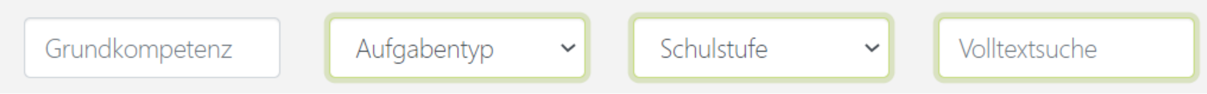
AG2.3 Quadratische Gleichungen (Lösungen)

Lösungen Maturaaufgaben:

1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=M

2) Gib im Feld „**Volltextsuche**“ die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.



Angestelltengehalt* $\boxed{\text{1\_578,}}$ AN1.1, Offenes Antwortformat

Nummer

Bsp. 1)

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{169} = 13$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{100} = 10$	$\sqrt{196} = 14$
$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{144} = 12$	$\sqrt{10000} = 100$

Bsp. 2)

a. $5x^2 - 80 = 0$ $5x^2 = 80 \quad \vert :5$ $x^2 = 16 \quad \vert \pm\sqrt{\ }$ $x_{1,2} = \pm 4$ $\quad L = \{+4, -4\}$	**b.** $5x^2 = 0 \quad \vert :5$ $x^2 = 0 \quad \vert \sqrt{\ }$ $x = \sqrt{0} = 0$ $L = \{0\}$	**c.** $5x^2 + 80 = 0$ $5x^2 = -80$ $x^2 = -16$ $x_{1,2} = \sqrt{-16} \leftarrow D<0$ KEINE LÖSUNG
d. $3x^2 - 48 = 0$ $3x^2 = 48 \quad \vert :3$ $x^2 = 16$ $x_{1,2} = \pm\sqrt{16} = \pm 4$ $L = \{-4; +4\}$	**e.** $-2x^2 + 98 = 0$ $-2x^2 = -98 \quad \vert :(-2)$ $x^2 = 49 \quad \vert \pm\sqrt{\ }$ $x_{1,2} = \pm 7$ $\quad L = \{-7; +7\}$	**f.** $7x^2 - 28 = 0$ $7x^2 = 28 \quad \vert :7$ $x^2 = 4 \quad \vert \pm\sqrt{\ }$ $x_{1,2} = \pm 2$ $L = \{-2; +2\}$

Bsp. 3)

$x^2 = c$	$x^2 + c = 0$
$x_{1,2} = \pm\sqrt{c}$	$x^2 = -c$ $x_{1,2} = \pm\sqrt{-c}$
1) Keine reelle Lösung: $c < 0$	1) Keine reelle Lösung: $c > 0$
2) Eine reelle Lösung: $c = 0$	2) Eine reelle Lösung: $c = 0$
3) Zwei reelle Lösungen: $c > 0$	3) Zwei reelle Lösungen: $c < 0$

Bsp. 4)

$$ax^2 = -c$$
$$x^2 = -\frac{c}{a} \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Keine Lösung:	Genau eine Lösung:	Zwei reelle Lösungen:
$-\frac{c}{a} < 0$	$-\frac{c}{a} = 0$	$-\frac{c}{a} > 0$

Bsp. 5)

a. $x^2 - 8x = 0$	**b.** $3x^2 + 14x = 0$	**c.** $-16x - 4x^2 = 0$
$x \cdot (x-8) = 0$ $x_1 = 0$ $x_2 = 8$ $L = \{0; 8\}$	$x \cdot \underbrace{(3x+14)}_{} = 0$ $x_1 = 0$ $3x + 14 = 0$ $x = -\frac{14}{3}$ $L = \{0; -\frac{14}{3}\}$	$x \cdot \underbrace{(-16-4x)}_{} = 0$ $x_1 = 0$ $-16 - 4x = 0$ $-4x = 16$ $x = -4$ $L = \{0; -4\}$

Bsp. 6)

a. $x^2 - 6x + 5 = 0$	**b.** $x^2 - 6x + 9 = 0$	**c.** $x^2 - 3x + 9 = 0$
$x_{1,2} = \frac{6}{2} \pm \sqrt{(\frac{6}{2})^2 - 5}$ $/ 9-5 / 4$ $/ 2$ $x_{1,2} = 3 \pm 2$ $x_1 = 5$ $x_2 = 1$ $L = \{1; 5\}$	$x_{1,2} = \frac{6}{2} \pm \sqrt{(\frac{6}{2})^2 - 9}$ $/ 9-9 / 0$ $/ 0$ $x = 3 \pm 0$ $x = 3$ $L = \{3\}$	$x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - 9}$ $/ -6{,}75$ $x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\underbrace{-6{,}75}_{D<0}}$ $L = \{\}$

Bsp. 7)

a. $3x^2 - 18x + 15 = 0$	b. $3x^2 + 9x + 6 = 0$	c. $2x^2 + 3x + 30 = 0$
$x_{1,2}=\frac{18\pm\sqrt{18^2-4\cdot3\cdot15 / 144}/12}{6}$ $x_{1,2}=\frac{18\pm12}{6}$ $x_1=\frac{30}{6}=\underline{\underline{5}}$ $x_2=\frac{6}{6}=\underline{\underline{1}}$ $L=\{1;5\}$	$x_{1,2}=\frac{-9\pm\sqrt{81-4\cdot3\cdot6 / 9}/3}{6}$ $x_1=\frac{-12}{6}=\underline{\underline{-2}}$ $x_2=-\frac{6}{6}=\underline{\underline{-1}}$ $L=\{-2;-1\}$	$x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{9-4\cdot2\cdot30 / -231}}{4}$ $D<0 \Rightarrow L=\{\}$

Bsp. 8)

$x^2 + px + 25 = 0$	$x^2 + px + 4 = 0$
$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{(\frac{p}{2})^2-25}$ $D=(\frac{p}{2})^2-25=\frac{p^2}{4}-25$ LÖSUNG: $\frac{p^2}{4}-25=0$ $\frac{p^2}{4}=25 \mid \cdot4$ $p^2=100 \mid \pm\sqrt{\ }$ $p_{1,2}=\pm10$ $p_1=10$ $p_2=-10$	$D=\frac{p^2}{4}-4=0$ $\frac{p^2}{4}=4 \mid :4$ $p^2=1 \mid \pm\sqrt{\ }$ $p_{1,2}=\pm1$ $p_1=1$ $p_2=-1$

Bsp. 9)

$x^2 + 4x + q = 0$	$x^2 - 2x + q = 0$
$D=\frac{p^2}{4}-q \Rightarrow D=0:$ $\frac{4^2}{4}-q=0$ $4-q=0$ $\underline{\underline{q=4}}$	$D=\frac{(-2)^2}{4}-q=0$ $1-q=0$ $\underline{\underline{q=1}}$
<u>Überlege zudem:</u> Welche Werte darf **q** annehmen, dass die Gleichung **keine** bzw. **zwei** reelle Lösungen besitzt? Keine: wenn q größer wird als die Zahl für 1 Lösung $\frac{p^2}{4}-q$ Zwei: wenn q kleiner — " —	
Keine L.: $q>4$ Zwei L.: $q<4$	Keine L.: $q>1$ Zwei L.: $q<1$

Bsp. 10)

$4x^2 + 12x + c = 0$	$3x^2 - 3x + c = 0$
$D = b^2 - 4ac$ $D=0$: $144 - 4 \cdot 4 \cdot c = 0$ $144 = 16c \quad \vert :16$ $c = 9$ $D = 144 - 16c$	$D=0$: $(-3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot c = 0$ $9 - 12c = 0$ $9 = 12c$ $c = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ $D = 9 - 12c$
Überlege zudem: Welche Werte darf c annehmen, dass die Gleichung **keine** bzw. **zwei** reelle Lösungen besitzt?	
Da $a>0$ ist, steht bei beiden Diskriminanten ein MINUS vor dem c. $\Rightarrow$	• je größer c ist, umso kleiner wird D! • je kleiner c ist, umso größer wird D!
Keine L.: $c > 9$ Zwei L.: $c < 9$	Keine L.: $c > \frac{3}{4}$ Zwei L.: $c < \frac{3}{4}$

Bsp. 11)

$3x^2 + bx + 3 = 0$	$-4x^2 + bx - 2 = 0$
$D = b^2 - 4ac$ $D=0$: $b^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 0$ $b^2 - 36 = 0$ $b^2 = 36 \quad \vert \pm\sqrt{\ }$ $b_{1,2} = \pm 6$ $b_1 = 6$ $b_2 = -6$	$D=0$: $b^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-2) = 0$ $b^2 - 32 = 0$ $b^2 = 32 \quad \vert \pm\sqrt{\ }$ $b_{1,2} = \pm\sqrt{32}$ $b_1 = \sqrt{32}$ $b_2 = -\sqrt{32}$

Bsp. 12)

$ax^2 + 4x + 2 = 0$	$ax^2 - 8x - 8 = 0$
$D=0$: $4^2 - 4a \cdot 2 = 0$ $16 - 8a = 0$ $16 = 8a$ $a = 2$	$D=0$: $(-8)^2 - 4a \cdot (-8) = 0$ $64 + 32a = 0$ $32a = -64$ $a = -2$
Überlege zudem: Welche Werte darf a annehmen, dass die Gleichung **keine** bzw. **zwei** reelle Lösungen besitzt?	
$D = 16 - 8a$ • je größer a, umso kleiner D	$D = 64 + 32a$ • je größer a, umso größer D
Keine L.: $a > 2$ Zwei L.: $a < 2$	Keine L.: $a < -2$ Zwei L.: $a > -2$