

## AN1 – Änderungsmaße (inkl. Differenzenquotient/Differentialquotient)

### Lösungen Maturaaufgaben:

- 1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: <https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=M>
- 2) Gib im Feld „Volltextsuche“ die Nummer ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

Grundkompetenz	Aufgabentyp ▾	Schulstufe ▾	Volltextsuche
----------------	---------------	--------------	---------------

Angestelltegehalt\* **1\_578**, AN1.1, Offenes Antwortformat

↑  
Nummer

**Bsp. 1)** Gegeben ist eine Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Bestimme jeweils die (1) absolute Änderung, (2) mittlere Änderung, (3) relative Änderung und (4) prozentuelle Änderung im Intervall  $[2;5]$ .

<p>a. <math>f(x) = 2x - 7</math></p> <p><math>f(5) = 10 - 7 = \underline{3}</math> <math>f(2) = 4 - 7 = \underline{-3}</math></p> <p>① <math>f(5) - f(2) = 3 - (-3) = \underline{6}</math></p> <p>② <math>\frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} = \frac{6}{3} = \underline{2}</math></p> <p>③ <math>\frac{f(5) - f(2)}{f(2)} = \frac{6}{-3} = \underline{-2}</math></p> <p>④ <math>-200\%</math></p>	<p>b. <math>f(x) = -x^2 + 6x</math></p> <p><math>f(5) = -25 + 30 = \underline{5}</math> <math>f(2) = -4 + 12 = \underline{8}</math></p> <p>① <math>5 - 8 = \underline{-3}</math></p> <p>② <math>\frac{-3}{8} = \underline{-\frac{3}{8}}</math></p> <p>③ <math>\frac{-3}{8} = -\frac{3}{8} = \underline{-0,375}</math></p> <p>④ <math>-37,5\%</math></p>
<p>c. <math>f(x) = 2x^2 - 3x + 1</math></p> <p><math>f(5) = 2 \cdot 25 - 15 + 1 = 50 - 15 + 1 = \underline{36}</math> <math>f(2) = 2 \cdot 4 - 6 + 1 = \underline{3}</math></p> <p>① <math>36 - 3 = \underline{33}</math></p> <p>② <math>\frac{33}{3} = \underline{11}</math></p> <p>③ <math>\frac{33}{3} = \underline{11}</math></p> <p>④ <math>1100\%</math></p>	<p>d. <math>f(x) = 2x^3 - x^2 + 4x</math></p> <p><math>f(5) = 2 \cdot 125 - 25 + 20 = 250 - 5 = \underline{245}</math> <math>f(2) = 2 \cdot 8 - 4 + 8 = 16 + 4 = \underline{20}</math></p> <p>① <math>245 - 20 = \underline{225}</math></p> <p>② <math>\frac{225}{3} = \underline{75}</math></p> <p>③ <math>\frac{225}{20} = \underline{11,25}</math></p> <p>④ <math>1125\%</math></p>

Bsp. 2)

$$1 \downarrow s(t) = -2t^4 + 8t^3 \quad (1)$$

$$a) \frac{s(1) - s(0)}{1 - 0} = \underline{6 \text{ m/s}}$$

$$b) v(t) = s'(t) = \underline{16 \text{ m/s}}$$

$$c) s(3) = \underline{54 \text{ m}}$$

$$d) v(t) = s'(t) = -8t^3 + 24t^2$$

$$\bullet v'(t) = 0 \Leftrightarrow -24t^2 + 48t = 0$$

$$t_1 = 0 \quad \because v''(0) = 48 > 0 \text{ MIN}$$

$$t_2 = 2 \quad \because \underline{v''(2) = -48 < 0 \text{ MAX}}$$

$$\Rightarrow \underline{v(2) = 32 \text{ m/s}} \leftarrow \text{max. Geschw. nach } t = 2 \text{ sek.}$$

$$e) \frac{v(2) - v(0)}{2 - 0} = \underline{16 \text{ m/s}^2}$$

$$f) s(t) = 40$$

↓ GG

$$\underline{t_1 = 2,25 \text{ sek}} \quad (t_2 = 3,55 \text{ sek})$$

$$g) v(t) = 10$$

↓ GG

$$(t_1 = -0,59 \text{ sek}) \quad \underline{t_2 = 0,74 \text{ sek}} \quad \underline{t_3 = 2,85 \text{ sek}}$$

Bsp. 3)

$$5a) \textcircled{1} \begin{array}{l} f(-4) = -9 \\ f(-1) = -3 \end{array} \Rightarrow \frac{-3 - (-9)}{-1 - (-4)} = \frac{6}{3} = \underline{\underline{2}}$$

$$\textcircled{2} \begin{array}{l} f(-2) = -5 \\ f(4) = 7 \end{array} \Rightarrow \frac{7 - (-5)}{4 - (-2)} = \frac{12}{6} = \underline{\underline{2}}$$

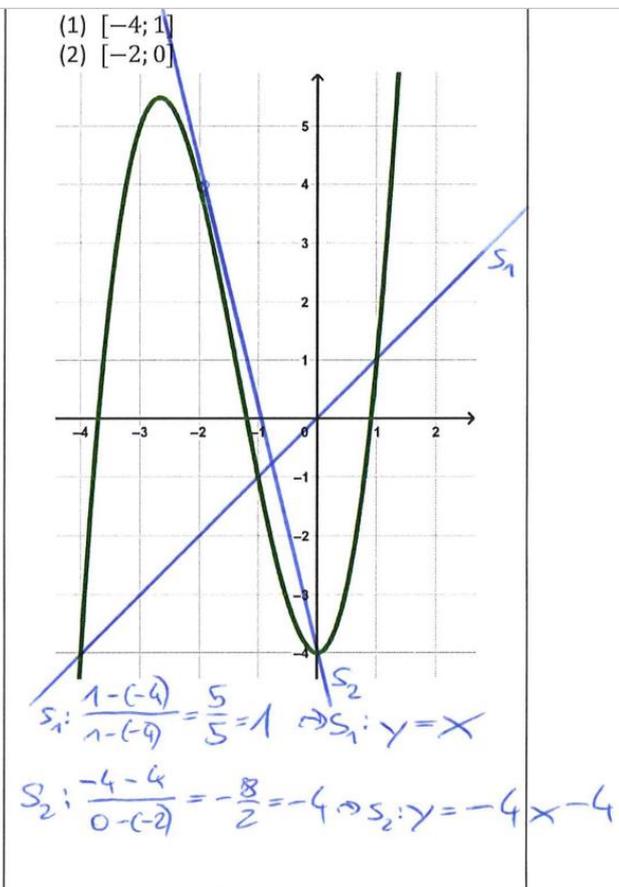
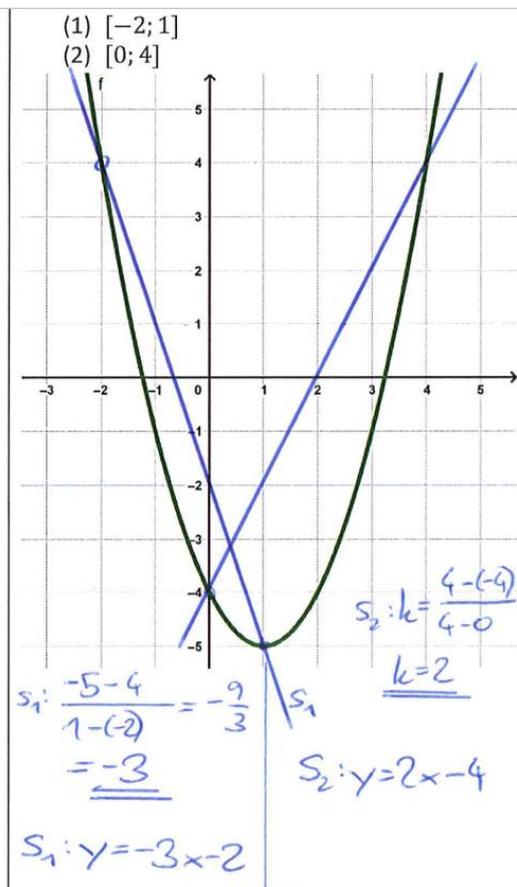
$$\textcircled{3} \begin{array}{l} f(2) = 3 \\ f(1) = 1 \end{array} \Rightarrow \frac{3 - 1}{2 - 1} = \frac{2}{1} = \underline{\underline{2}}$$

$$5b) \textcircled{1} \begin{array}{l} f(-1) = -1 - 2 - 1 = -4 \\ f(-9) = -16 - 8 - 1 = -25 \end{array} \Rightarrow \frac{-4 - (-25)}{-1 - (-9)} = \frac{21}{8} = \underline{\underline{7}}$$

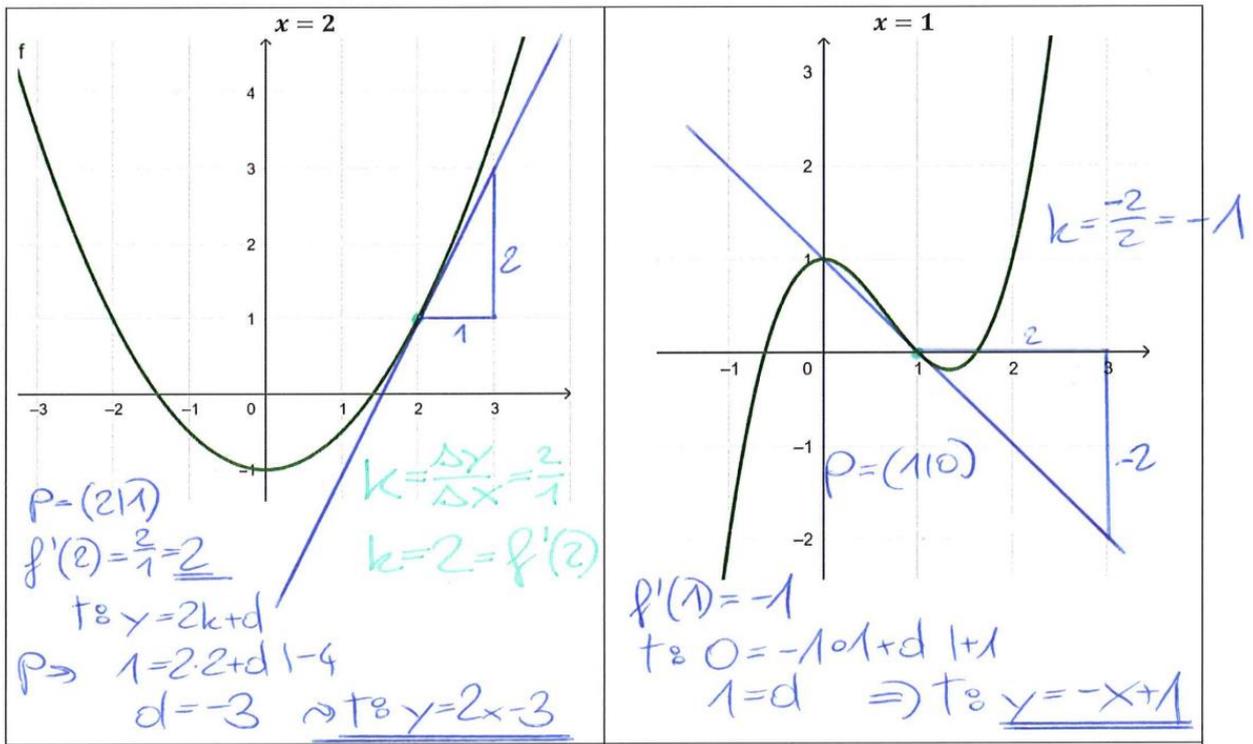
$$\textcircled{2} \begin{array}{l} f(4) = -16 + 8 - 1 = -9 \\ f(-2) = -4 - 4 - 1 = -9 \end{array} \Rightarrow \frac{-9 - (-9)}{4 - (-2)} = \frac{0}{6} = \underline{\underline{0}}$$

$$\textcircled{3} \begin{array}{l} f(2) = -4 + 4 - 1 = -1 \\ f(1) = -1 + 2 - 1 = 0 \end{array} \Rightarrow \frac{-1 - 0}{2 - 1} = -\frac{1}{1} = \underline{\underline{-1}}$$

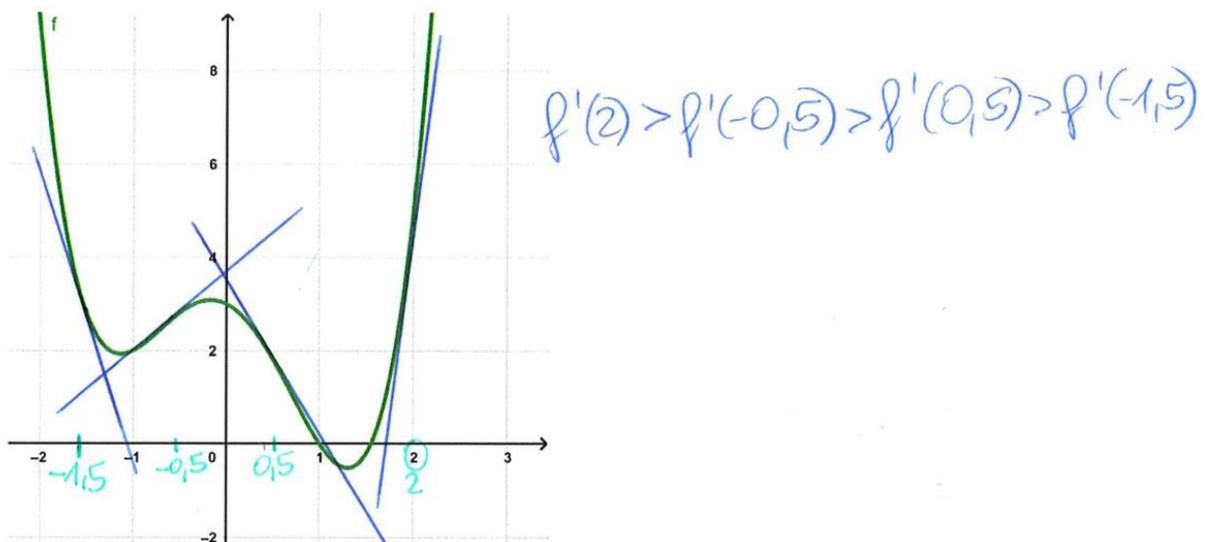
Bsp. 4) Berechne den Differenzenquotient für die gegebenen Intervalle. Zeichne jeweils die Sekante



**Bsp. 5)** Zeichne die Tangente an der gesuchten Stelle ein. Bestimme geometrisch die Steigung der Tangente und gib den Differentialquotient an. Gib jeweils die Tangentengleichung an.

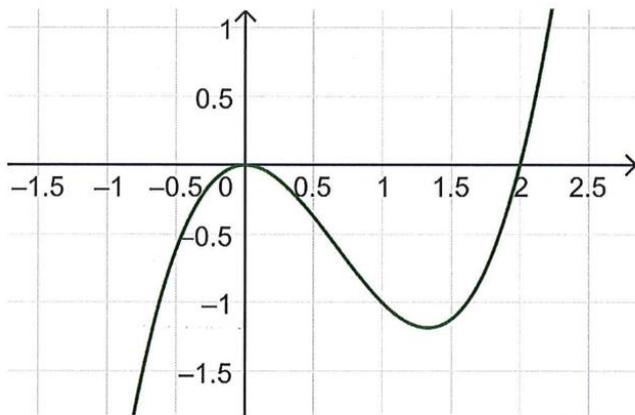


**Bsp. 6)** Zeichne bei den Stellen  $x_1 = -1,5$ ;  $x_2 = -0,5$ ;  $x_3 = 0,5$  und  $x_4 = 2$  jeweils die Tangente ein. Ordne die Werte  $f'(-1,5)$ ,  $f'(-0,5)$ ,  $f'(0,5)$  und  $f'(2)$  der Größe nach. Beginne mit dem größten Wert.



**Bsp. 7)** Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades.

Kreuze die **beiden** zutreffenden Aussagen an.



Der Differentialquotient von $f$ an der Stelle $x = 1$ ist Null.	<input type="checkbox"/>
$f'(x) < 0$ für alle $x \in [0; 2)$ .	<input type="checkbox"/>
Der Differenzenquotient von $f$ im Intervall $[0,5; 2]$ ist positiv.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die momentane Änderungsrate von $f$ an der Stelle 0 ist Null.	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(x) > 0$ für $x = 0,5$	<input type="checkbox"/>