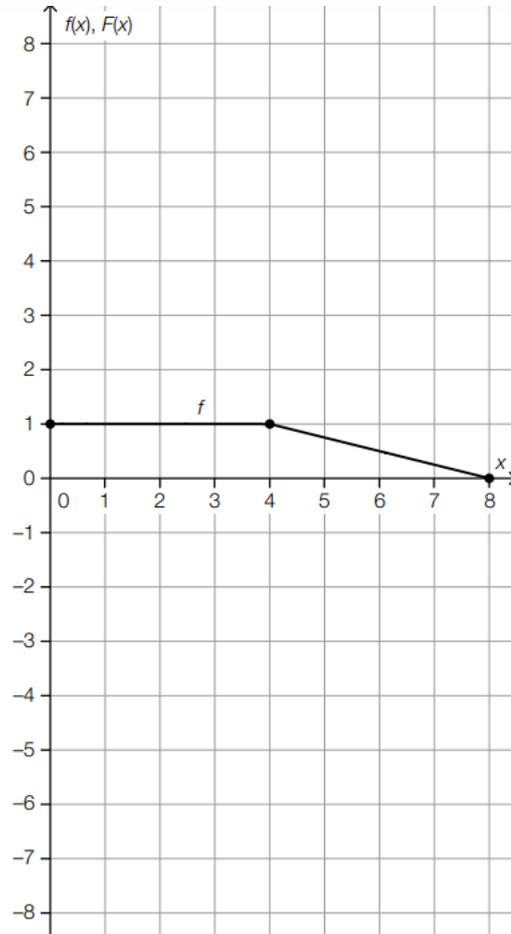
### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

Die Funktion $f$ ist im Intervall $(1; 3)$ streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ weist im Intervall $(-1; 1)$ einen Monotoniewechsel auf.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ ist im Intervall $(-3; 1)$ streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ ist im Intervall $(-1; 1)$ durchgehend rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt).	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ weist im Intervall $(0; 2)$ einen Monotoniewechsel auf.	<input type="checkbox"/>

## Stammfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der reellen Funktion  $f: [0; 8] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$ . Die Funktion  $F$  mit  $F(0) = 0$  ist eine Stammfunktion von  $f$ . Die gekennzeichneten Punkte haben ganzzahlige Koordinaten.



**Aufgabenstellung:**

Skizzieren Sie in der obigen Abbildung den Graphen von  $F$  im Intervall  $[0; 8]$  unter Verwendung der Funktionswerte  $F(0)$ ,  $F(4)$  und  $F(8)$ .

## Kompensation AHS

<https://www.mathago.at/kompensationspruefung-loesungen/>

### Februar 2023, Prüfung 2: Streamingkanal

- b) In einem anderen Modell wird die Anzahl der Abos im Zeitintervall  $[0; 3]$  mit der Funktion  $g$  beschrieben.

$$g(t) = 18 \cdot t^2 + 106 \cdot t + 484 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 3$$

$t$  ... Zeit in Wochen

$g(t)$  ... Anzahl der Abos zur Zeit  $t$

- 1) Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

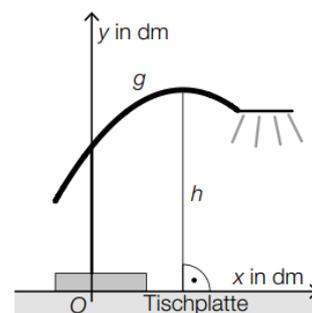
$g'(0) < g'(3)$	<input type="checkbox"/>
$g''(t) < 0$	<input type="checkbox"/>
$\frac{g(3) - g(0)}{3 - 0} < g'(0)$	<input type="checkbox"/>
$g(0) < g(3)$	<input type="checkbox"/>
$g'(t) < 0$	<input type="checkbox"/>

### Oktober 2022, Prüfung 1: Schreibtischlampen

- c) Die Aufhängung des Modells C kann durch den Graphen der quadratischen Funktion  $g$  beschrieben werden (siehe nebenstehende Abbildung).

$$\text{Es gilt: } g(x) = -0,25 \cdot x^2 + 1,25 \cdot x + 4$$

- 1) Berechnen Sie die maximale Höhe  $h$  der Aufhängung über der Tischplatte.

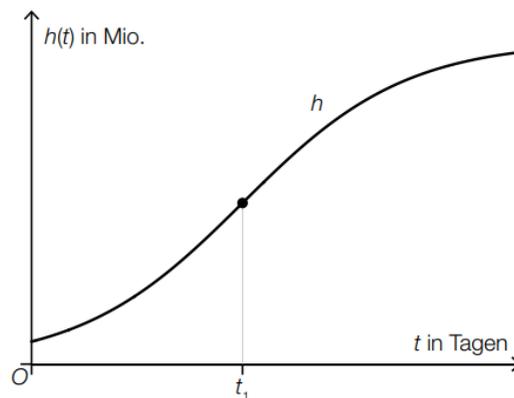


## Juni 2022, Prüfung 2: Apps

Für eine bestimmte App soll die zeitliche Entwicklung der Downloads durch drei verschiedene Modelle beschrieben werden.

Zu Beginn des Beobachtungszeitraums ( $t = 0$ ) betrug die Anzahl der bis dahin erfolgten Downloads 0,35 Millionen (Mio.). 365 Tage später betrug die Anzahl der bis dahin erfolgten Downloads 1,81 Mio.

- c) Im Modell C soll die zeitliche Entwicklung der Downloads durch die Funktion  $h$  beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



$t$  ... Zeit ab Beginn des Beobachtungszeitraums in Tagen

$h(t)$  ... Anzahl der bis zum Zeitpunkt  $t$  erfolgten Downloads in Mio.

Es gilt:  $h''(t_1) = 0$

- 1) Interpretieren Sie den Wert von  $h'(t_1)$  im gegebenen Sachzusammenhang.

## Juni 2022, Prüfung 5: Bierschaum

b) Martin beschreibt die Höhe des Bierschaums nach dem Einschenken in ein anderes Glas durch die Funktion  $f$  (siehe unten stehende Abbildungen).

1) Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung 2 den Graphen von  $f'$ .

Abbildung 1

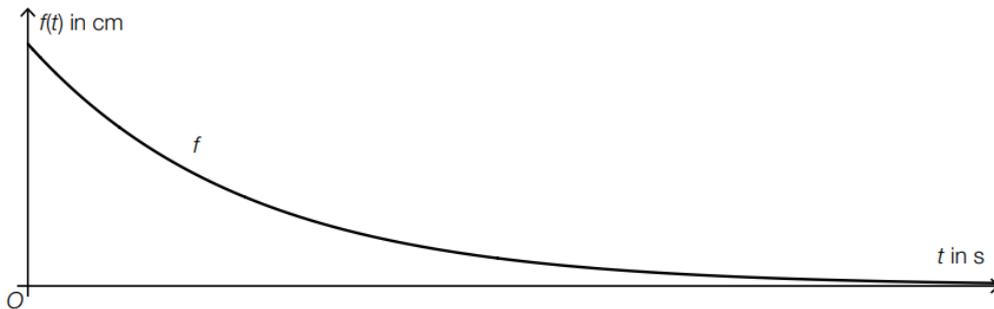


Abbildung 2

