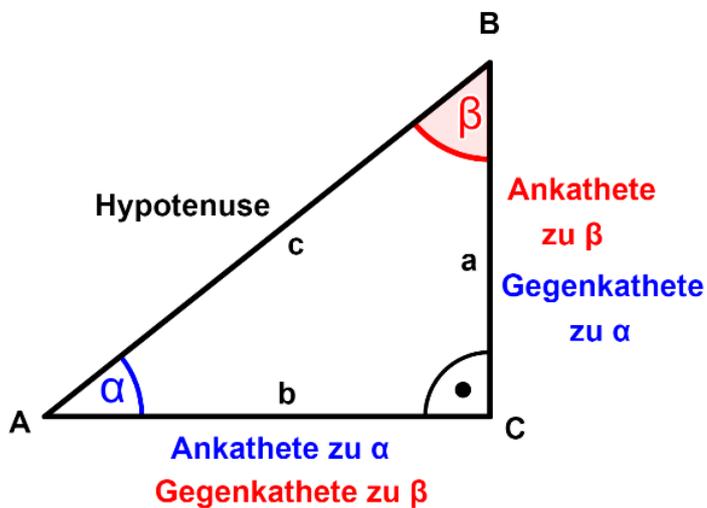


AG4.1 – Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck

Maturaskript AHS (14 Seiten)

Grundkompetenz:

- **AG4.1** Definitionen von Sinus, Cosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck kennen und zur Auflösung rechtwinkliger Dreiecke einsetzen können



Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

QR-Codes im SKRIPT!

Maturaaufgaben aus dem Matura-Aufgabenpool

Prof. π egischer

Allgemeine Informationen zum Maturaskript

Im Maturaskript werden die zu erlernenden Inhalte (falls vorhanden) durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben** (Aufgaben von **Prof. Tegischer** bzw. **Maturaaufgaben** aus dem Aufgabenpool) gelöst werden, um das Erlernete zu festigen.

Information: *Bei manchen Grundkompetenzen gibt es ausschließlich Maturaaufgaben, da es von meiner Seite dazu noch keine Ausarbeitungen gibt.*

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung. (Info: *bei manchen Grundkompetenzen gibt es keine Videos von Prof. Tegischer*)

- Die **Musterlösungen** zu den von mir erstellten Aufgaben (Bsp.1, Bsp. 2, ...) sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): <https://prof-tegischer.com/ahs-reifepruefung-mathematik/>
- Die Musterlösungen der Maturaaufgaben findet ihr direkt auf der Homepage des Aufgabenpools:

- 1) Gehe zum Aufgabenpool Mathematik AHS: <https://prod.aufgabenpool.at/amn/index.php?id=M>
- 2) Gib im Feld „**Volltextsuche**“ die **Nummer** ein. Du kommst zur zugehörigen Aufgabe. Die Lösungen sind bei der Aufgabe enthalten.

Grundkompetenz Aufgabentyp Schulstufe Volltextsuche

Angestelltegehalt* **1_578**, AN1.1, Offenes Antwortformat

Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. **Aufgaben** mit der Kennzeichnung Bsp. 1, Bsp.2, usw. wurden von mir erstellt. **Aufgaben** mit Titel + Nummer (z.B. 1_578) sind Aufgaben aus dem Aufgabenpool. Vielen Dank an dieser Stelle an das **Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF)** für die Erlaubnis zur Verwendung der Maturabeispiele.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**“ und „**GeoGebra**“ erstellt. Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**“ erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

Allgemeine Regeln	Weitere Regeln für Lehrpersonen
<ul style="list-style-type: none">Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen.Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen.Sie dürfen mein Materialien NICHT gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden.Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden.Bei einem Missbrauch erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.	<p>WICHTIGSTE REGEL: LehrerInnen dürfen die Materialien in Ihrem eigenen Unterricht verwenden:</p> <ul style="list-style-type: none">Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen.LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben.Es ist nicht erlaubt, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben.LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

AG4.1 Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck



1. EIGENSCHAFTEN (RECHTWINKLIGES DREIECK)

- Ein Dreieck, in dem ein Winkel 90° hat, wird **rechtwinkliges Dreieck** bezeichnet.
- Die Seiten, die den rechten Winkel einschließen, heißen **Katheten**. Die Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt, heißt **Hypotenuse**. Die Hypotenuse ist die längste Seite des rechtwinkligen Dreiecks.

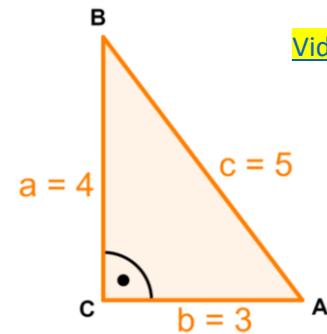
Satz des Pythagoras:

In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt: Die **Summe** der **Quadrate** der **Katheten** ist gleich dem **Quadrat** der **Hypotenuse**.

$$\text{Kathete}^2 + \text{Kathete}^2 = \text{Hypotenuse}^2$$

Flächeninhalt (rechtwinkliges Dreieck):

$$A = \frac{\text{Kathete} \cdot \text{Kathete}}{2}$$



[Video 1/6](#)

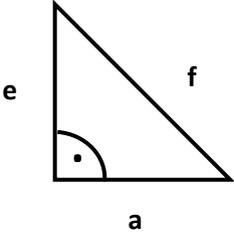
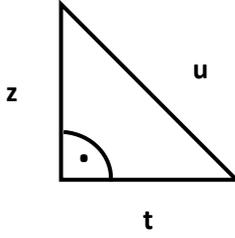
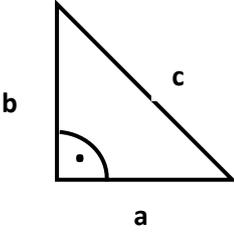
- Katheten:** Seiten a und b
- Hypotenuse:** Seite c
- Satz des Pythagoras:** $a^2 + b^2 = c^2$
- Flächeninhalt:**

$$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

Bsp. 1) Gib an, welche Seiten den Katheten bzw. der Hypotenuse entsprechen. Miss die beiden Katheten ab und berechne mit Hilfe des Satz des Pythagoras näherungsweise die Länge der Hypotenuse. Bestimme den Flächeninhalt.

Katheten:	Katheten:	Katheten:
Hypotenuse:	Hypotenuse:	Hypotenuse:
Satz des Pythagoras:	Satz des Pythagoras:	Satz des Pythagoras:
Flächeninhalt:	Flächeninhalt:	Flächeninhalt:

Bsp. 2) Stelle den **pythagoräischen Lehrsatz** auf und drücke jede Variable durch die andere aus.

 <p>Pythagoräischer Lehrsatz:</p> $a =$ $e =$ $f =$	 <p>Pythagoräischer Lehrsatz:</p> $u =$ $z =$ $t =$	 <p>Pythagoräischer Lehrsatz:</p> $a =$ $b =$ $c =$
---	---	---

Bsp. 3) Berechne zuerst die fehlende Seite des rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten m und n und der Hypotenuse x . Berechne anschließend den Flächeninhalt des Dreiecks.

<p>a. $m = 9; n = 12$</p>	<p>b. $m = 5; x = 13$</p>	<p>c. $n = 14,4; x = 19,4$</p>
---	---	--

2. SINUS, COSINUS, TANGENS FÜR SPITZE WINKEL (WINKELFUNKTION)

Video 2/6

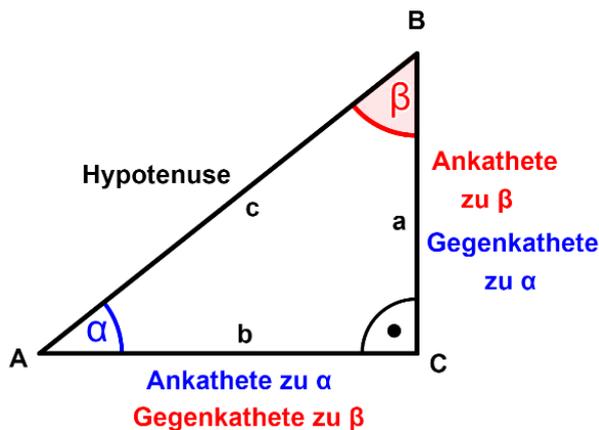
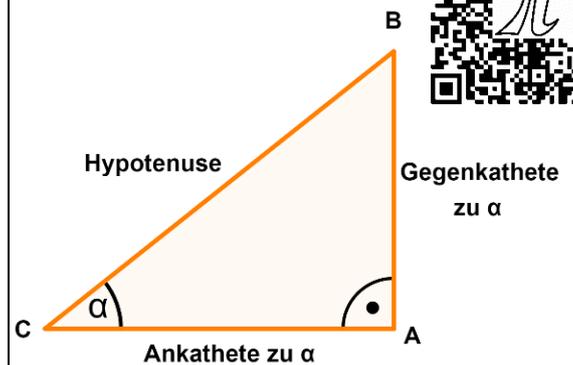


Hypotenuse: Längste Seite (Sie ist IMMER gegenüber vom rechten Winkel)

Die beiden kürzeren Seiten heißen Katheten.

Ausgehend vom Winkel α (Skizze) können die beiden Katheten folgendermaßen unterschieden werden:

- **Gegenkathete GK** liegt gegenüber von α (=gegenüberliegende Kathete)
- **Ankathete AK** liegt an α an (=anliegende Kathete)



Wichtig: Beachte, dass es immer vom **ausgehenden Winkel** abhängt, welche Kathete die Gegenkathete (gegenüber dem Winkel) und welche Kathete die Ankathete (dem Winkel anliegend) ist!

- Die **Seite a** ist zum Winkel α die Gegenkathete UND zum Winkel β die Ankathete.
- Die **Seite b** ist zum Winkel α die Ankathete UND zum Winkel β die Gegenkathete.
- Die **Seite c** ist und bleibt immer die Hypotenuse.

Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

Der **Sinus** eines Winkels α ist definiert als das Verhältnis von GK zu H.

$$\sin \alpha = \frac{GK}{H}$$

Der **Cosinus** eines Winkels α ist definiert als das Verhältnis von AK zu H.

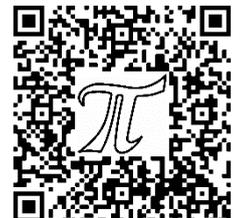
$$\cos \alpha = \frac{AK}{H}$$

Der **Tangens** eines Winkels α ist definiert als das Verhältnis von GK zu AK.

$$\tan \alpha = \frac{GK}{AK}$$

!! Diese Formeln gelten nur im rechtwinkligen Dreieck !!

Video 3/6



Bemerkungen

Bemerkung 1: Der Quotient von Gegenkathete und Hypotenuse entspricht dem **Sinus von α** , aber **nicht dem Winkel α** !

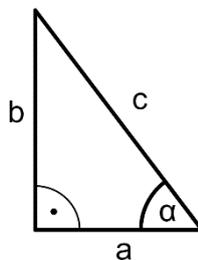
$$\alpha \neq \sin \alpha$$

Um den Winkel α über $\sin \alpha$ zu bekommen, musst du die

Umkehrfunktion

$\sin^{-1}\left(\frac{GK}{H}\right)$ anwenden.

Beispiel: geg.: $b = 4 \text{ cm}$; $c = 6 \text{ cm}$ – ges.: Winkel α



$$\sin \alpha = \frac{GK}{H} = \frac{b}{c} = \frac{4}{6}$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{6} \quad | \sin^{-1}$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{4}{6}\right) = 41,81^\circ$$

Umkehroperationen:

- **Sinus:** \arcsin bzw. \sin^{-1}
- **Cosinus:** \arccos bzw. \cos^{-1}
- **Tangens:** \arctan bzw. \tan^{-1}

Beispiel:

$$\sin(60^\circ) = 0,866..$$

$$\sin^{-1}(0,866..) = 60^\circ$$

Bemerkung 2: Winkel können in verschiedenen Maßen (Grad, Bogenmaß, Neugrad) gemessen werden. Achte also beim Technologieeinsatz darauf, dass das **Gradmaß** eingestellt ist.

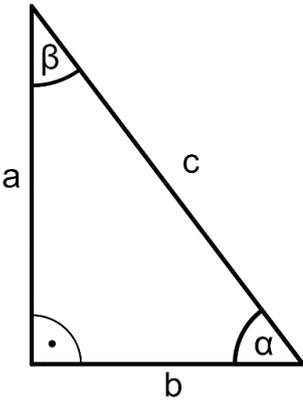
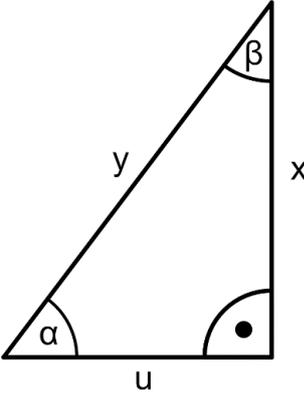
Bsp. 4) Berechne die Sinus-, Cosinus- und Tangenswerte mit dem Taschenrechner.

	56°	33°	68°	5°	17°	67°	15°
sin							
cos							
tan							

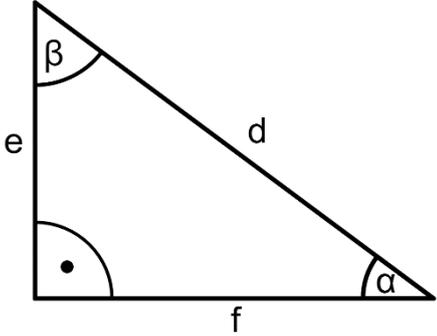
Bsp. 5) Berechne die Größe des Winkels α .

a. $\sin \alpha = 0,9$	b. $\tan \alpha = 0,42$	c. $\cos \alpha = 0,87$	d. $\sin \alpha = 0,12$
e. $\cos \alpha = -0,5$	f. $\sin \alpha = 0,5$	g. $\tan \alpha = 10,31$	h. $\cos \alpha = 0,8$

Bsp. 6) Kreuze die richtigen Aussagen an.

 <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>$\sin(\beta) = \frac{b}{a}$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$\tan(\beta) = \frac{b}{a}$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{c}{a}\right)$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$\cos(\alpha) = \frac{c}{b}$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{c}{b}\right)$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	$\sin(\beta) = \frac{b}{a}$	<input type="checkbox"/>	$\tan(\beta) = \frac{b}{a}$	<input type="checkbox"/>	$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{c}{a}\right)$	<input type="checkbox"/>	$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$	<input type="checkbox"/>	$\cos(\alpha) = \frac{c}{b}$	<input type="checkbox"/>	$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{c}{b}\right)$	<input type="checkbox"/>	 <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr><td>$\sin^{-1}\left(\frac{x}{u}\right) = \alpha$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$\tan(\alpha) = \frac{u}{x}$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{u}{y}\right)$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{u}{x}\right)$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$\cos(\beta) = \frac{y}{x}$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr> <tr><td>$\sin^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \beta$</td><td><input type="checkbox"/></td></tr> </table>	$\sin^{-1}\left(\frac{x}{u}\right) = \alpha$	<input type="checkbox"/>	$\tan(\alpha) = \frac{u}{x}$	<input type="checkbox"/>	$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{u}{y}\right)$	<input type="checkbox"/>	$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{u}{x}\right)$	<input type="checkbox"/>	$\cos(\beta) = \frac{y}{x}$	<input type="checkbox"/>	$\sin^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \beta$	<input type="checkbox"/>
$\sin(\beta) = \frac{b}{a}$	<input type="checkbox"/>																								
$\tan(\beta) = \frac{b}{a}$	<input type="checkbox"/>																								
$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{c}{a}\right)$	<input type="checkbox"/>																								
$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$	<input type="checkbox"/>																								
$\cos(\alpha) = \frac{c}{b}$	<input type="checkbox"/>																								
$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{c}{b}\right)$	<input type="checkbox"/>																								
$\sin^{-1}\left(\frac{x}{u}\right) = \alpha$	<input type="checkbox"/>																								
$\tan(\alpha) = \frac{u}{x}$	<input type="checkbox"/>																								
$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{u}{y}\right)$	<input type="checkbox"/>																								
$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{u}{x}\right)$	<input type="checkbox"/>																								
$\cos(\beta) = \frac{y}{x}$	<input type="checkbox"/>																								
$\sin^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \beta$	<input type="checkbox"/>																								

Bsp. 7) Bestimme den Sinus-, Cosinus- und Tangenswert für die Winkel α und β des rechtwinkligen Dreiecks. Bestimme anschließend durch die Umkehrfunktionen jeweils den Winkel α bzw. β .

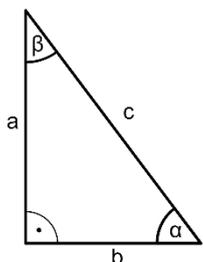
<p>$d = 40 \text{ cm}$ $e = 24 \text{ cm}$ $f = 32 \text{ cm}$</p> 	<p style="text-align: center;">Winkel α</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\sin(\alpha) =$ ▪ $\cos(\alpha) =$ ▪ $\tan(\alpha) =$ ▪ $\alpha =$ 	<p style="text-align: center;">Winkel β</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\sin(\beta) =$ ▪ $\cos(\beta) =$ ▪ $\tan(\beta) =$ ▪ $\beta =$
---	---	--

[Video 4/6](#)

Bsp. 8) Überlege & begründe mit Hilfe der Länge der Katheten und der Hypotenuse.



1. Welche Werte kann der **Sinus** eines spitzen Winkels im rechtwinkligen Dreieck annehmen?
2. Welche Werte kann der **Cosinus** eines spitzen Winkels im rechtwinkligen Dreieck annehmen?
3. Welche Werte kann der **Tangens** eines spitzen Winkels im rechtwinkligen Dreieck annehmen?



3. AUFLÖSEN VON RECHTWINKLIGEN DREIECKEN MITTELS WINKELFUNKTIONEN

Mittels Winkelfunktionen können **fehlende Größen** (Seitenlängen, Winkelmaße) eines rechtwinkligen Dreiecks mit Hilfe von **Umformungen** berechnet werden.

Bsp. 9) Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den **Winkeln α und β** , den **Katheten a und b** und der **Hypotenuse c** . Berechne die **Größe der fehlenden Winkel** und der **fehlenden Seiten**.

[Video 5/6](#)



$\alpha = 40^\circ, a = 4 \text{ cm}$	$a = 5 \text{ cm}, b = 12 \text{ cm}$	$\beta = 30^\circ, a = 9 \text{ cm}$
$a = 24 \text{ cm}, c = 25 \text{ cm}$	$\alpha = 45^\circ, a = 6 \text{ cm}$	$\beta = 80^\circ, c = 5 \text{ cm}$

Bsp. 10) Bei tief stehender Abendsonne wirft ein **12m hoher Baum** auf ebener Fläche einen **112m langen Schatten**. Zeichne eine Skizze und berechne den Winkel α , mit dem der Sonnenstrahl auf den Boden trifft.

Bsp. 11) Eine **Eiche** wirft einen **42 m langen Schatten**. Die Sonnenstrahlen treffen dabei unter einem Winkel von 29° auf die Erde. Zeichne eine Skizze und berechne die Höhe der Eiche.

4. ANWENDUNGEN (AUFGABEN AUS DER GEOMETRIE)

In vielen geometrischen Figuren und Körpern lassen sich rechtwinklige Dreiecke erkennen und einzeichnen. Zur Berechnung von fehlenden Streckenlängen und Winkeln können wieder die Winkelfunktionen verwendet werden.

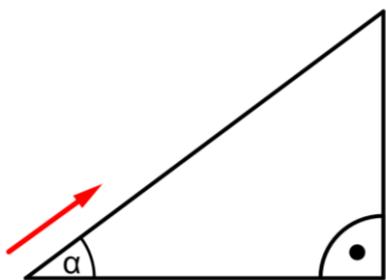
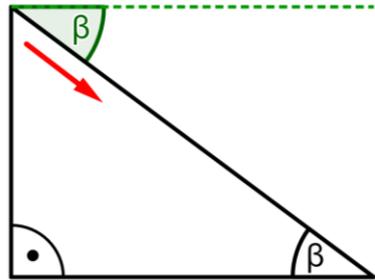
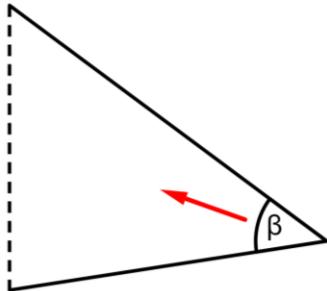
5. ANWENDUNGEN (VERMESSUNGSAUFGABEN)

Viele Entfernungs- und Winkelberechnungen im Alltag lassen sich durch das Zurückführen auf rechtwinklige Dreiecke und das Anwenden der Winkelfunktionen leicht durchführen.



Winkelarten

[Video 6/6](#)

<p>1) Höhenwinkel: Winkel, der von der Horizontalen nach oben gemessen wird (es entsteht ein rechtwinkliges Dreieck!)</p> 	<p>2) Tiefenwinkel: Winkel, der von der Parallelen zur Horizontalen nach unten gemessen wird (es entsteht ein rechtwinkliges Dreieck!)</p> 	<p>3) Schwinkel: Winkel, den zwei Sehstrahlen miteinander einschließen (kein rechtwinkliges Dreieck)</p> 
--	--	---

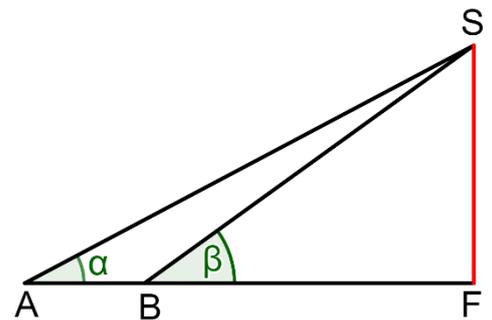
Tipps zum Lösen von Vermessungsaufgaben

- **Mache** eine **Skizze** mit allen gegebenen und gesuchten Größen (nicht zu klein!!)
- Beginne das rechtwinklige Dreieck aufzulösen, von dem du **zwei Bestimmungsstücke** kennst.
- Tiefenwinkel β zu einem Punkt = Höhenwinkel β von diesem Punkt hinunter (siehe **Tiefenwinkel**)

Bsp. 12) Ein Mann ist **1,85 Meter groß** und wirft einen **vier Meter langen Schatten**. Welches Maß hat der Höhenwinkel zur Sonne? (*Mache zuerst eine Skizze*)

Bsp. 13) Ein alter Turm steht in einer Ebene. Um seine Höhe zu bestimmen, steckt man in der Ebene eine horizontale Standlinie AB mit der **Länge von 40 Metern** ab, sodass A, B und der Fußpunkt des Turms F in einer Linie liegen. Von A aus misst man zur Turmspitze S den **Höhenwinkel $\alpha = 28^\circ$** , von B aus den **Höhenwinkel $\beta = 46^\circ$** .

Wie hoch ist der Turm, und wie weit ist sein Fußpunkt F von B entfernt?



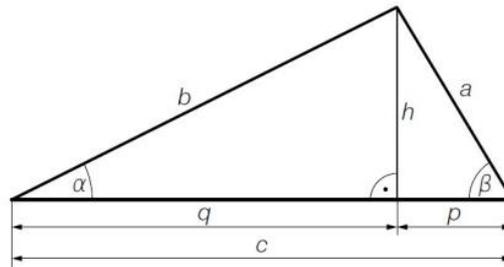
Bahntrasse* - 1_763, AG4.1, Offenes Antwortformat

Die Steigung einer geradlinigen Bahntrasse wird in Promille (‰) angegeben. Beispielsweise ist bei einem Höhenunterschied von 1 m pro 1 000 m zurückgelegter Distanz in horizontaler Richtung die Steigung 1 ‰.

Geben Sie eine Gleichung an, mit der für eine geradlinige Bahntrasse mit der Steigung 30 ‰ der Steigungswinkel α exakt berechnet werden kann ($\alpha > 0$).

Berechnungen am Dreieck* - 1_1183, AG4.1, Zuordnungsformat

Die nachstehende Abbildung zeigt ein Dreieck, das durch die Höhe h in zwei rechtwinkelige Dreiecke unterteilt wird.



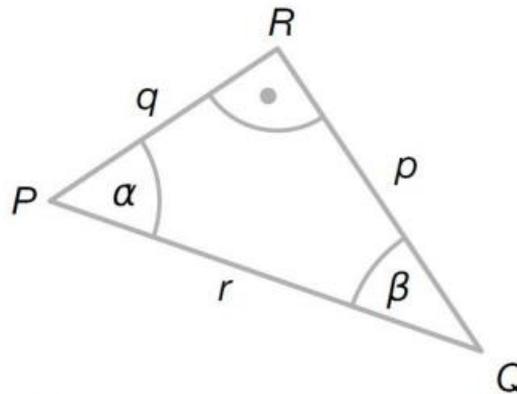
Ordnen Sie den vier Längen jeweils den zutreffenden Ausdruck zur Berechnung aus A bis F zu.

a	
b	
c	
h	

A	$b \cdot \cos(\alpha)$
B	$\frac{p}{\cos(\beta)}$
C	$\frac{h}{\tan(\beta)}$
D	$q \cdot \tan(\alpha)$
E	$q + \frac{h}{\tan(\beta)}$
F	$\frac{q}{\cos(\alpha)}$

Definition der Winkelfunktionen* - 1_344, AG4.1, 2 aus 5

Die nachstehende Abbildung zeigt ein rechtwinkeliges Dreieck PQR .



Kreuzen Sie die beiden Gleichungen an, die für das dargestellte Dreieck gelten!

$\sin(\alpha) = \frac{p}{r}$	<input type="checkbox"/>
$\sin(\alpha) = \frac{q}{r}$	<input type="checkbox"/>
$\tan(\beta) = \frac{p}{q}$	<input type="checkbox"/>
$\tan(\alpha) = \frac{r}{p}$	<input type="checkbox"/>
$\cos(\beta) = \frac{p}{r}$	<input type="checkbox"/>

Drehkegel* - 1_714, AG4.1, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist ein Drehkegel mit einer Höhe von 6 cm. Der Winkel zwischen der Kegelachse und der Erzeugenden (Mantellinie) beträgt 32° .

Berechnen Sie den Radius r der Grundfläche des Drehkegels.

$r \approx$ _____ cm

Gefälle einer Regenrinne* - 1_594, AG4.1, Halboffenes Antwortformat

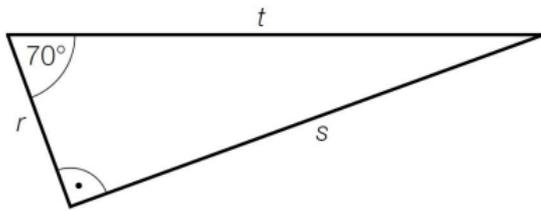
Eine Regenrinne hat eine bestimmte Länge l (in Metern). Damit das Wasser gut abrinnt, muss die Regenrinne unter einem Winkel von mindestens α zur Horizontalen geneigt sein. Dadurch ergibt sich ein Höhenunterschied von mindestens h Metern zwischen den beiden Endpunkten der Regenrinne.

Geben Sie eine Formel zur Berechnung von h in Abhängigkeit von l und α an!

$h =$ _____

Dreieck* - 1_691, AG4.1, Offenes Antwortformat

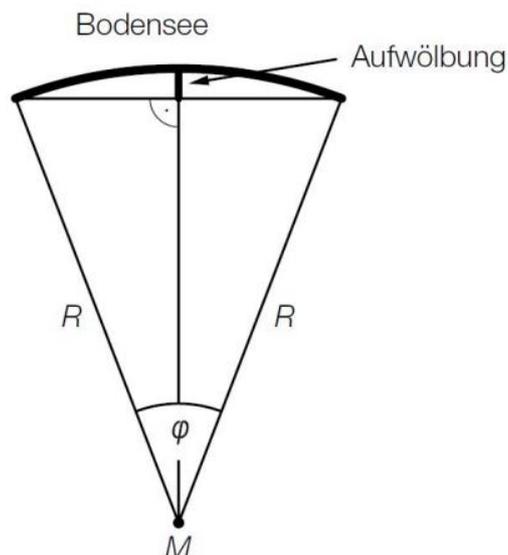
Gegeben ist nachstehendes Dreieck mit den Seitenlängen r , s und t .



Berechnen Sie das Verhältnis $\frac{r}{t}$ für dieses Dreieck!

Aufwölbung des Bodensees* - 1_513, AG4.1, Halboffenes Antwortformat

Aufgrund der Erdkrümmung ist die Oberfläche des Bodensees gewölbt. Wird die Erde modellhaft als Kugel mit dem Radius $R = 6370$ km und dem Mittelpunkt M angenommen und aus der Länge der Südost-Nordwest-Ausdehnung des Bodensees der Winkel $\varphi = 0,5846^\circ$ ermittelt, so lässt sich die Aufwölbung des Bodensees näherungsweise berechnen.

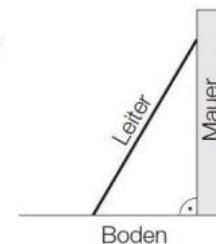


Berechnen Sie die Aufwölbung des Bodensees (siehe obige Abbildung) in Metern!

Aufwölbung: _____ Meter

Leiter* - 1_811, AG4.1, Offenes Antwortformat

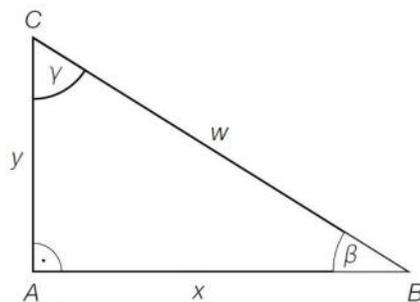
Eine Leiter lehnt an einer senkrechten Mauer. Die Leiter liegt in 6 m Höhe an der Mauer an und schließt mit der Mauer einen Winkel von 20° ein. Dieser Sachverhalt wird durch die nebenstehende (nicht maßstabgetreue) Abbildung veranschaulicht.



Berechnen Sie die Länge der Leiter.

Rechtwinkeliges Dreieck* - 1_643, AG4.1, Halboffenes Antwortformat

Die nachstehende Abbildung zeigt ein rechtwinkeliges Dreieck.

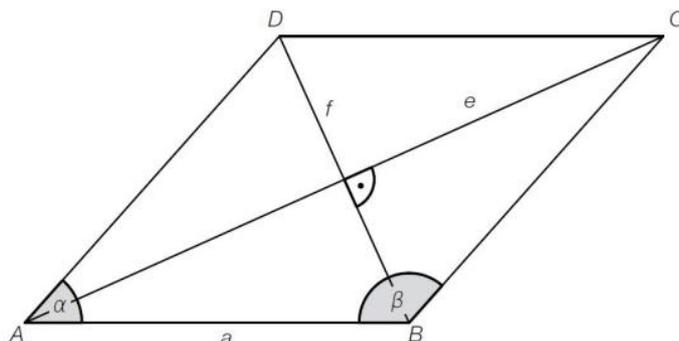


Geben Sie einen Term zur Bestimmung der Länge der Seite w mithilfe von x und β an!

$w =$ _____

Rhombus (Raute)* - 1_536, AG4.1, Halboffenes Antwortformat

In einem Rhombus mit der Seite a halbieren die Diagonalen $e = AC$ und $f = BD$ einander. Die Diagonale e halbiert den Winkel $\alpha = \sphericalangle DAB$ und die Diagonale f halbiert den Winkel $\beta = \sphericalangle ABC$.



Gegeben sind die Seitenlänge a und der Winkel β .

Geben Sie eine Formel an, mit der f mithilfe von a und β berechnet werden kann!

$f =$ _____

Sinkgeschwindigkeit* - 1_571, AG4.1, Offenes Antwortformat

Ein Kleinflugzeug befindet sich im Landeanflug mit einer Neigung von α (in Grad) zur Horizontalen. Es hat eine Eigengeschwindigkeit von v (in m/s).

Geben Sie eine Formel für den Höhenverlust x (in m) an, den das Flugzeug bei dieser Neigung und dieser Eigengeschwindigkeit in einer Sekunde erfährt!

Sonnenhöhe* - 1_440, AG4.1, Halboffenes Antwortformat

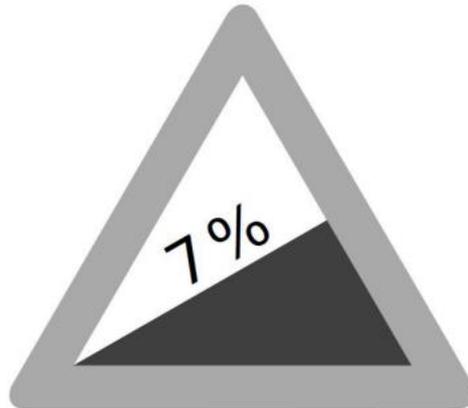
Unter der Sonnenhöhe φ versteht man denjenigen spitzen Winkel, den die einfallenden Sonnenstrahlen mit einer horizontalen Ebene einschließen. Die Schattenlänge s eines Gebäudes der Höhe h hängt von der Sonnenhöhe φ ab (s, h in Metern).

Geben Sie eine Formel an, mit der die Schattenlänge s eines Gebäudes der Höhe h mithilfe der Sonnenhöhe φ berechnet werden kann!

$s =$ _____

Steigungswinkel* - 1_368, AG4.1, Offenes Antwortformat

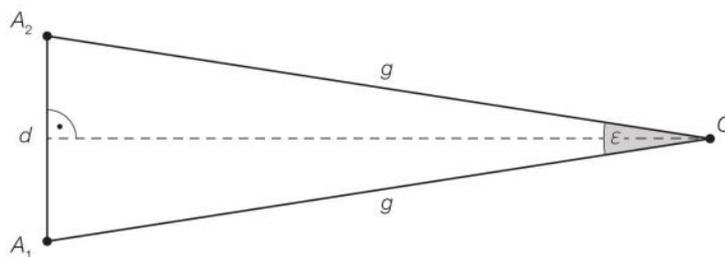
Das nachstehend abgebildete Verkehrszeichen besagt, dass eine Straße auf einer horizontalen Entfernung von 100 m um 7 m an Höhe gewinnt.



Geben Sie eine Formel zur Berechnung des Gradmaßes des Steigungswinkels α dieser Straße an!

Räumliches Sehen* - 1_739, AG4.1, Halboffenes Antwortformat

Betrachtet man einen Gegenstand, so schließen die Blickrichtungen der beiden Augen einen Winkel ε ein. In der nachstehend dargestellten Situation hat der Gegenstand G zu den beiden Augen A_1 und A_2 den gleichen Abstand g . Der Augenabstand wird mit d bezeichnet.

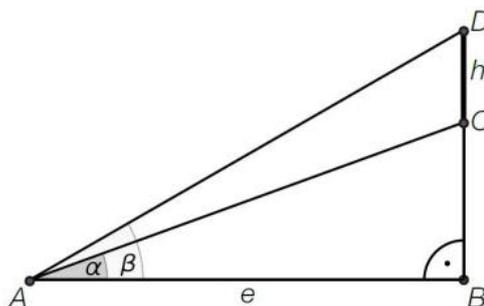


Geben Sie den Abstand g in Abhängigkeit vom Augenabstand d und vom Winkel ε an.

$g =$ _____

Vermessung einer unzugänglichen Steilwand* - 1_488, AG4.1, Offenes Antwortformat

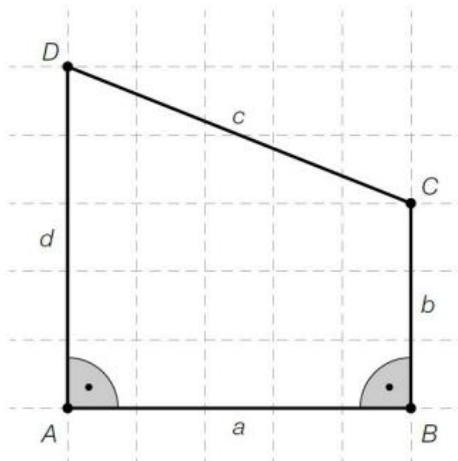
Ein Steilwandstück CD mit der Höhe $h = \overline{CD}$ ist unzugänglich. Um h bestimmen zu können, werden die Entfernung $e = 6$ Meter und zwei Winkel $\alpha = 24^\circ$ und $\beta = 38^\circ$ gemessen. Der Sachverhalt wird durch die nachstehende (nicht maßstabgetreue) Abbildung veranschaulicht.



Berechnen Sie die Höhe h des unzugänglichen Steilwandstücks in Metern!

Viereck* - 1_667, AG4.1, Konstruktionsformat

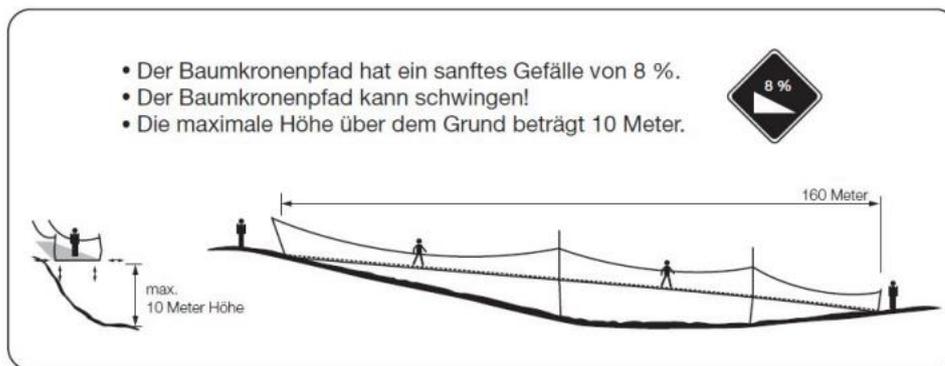
Gegeben ist das nachstehende Viereck $ABCD$ mit den Seitenlängen a , b , c und d .



Zeichnen Sie in der obigen Abbildung einen Winkel φ ein, für den $\sin(\varphi) = \frac{d-b}{c}$ gilt!

Baumkronenpfad (a) - 2_076, AG2.1 AG4.1, Offenes Antwortformat

Der *Baumkronenpfad* ist eine Brückenstrecke durch einen Teil des Schönbrunner Tiergartens.



- a) Auf dem Schild zum Baumkronenpfad ist zu lesen:
„Der Baumkronenpfad hat ein sanftes Gefälle von 8 %.“

Dabei wird der Baumkronenpfad vereinfacht als geradlinig angenommen. Die horizontale Entfernung zwischen Startpunkt und Endpunkt beträgt 160 m.

- 1) Berechnen Sie den Höhenunterschied zwischen Startpunkt und Endpunkt.
- 2) Berechnen Sie den Neigungswinkel des Baumkronenpfades.

Standseilbahnen (a) - 2_080, AG4.1, Offenes Antwortformat

Die Wagen von Standseilbahnen fahren auf Schienen und können große Steigungen bewältigen.

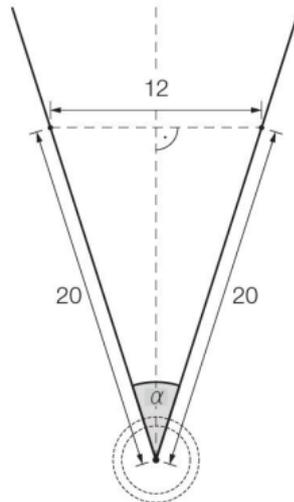
- a) Eine bestimmte Standseilbahn hat eine konstante Steigung von 40 %.
- 1) Berechnen Sie, welchen Höhenunterschied ein Wagen dieser Bahn überwindet, wenn er von der Talstation bis zur Bergstation eine Fahrstrecke von 180 m zurücklegt.

Kugelstoßen (b) - 2_070, AG4.1, Offenes Antwortformat

Kugelstoßen ist eine Disziplin bei den Olympischen Sommerspielen.

Eine Metallkugel muss so weit wie möglich aus einem Kreis in einen vorgegebenen Aufschlagbereich gestoßen werden.

- b) Der Aufschlagbereich ist in der nachstehenden Abbildung in der Ansicht von oben dargestellt (alle Angaben in Metern).

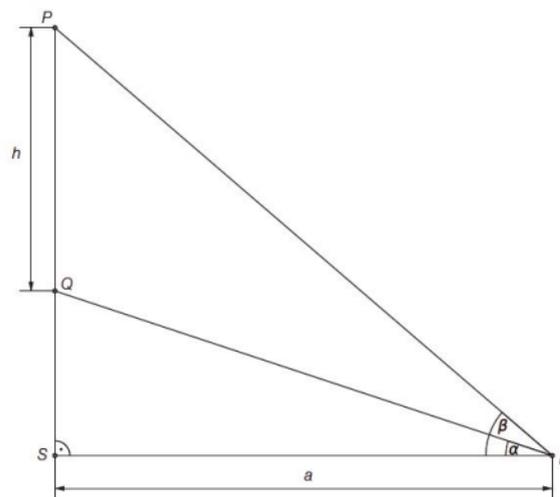


- 1) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung markierten Winkel α .

Ein kürzlich eröffneter Vergnügungspark ist ein beliebtes Ausflugsziel in der Region.

- c) Im Vergnügungspark gibt es ein Kino.

Fiona sitzt a Meter von der Leinwand entfernt (Punkt F). Der Höhenwinkel zum unteren Ende der Leinwand (Punkt Q) wird mit α bezeichnet, der Höhenwinkel zum oberen Ende der Leinwand (Punkt P) wird mit β bezeichnet.



- 1) Erstellen Sie eine Formel für die Berechnung der Höhe h der Leinwand aus a , α und β .

$h =$ _____