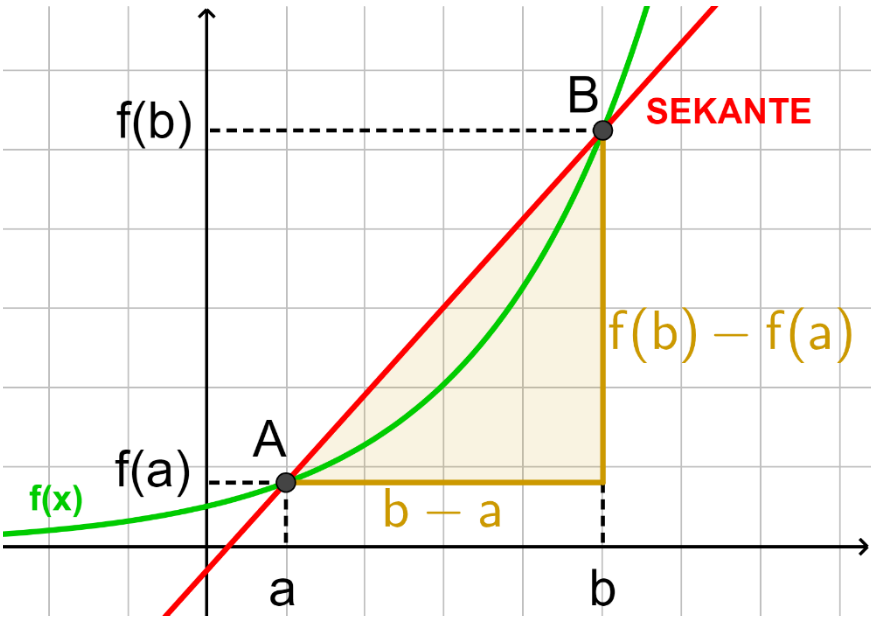
AN1 Änderungsmaße

Maturaskript AHS (14 Seiten)

Grundkompetenzen:

- **AN1.1** absolute und relative (prozentuelle) Änderungsmaße unterscheiden und angemessen verwenden können
- **AN1.2** den Zusammenhang Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) – Differenzialquotient („momentane“ bzw. lokale Änderungsrate) auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffs kennen und diese Konzepte (verbal sowie in formaler Schreibweise) auch kontextbezogen anwenden können
- **AN1.3** den Differenzen- und Differenzialquotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen- bzw. Differenzialquotienten beschreiben können



Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof. Πegischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

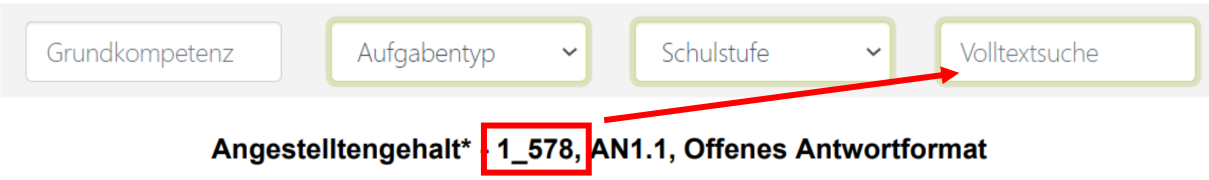
Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben (**Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool**)** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info*: bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, …) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=M
2) Gib im Feld „**Volltextsuche**" die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.



Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. 1_578) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**" und „**GeoGebra**" erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**" erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	**Weitere Regeln für Lehrpersonen**
▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen. ▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen. ▪ Sie dürfen mein Materialen **NICHT** gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden. ▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden. ▪ Bei einem **Missbrauch** erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	**WICHTIGSTE REGEL:** LehrerInnen dürfen die Materialien in **Ihrem eigenen Unterricht** verwenden: ▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen. ▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben. ▪ Es ist **nicht erlaubt**, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben. ▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

AN1 – Änderungsmaße (inkl. Differenzenquotient/Differentialquotient)

Sei f eine reelle Funktion. Für ein Intervall $[\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}]$ aus der Definitionsmenge definiert man:

- $f(b) - f(a)$ ... **absolute Änderung** von f in $[a; b]$
- $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ ... **mittlere Änderungsrate (Differenzenquotient)** von f in $[a; b]$
- $\frac{f(b)-f(a)}{f(a)}$ ... **relative Änderung** von f in $[a; b]$
- $\frac{f(b)-f(a)}{f(a)} \cdot 100$ ... **prozentuelle Änderung** von f in $[a; b]$

Video

SCAN MICH

Bsp. 1) Gegeben ist eine Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Bestimme jeweils die (1) absolute Änderung, (2) mittlere Änderung, (3) relative Änderung und (4) prozentuelle Änderung im Intervall [2;5].

a. $f(x) = 2x - 7$	**b.** $f(x) = -x^2 + 6x$
c. $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$	**d.** $f(x) = 2x^3 - x^2 + 4x$

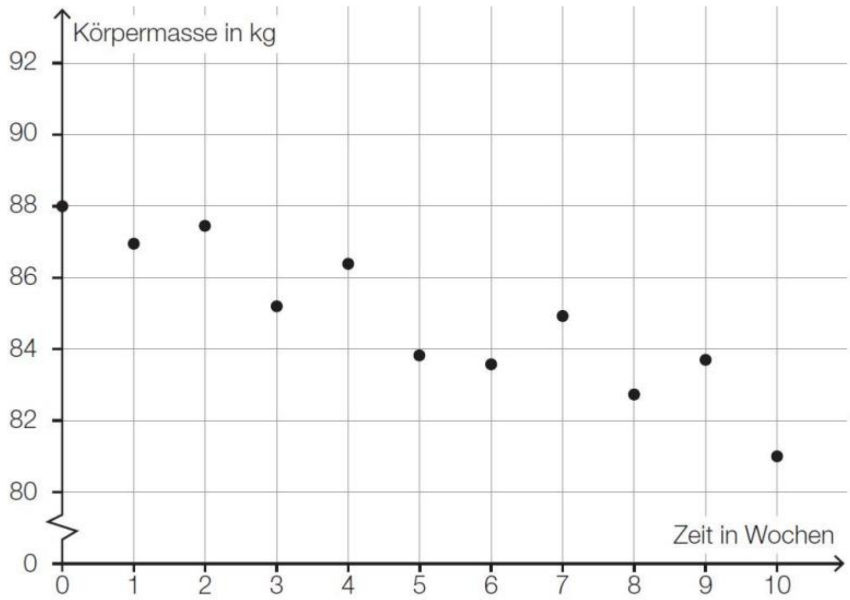
Angestelltengehalt* - 1_578, AN1.1, Offenes Antwortformat

Das Bruttogehalt eines bestimmten Angestellten betrug im Jahr 2008 monatlich € 2.160.

In den folgenden sechs Jahren ist sein monatliches Bruttogehalt durchschnittlich um € 225 pro Jahr gestiegen.
Geben Sie die prozentuelle Änderung des monatlichen Bruttogehalts im gesamten betrachteten Zeitraum von 2008 bis 2014 an!

Diät* - 1_842, AN1.1, Halboffenes Antwortformat

Hannes machte eine zehnwöchige Diät und notierte dabei am Beginn jeder Woche und am Ende der Diät seine Körpermasse (in kg). Diese Werte sind im nachstehenden Diagramm dargestellt.



Geben Sie die absolute Änderung (in kg) und die relative Änderung (in %) der Körpermasse von Hannes vom Beginn bis zum Ende der zehnwöchigen Diät an.

absolute Änderung: ________________________________ kg

relative Änderung: ________________________________ %

Elektrische Spannung* - 1_385, AN1.1, Offenes Antwortformat

Die Funktion U beschreibt die elektrische Spannung während eines physikalischen Experiments in Abhängigkeit von der Zeit t ($U(t)$ in Volt, t in Sekunden).

Interpretieren Sie den Wert des Terms $\frac{U(t_2) - U(t_1)}{U(t_1)}$ in diesem Zusammenhang!

Körpermasse eines Babys* - 1_1191, AN1.1, Halboffenes Antwortformat

Die Körpermasse von Babys in den ersten 6 Lebenswochen kann näherungsweise mithilfe der Funktion $G: [0; 6] \to \mathbb{R}$ mit $G(t) = G_0 + 190 \cdot t$ modelliert werden.

t ... Zeit nach der Geburt in Wochen
$G(t)$ ... Körpermasse eines Babys zur Zeit t in g
G_0 ... Körpermasse eines Babys bei der Geburt in g

Nora hat bei ihrer Geburt eine Körpermasse von 3200 g.

Berechnen Sie mithilfe der Funktion G die relative Änderung der Körpermasse von Nora von der Geburt bis 6 Wochen nach der Geburt in Prozent.

__________________ %

Preisänderungen* - 1_409, AN1.1, Lückentext

Ein Fernsehgerät wurde im Jahr 2012 zum Preis P_0 verkauft, das gleiche Gerät wurde im Jahr 2014 zum Preis P_2 verkauft.
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Der Term ______①______ gibt die absolute Preisänderung von 2012 auf 2014 an, der Term ______②______ die relative Preisänderung von 2012 auf 2014.

①	
$\frac{P_0}{P_2}$	☐
$P_2 - P_0$	☐
$\frac{P_2 - P_0}{2}$	☐

②	
$\frac{P_2}{P_0}$	☐
$\frac{P_0 - P_2}{2}$	☐
$\frac{P_2 - P_0}{P_0}$	☐

Altenpflege (c) - 2_073, AN1.1 AN1.3, Offenes Antwortformat

c) Die nachstehende Tabelle zeigt die Anzahl der Hausbesuche pro Jahr durch mobile Dienste im Rahmen der Altenpflege in Oberösterreich sowie deren prozentuellen Anstieg jeweils im Vergleich zur Anzahl 2 Jahre davor.

Jahr	Anzahl der Hausbesuche pro Jahr	prozentueller Anstieg (gerundet)
1994	498086	
1996	589168	18,3 %
1998	802146	36,1 %
2000	1017793	26,9 %
2002	1176665	15,6 %
2004	1360543	15,6 %

Der prozentuelle Anstieg der Anzahl der Hausbesuche pro Jahr betrug sowohl von 2000 auf 2002 als auch von 2002 auf 2004 jeweils rund 15,6 %.

1) Erklären Sie in Worten, warum sich die absolute Änderung der Anzahl der Hausbesuche pro Jahr von 2000 auf 2002 von jener von 2002 auf 2004 unterscheidet, obwohl die prozentuellen Anstiege in den jeweiligen Zeitintervallen gleich sind.
2) Interpretieren Sie das Ergebnis der Berechnung $\frac{1360543 - 498086}{2004 - 1994} \approx 86246$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Bewegungsaufgaben in Zusammenhang mit der mittleren Änderungsrate

- $s(t)$ ... gibt den <u>zurückgelegten Weg</u> nach t Sekunden/Minuten/Stunden an!

$$Einheiten: m, km$$

- $v(t)$ ... gibt die <u>(momentane) Geschwindigkeit</u> nach t Sekunden/Minuten/Stunden an!

$$Einheiten: \frac{m}{s}; \frac{km}{h} \qquad es\ gilt: 1\frac{m}{s} = 3{,}6\frac{km}{h}$$

- $a(t)$ ... gibt die <u>(momentane) Beschleunigung</u> nach t Sekunden/Minuten/Stunden an!

$$Einheit: \frac{m}{s^2}$$

Mittlere Geschwindigkeit und Mittlere Beschleunigung:

a. $\bar{v}(t_1, t_2) = \frac{s(t_2)-s(t_1)}{t_2-t_1}$ ... gibt die <u>mittlere Geschwindigkeit</u> im Intervall $[t_1; t_2]$ an!

(=Mittlere Änderungsrate / Differenzenquotient des Weges in Bezug auf die Zeit)

$$Beispiel: \bar{v}(1{,}4) = \frac{s(4)-s(1)}{4-1} = 10\frac{m}{s}$$

Im Zeitintervall [1;4] (=zwischen erster und vierter Sekunde) beträgt die mittlere Geschwindigkeit $10\frac{m}{s}$

b. $\bar{a}(t_1, t_2) = \frac{v(t_2)-v(t_1)}{t_2-t_1}$ ... gibt die <u>mittlere Beschleunigung</u> im Intervall $[t_1; t_2]$ an!

(=Mittlere Änderungsrate / Differenzenquotient der Geschwindigkeit in Bezug auf die Zeit)

$$Beispiel: \bar{a}(1{,}4) = \frac{v(4)-v(1)}{4-1} = 3\frac{m}{s^2}$$

Im Zeitintervall [1;4] (=zwischen erster und vierter Sekunde) beträgt die mittlere Beschleunigung $3\frac{m}{s^2}$

Bsp. 2) Gegeben ist eine Wegfunktion $s(t) = -2t^4 + 8t^3$ eines Körpers $(s\ in\ m, t\ in\ sek), D = [0; 4]$

a. Bestimme die **mittlere Geschwindigkeit** im Intervall [0;1].

b. Bestimme die **momentane Geschwindigkeit** nach 1 Sekunde.

c. Bestimme den **zurückgelegten Weg** nach 3 Sekunden.

d. Bestimme die **maximale Geschwindigkeit** mit Hilfe der Differentialrechnung. Zeige nachweislich, dass es sich um ein Maximum handelt.

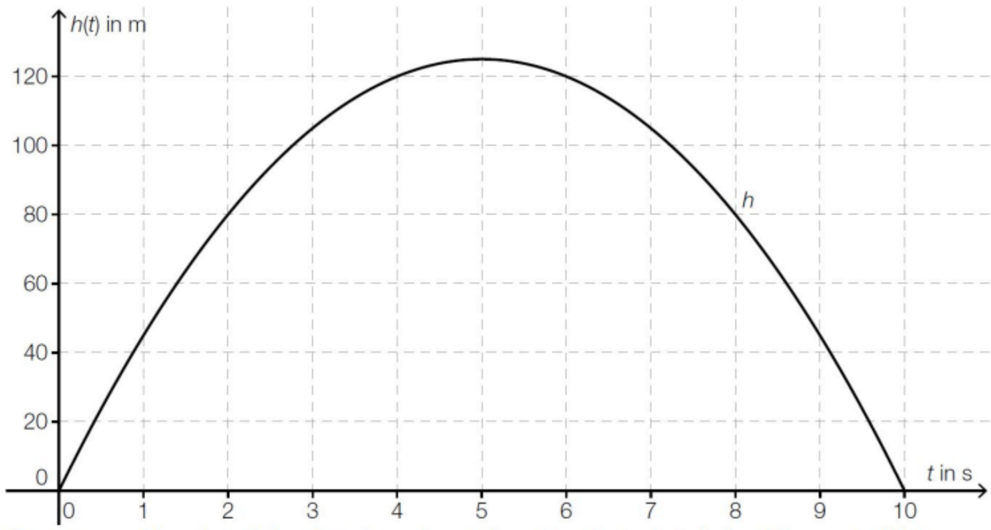
e. Berechne die **mittlere Beschleunigung** im Intervall [0;2].

f. Ermittle, nach wie vielen Sekunden der Körper zum ersten Mal die 40 Meter-Marke erreicht.

g. Ermittle, nach wie vielen Sekunden der Körper mit einer Geschwindigkeit von $10\frac{m}{s}$ unterwegs ist.

Mittlere Geschwindigkeit* - 1_457, AN1.3, Offenes Antwortformat

Die Funktion h, deren Graph in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist, beschreibt näherungsweise die Höhe $h(t)$ eines senkrecht nach oben geschossenen Körpers in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Sekunden, $h(t)$ in Metern).



Bestimmen Sie anhand des Graphen die mittlere Geschwindigkeit des Körpers in Metern pro Sekunde im Zeitintervall [2 s; 4 s]!

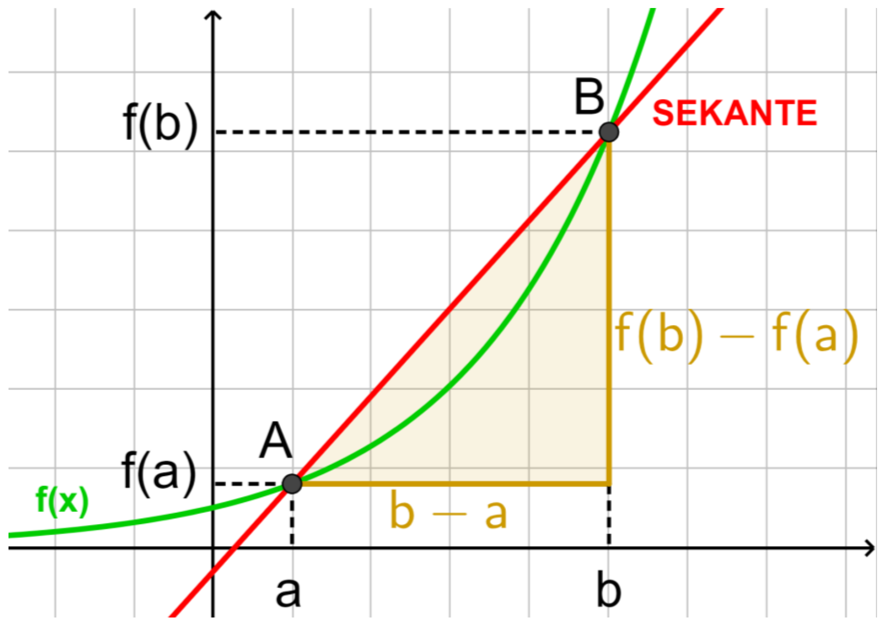
Video

Definition (Differenzenquotient):

Die **mittlere Änderungsrate** einer reellen Funktion f im Intervall $[a; b]$

$$\frac{f(\mathrm{b}) - f(\mathrm{a})}{\mathrm{b} - \mathrm{a}}$$

wird als **Differenzenquotient** bezeichnet. Graphisch entspricht der Differenzenquotient der **Steigung der Sekante** durch die Punkte $A = (a|f(a))$ und $B = (b|f(\mathrm{b}))$ an. Die Steigung entspricht der mittleren Änderung der Funktionswerte von f, wenn das Argument um 1 erhöht wird.



Graphische Deutung

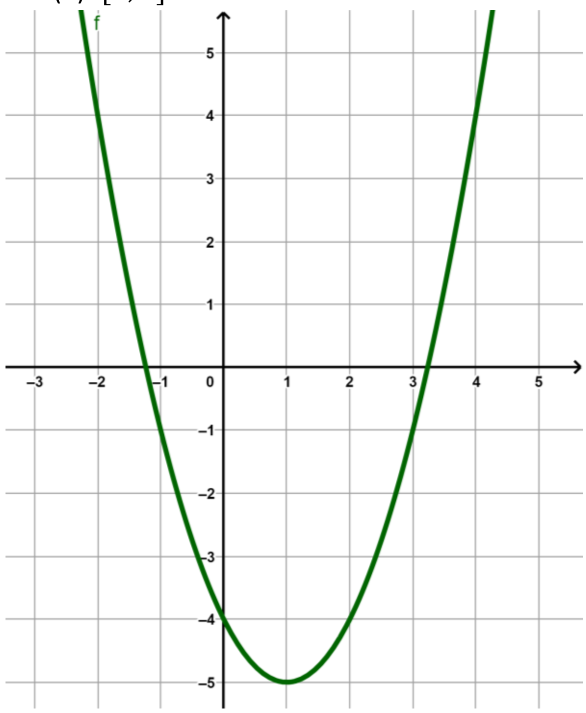
Differenzenquotient <-> Steigung der Sekante

Bsp. 3) Berechne den Differenzenquotient in (1) $[-4;-1]$, (2) $[-2;4]$ und (3) $[1;2]$.

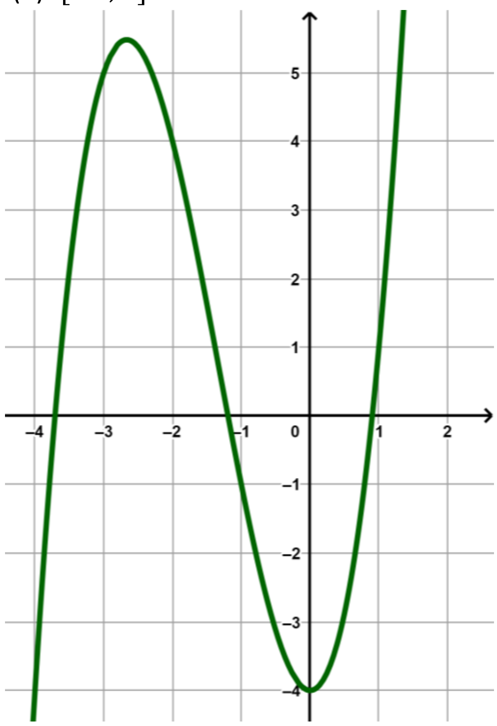
a. $f(x) = 2x - 1$
b. $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

Bsp. 4) Berechne den Differenzenquotient für die gegebenen Intervalle. Zeichne jeweils die Sekante ein. Stelle die Funktionsgleichung jeder Sekante auf.

(1) $[-2;1]$
(2) $[0;4]$



(1) $[-4;1]$
(2) $[-2;0]$



Video

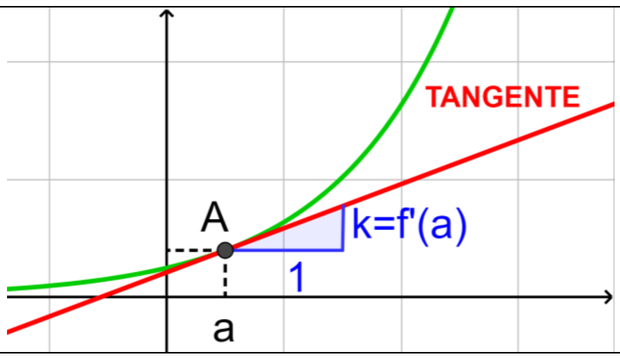
Definition (Differentialquotient):

Die **momentane Änderungsrate** einer Funktion f an der Stelle a

$$f'(a) = \lim_{b \to a} \frac{f(b) - f(a)}{\mathrm{b} - \mathrm{a}}$$

wird als **Differentialquotient** (1. Ableitung) bezeichnet.

Der Differentialquotient gibt die Steigung der **Tangente** durch den Punkt $A = (a|f(a))$ an.



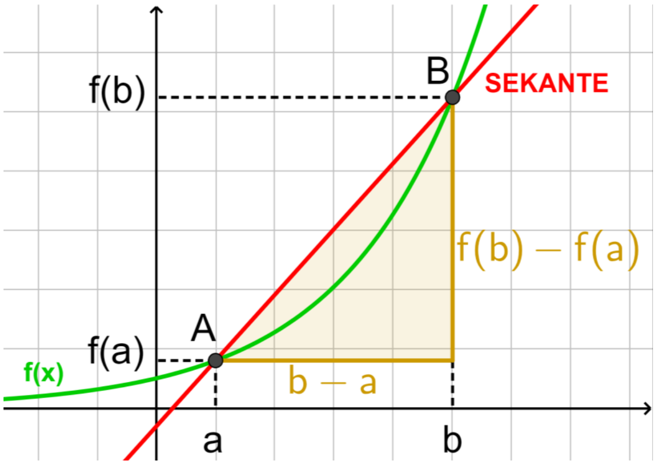
Bemerkung: Unter der Steigung einer Funktion an einer Stelle versteht man die Steigung der Tangente an dieser Stelle!!!!

Weitere Formeln zum Differentialquotient:

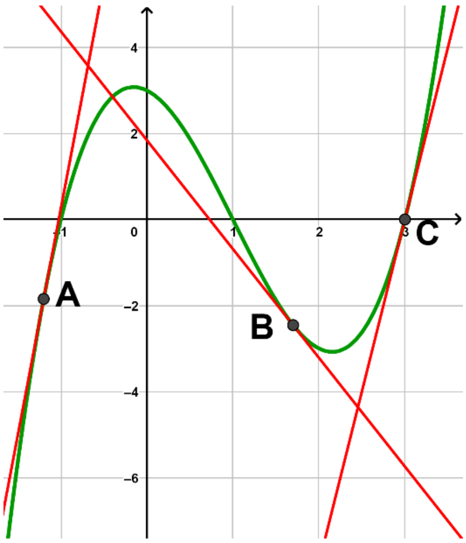
$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Differenzenquotient <-> Sekante

Die Sekante geht durch 2 Punkte.



Differentialquotient <-> Tangente



Die Tangente berührt die Funktion in einem Punkt.

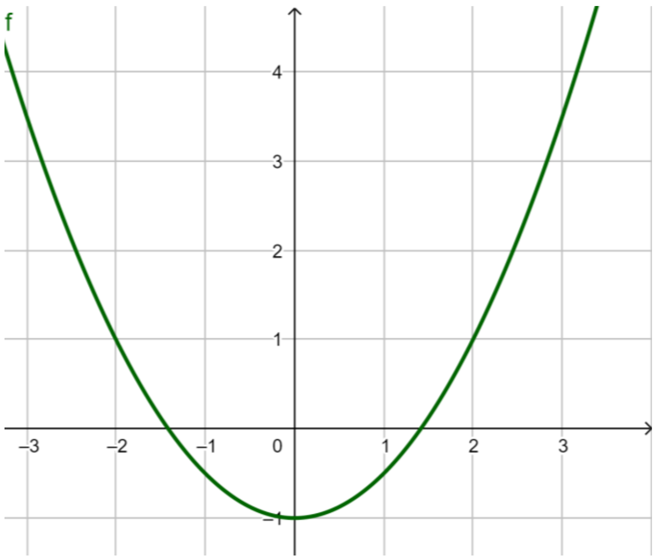
Die Tangente zeichnet man mit der Hand nach Gefühl, sodass die Tangente die Funktion nur in einem Punkt berührt.

Davor und danach ist der Abstand zum Funktionsgraphen ungefähr gleich groß.

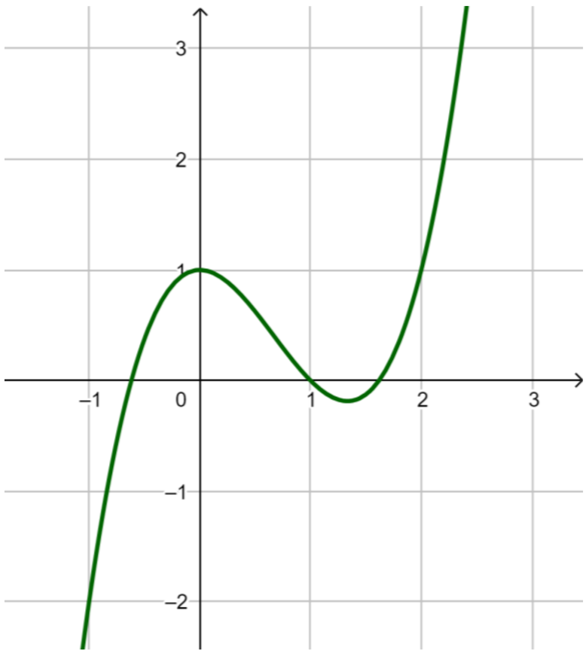
Bestimmung Differentialquotient über die Tangentensteigung

Bsp. 5) Zeichne die Tangente an der gesuchten Stelle ein. Bestimme geometrisch die Steigung der Tangente und gib den Differentialquotient an. Gib jeweils die Tangentengleichung an.

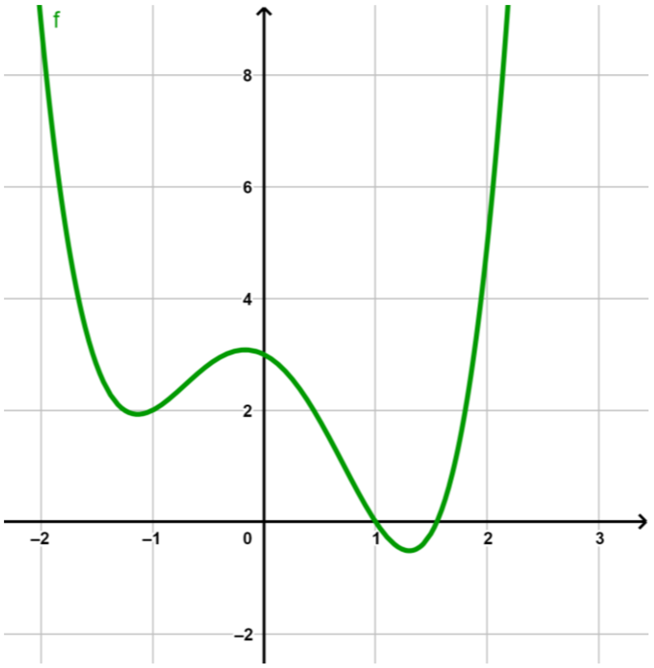
$x = 2$



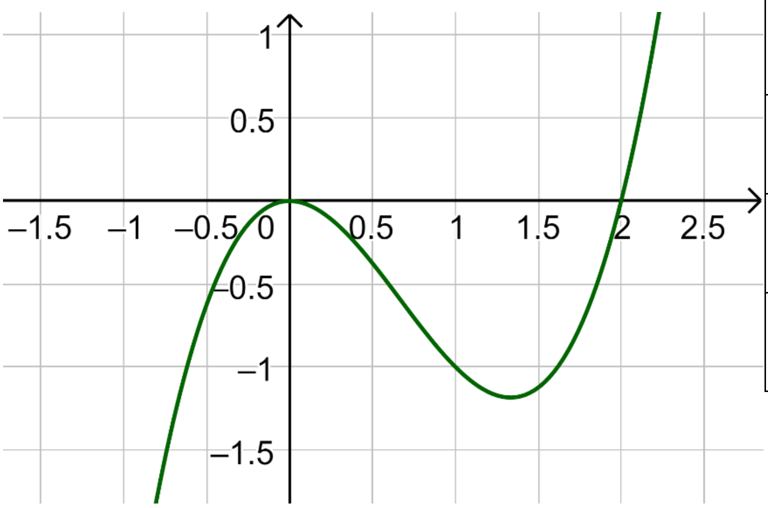
$x = 1$



Bsp. 6) Zeichne bei den Stellen $x_1 = -1{,}5; x_2 = -0{,}5; x_3 = 0{,}5\ und\ x_4 = 2$ jeweils die Tangente ein. Ordne die Werte $f'(-1{,}5), f'(-0{,}5), f'(0{,}5)\ und\ f'(2)$ der Größe nach. Beginne mit dem größten Wert.



Bsp. 7) Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades.
Kreuze die **beiden** zutreffenden Aussagen an.



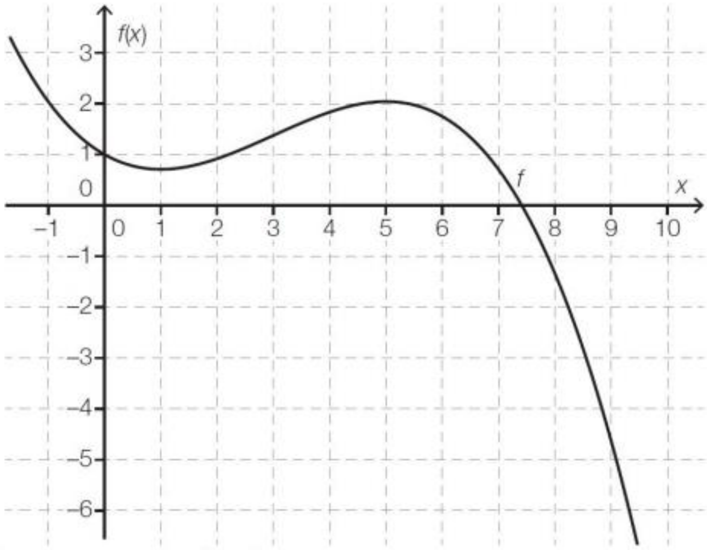
Der Differentialquotient von f an der Stelle $x = 1$ ist Null.	☐
$f'(x) < 0$ für alle $x \in [0; 2)$.	☐
Der Differenzenquotient von f im Intervall $[0{,}5; 2]$ ist positiv.	☐
Die momentane Änderungsrate von f an der Stelle 0 ist Null.	☐
$f'(x) > 0$ für $x = 0{,}5$	☐

Abkühlungsprozess* - 1_627, AN1.3, Offenes Antwortformat

Eine Flüssigkeit wird abgekühlt. Die Funktion T beschreibt modellhaft den Temperaturverlauf. Dabei gibt $T(t)$ die Temperatur der Flüssigkeit zum Zeitpunkt $t \geq 0$ an ($T(t)$ in °C, t in Minuten). Der Abkühlungsprozess startet zum Zeitpunkt $t = 0$.
Interpretieren Sie die Gleichung $T'(20) = -0{,}97$ im gegebenen Kontext unter Angabe der korrekten Einheiten!

Differenzenquotient und Differenzialquotient* - 1_794, AN1.2, 2 aus 5

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades f dargestellt.



Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Im Intervall (0; 2) gibt es eine Stelle a, sodass gilt: $\frac{f(a) - f(0)}{a - 0} = f'(0)$	☐
Im Intervall (4; 6) gibt es eine Stelle a, sodass gilt: $\frac{f(a) - f(0)}{a - 0} = f'(0)$	☐
Für alle $a \in (0; 1)$ gilt: Je kleiner a ist, desto weniger unterscheidet sich $\frac{f(a) - f(0)}{a - 0}$ von $f'(0)$.	☐
Für alle $a \in (2; 5)$ gilt: Je größer a ist, desto weniger unterscheidet sich $\frac{f(a) - f(0)}{a - 0}$ von $f'(0)$.	☐
Für alle $a \in (2; 3)$ gilt: $\frac{f(a) - f(0)}{a - 0} > f'(0)$	☐

Aktienkurs* - 1_505, AN1.3, Offenes Antwortformat

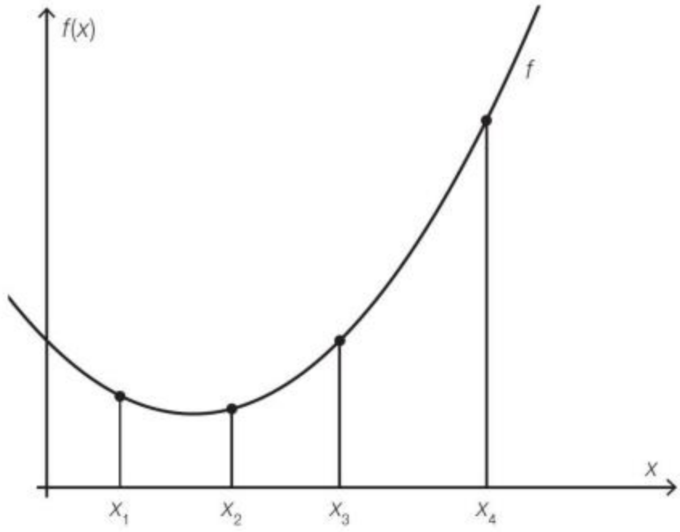
Ab dem Zeitpunkt $t = 0$ wird der Kurs einer Aktie (in Euro) beobachtet und dokumentiert. $A(t)$ beschreibt den Kurs der Aktie nach t Tagen.
Es wird folgender Wert berechnet:

$$\frac{A(10) - A(0)}{10} = 2$$

Geben Sie an, was dieser Wert im Hinblick auf die Entwicklung des Aktienkurses aussagt!

Differenzenquotient und Differenzialquotient* - 1_746, AN1.2, 2 aus 5

Nachstehend ist der Graph einer Polynomfunktion f zweiten Grades abgebildet. Zusätzlich sind vier Punkte auf dem Graphen mit den x-Koordinaten x_1, x_2, x_3 und x_4 eingezeichnet.



Kreuzen Sie die beiden auf die Funktion f zutreffenden Aussagen an.

Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_1; x_2]$ ist kleiner als der Differenzialquotient an der Stelle x_1.	☐
Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_1; x_3]$ ist kleiner als der Differenzialquotient an der Stelle x_3.	☐
Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_1; x_4]$ ist kleiner als der Differenzialquotient an der Stelle x_2.	☐
Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_2; x_4]$ ist größer als der Differenzialquotient an der Stelle x_2.	☐
Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_3; x_4]$ ist größer als der Differenzialquotient an der Stelle x_4.	☐

Differenzenquotient* - 1_722, AN1.3, Halboffenes Antwortformat

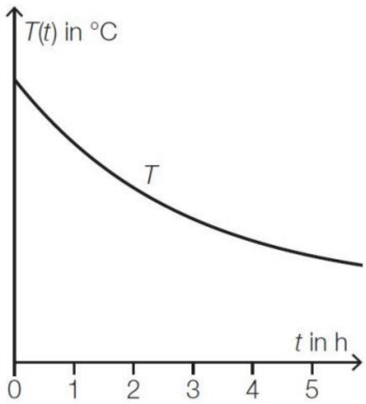
Der Graph einer Funktion f verläuft durch die Punkte $P = (-1|2)$ und $Q = (3|f(3))$. Bestimmen Sie $f(3)$ so, dass der Differenzenquotient von f im Intervall $[-1; 3]$ den Wert 1 hat.

$f(3) =$ ____________________

Abkühlung* - 1_866, AN1.3, 2 aus 5

Die differenzierbare Funktion T ordnet der Zeit $t \geq 0$ die Temperatur $T(t)$ eines Körpers zu (t in h, $T(t)$ in °C).

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen dieser Funktion T.



Es gilt: $T'(1) = -15$.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Zum Zeitpunkt $t = 2$ ist die momentane Änderungsrate der Temperatur des Körpers kleiner als –15 °C/h.	☐
Die Temperatur des Körpers ist eine Stunde nach Beginn des Abkühlungsprozesses um 15 °C niedriger als zum Zeitpunkt $t = 0$.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 1$ beträgt die momentane Änderungsrate der Temperatur des Körpers –15 °C/h.	☐
Es gilt: $\frac{T(3) - T(1)}{2} > -15$.	☐
Im Verlauf der ersten Stunde beträgt die durchschnittliche Abkühlungsgeschwindigkeit des Körpers 15 °C/h.	☐

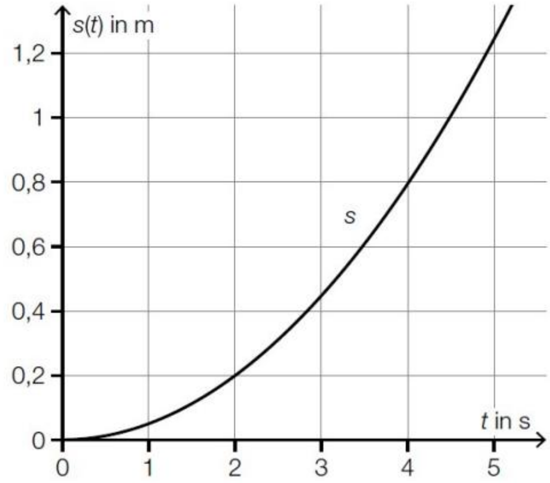
Finanzschulden* - 1_552, AN1.3, Offenes Antwortformat

Die Finanzschulden Österreichs haben im Zeitraum 2000 bis 2010 zugenommen. Im Jahr 2000 betrugen die Finanzschulden Österreichs F_0, zehn Jahre später betrugen sie F_1 (jeweils in Milliarden Euro).

Interpretieren Sie den Ausdruck $\frac{F_1 - F_0}{10}$ im Hinblick auf die Entwicklung der Finanzschulden Österreichs!

Mittlere Geschwindigkeit* - 1_1192, AN1.3, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist der Graph der Zeit-Weg-Funktion s eines bewegten Körpers. Die Zeit t wird in Sekunden und der Weg $s(t)$ in Metern angegeben.



Ermitteln Sie den Zeitpunkt t_1 so, dass die mittlere Geschwindigkeit des Körpers in den Intervallen $[0; 4]$ und $[1; t_1]$ jeweils gleich hoch ist.

t_1 = ____________________ Sekunden

Mittlere Änderungsrate interpretieren* - 1_481, AN1.3, 2 aus 5

Gegeben ist eine Polynomfunktion f dritten Grades. Die mittlere Änderungsrate von f hat im Intervall $[x_1; x_2]$ den Wert 5.

Welche der nachstehenden Aussagen können über die Funktion f sicher getroffen werden? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Im Intervall $[x_1; x_2]$ gibt es mindestens eine Stelle x mit $f(x) = 5$.	☐
$f(x_2) > f(x_1)$	☐
Die Funktion f ist im Intervall $[x_1; x_2]$ monoton steigend.	☐
$f'(x) = 5$ für alle $x \in [x_1; x_2]$	☐
$f(x_2) - f(x_1) = 5 \cdot (x_2 - x_1)$	☐

Mittlere Änderungsrate* - 1_651, AN1.3, Halboffenes Antwortformat

Von einer Funktion f ist die folgende Wertetabelle gegeben:

x	$f(x)$
–3	42
–2	24
–1	10
0	0
1	–6
2	–8
3	–6
4	0
5	10
6	24

Die mittlere Änderungsrate der Funktion f ist im Intervall $[-1; b]$ für genau ein $b \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ gleich null.
Geben Sie b an!

$b =$ ______________________________

Schwimmbad* - 1_579, AN1.3, Offenes Antwortformat

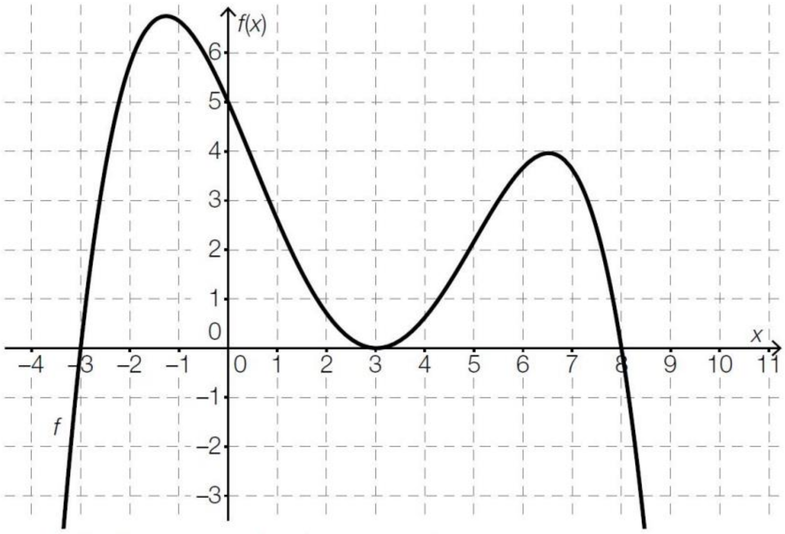
In ein Schwimmbad wird ab dem Zeitpunkt $t = 0$ Wasser eingelassen.

Die Funktion h beschreibt die Höhe des Wasserspiegels zum Zeitpunkt t. Die Höhe $h(t)$ wird dabei in dm gemessen, die Zeit t in Stunden.
Interpretieren Sie das Ergebnis der folgenden Berechnung im gegebenen Kontext!

$$\frac{h(5) - h(2)}{5 - 2} = 4$$

Änderungsraten einer Polynomfunktion* - 1_528, AN1.3, 2 aus 5

Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion f.

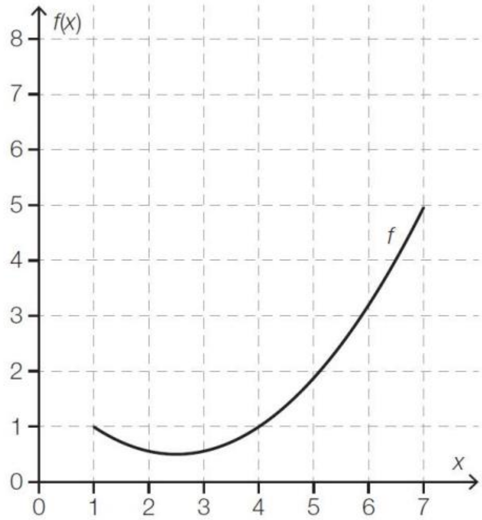


Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Differenzialquotient an der Stelle $x = 6$ ist größer als der Differenzialquotient an der Stelle $x = -3$.	☐
Der Differenzialquotient an der Stelle $x = 1$ ist negativ.	☐
Der Differenzenquotient im Intervall $[-3; 0]$ ist 1.	☐
Die mittlere Änderungsrate ist in keinem Intervall gleich 0.	☐
Der Differenzenquotient im Intervall $[3; 6]$ ist positiv.	☐

Änderungsraten* - 1_795, AN1.3, Konstruktionsformat

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Funktion f im Intervall $[1; 7]$ dargestellt.



Zeichnen Sie in der obigen Abbildung denjenigen Punkt P des Graphen von f ein, in dem für die Funktion f der Differenzialquotient dem Differenzenquotienten im Intervall $[1; 7]$ entspricht.