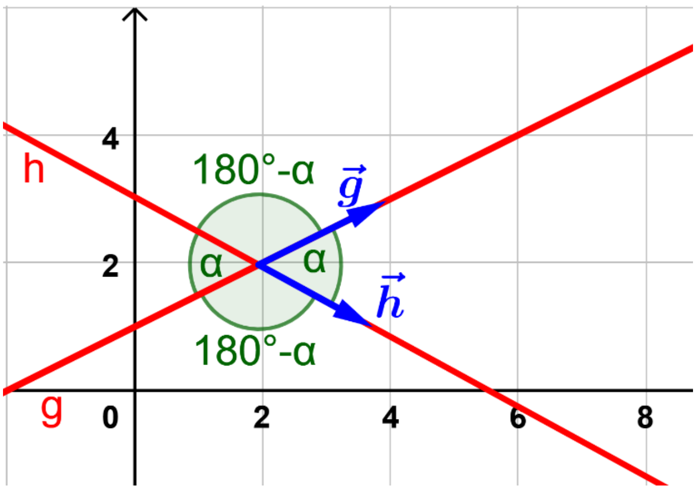
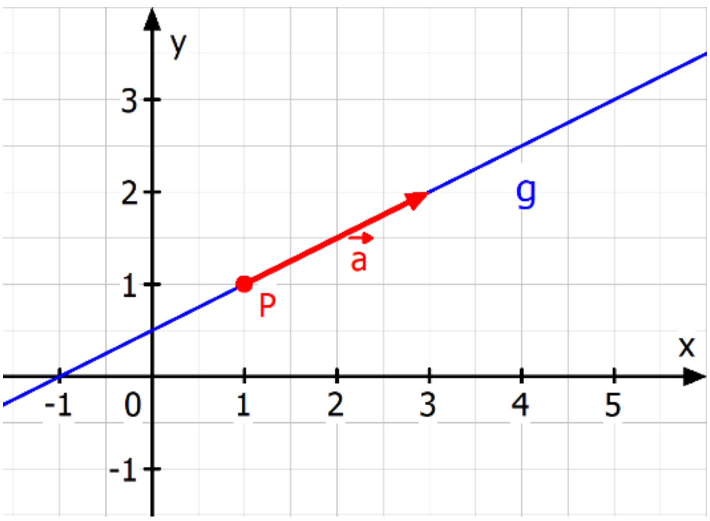
Geraden im $\mathbb{R}^2$

ÜBUNGSZETTEL (7 Seiten)

- Parameterdarstellung der Geradengleichung
- Normalvektordarstellung der Geradengleichung
- Zusammenfassung: Geradengleichungen (inkl. Umrechnungen)
- Lagebeziehungen von Geraden
- Schnittwinkel von Geraden
- Normalabstand einer Geraden zu einem Punkt





Prof. πegischer

Allgemeine Informationen zum Übungszettel

Anwendung des Materials:

Dieser Übungszettel basiert auf dem Skript zum Thema „**Geraden im $\mathbb{R}^2$**“, in dem die Inhalte mit Lernvideos erklärt werden. Die passende Playlist zu diesem Thema findest du hier:

YouTube-Playlist
(PDF-Datei: KLICKEN!)

SCAN MICH

Die **Musterlösungen** findest du (sofern bereits verfügbar) **kostenlos** auf meiner Homepage unter folgendem Link: https://prof-tegischer.com/14-geraden-im-r%c2%b2/

Quellennachweis:

- Die **Aufgaben** wurden von mir erstellt.
- Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**“ erstellt.
- Die Graphiken wurden mit „**MatheGrafix PRO**“ und „**GeoGebra**“ erstellt.

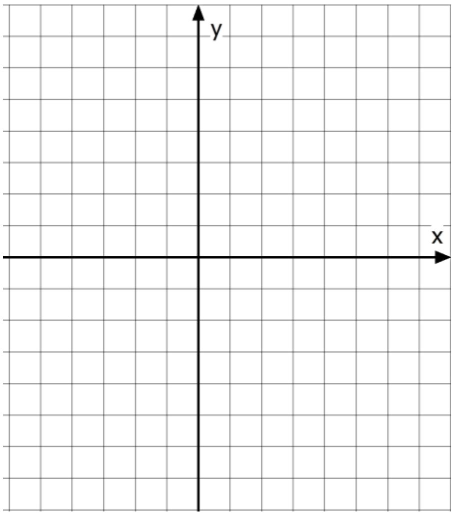
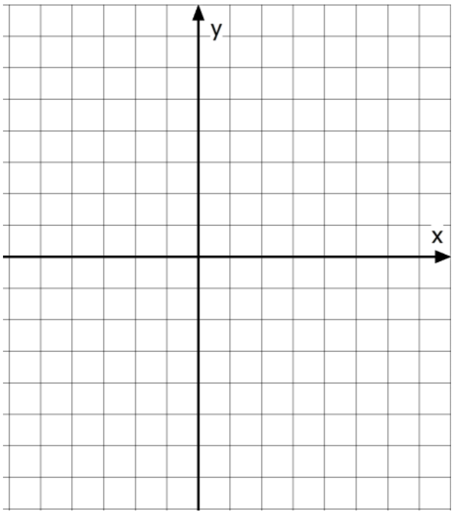
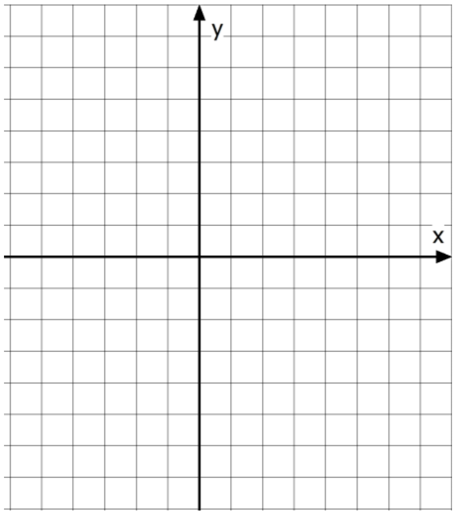
Lizenzbedingungen:

Hast du Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, kannst du mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com findest du weitere Informationen zu meinen Materialien.

Vielen Lieben Dank, dass du dich für mein Material entschieden hast. Ich würde mich freuen, wenn es dir bei der Unterrichtsgestaltung oder beim selbstständigen Erarbeiten helfen kann. Ich würde mich über ein Feedback dazu freuen!

Übungszettel: Geraden im R²

Bsp. 1) Gegeben ist ein Punkt P und ein Richtungsvektor $\vec{a}$ der Geraden g. Gib eine Parameterdarstellung der Geraden an und zeichne die Gerade in das Koordinatensystem. Skaliere die Achsen passend.

a. $P = (2\|-4), \vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ 	**b.** $P = (2\|100), \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -200 \end{pmatrix}$ 	**c.** $P = (200\|-200), \vec{a} = \begin{pmatrix} -100 \\ 100 \end{pmatrix}$ 

Bsp. 2) Vereinfache die Darstellung der Geraden g so, dass die Komponenten des Richtungsvektors ganzzahlig und so klein wie möglich sind.

a. $g: X = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -0{,}21 \\ -0{,}1 \end{pmatrix}$	**b.** $g: X = \begin{pmatrix} 30 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -0{,}15 \\ 0{,}375 \end{pmatrix}$	**c.** $g: X = \begin{pmatrix} 21 \\ 70 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ -60 \end{pmatrix}$

Bsp. 3) Gegeben ist eine Parameterdarstellung einer Geraden. Berechne für die gegebenen Werte von t die Punkte auf dieser Geraden.

a. $g: X = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $t = -3; 10$	**b.** $g: X = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \end{pmatrix}$ $t = 1;\ 5$	**c.** $g: X = \begin{pmatrix} 2{,}0 \\ 0{,}9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0{,}3 \\ -0{,}8 \end{pmatrix}$ $t = 3; 4$

Bsp. 4) Bestimme die fehlende Koordinate des Punktes P so, dass er auf der Geraden g liegt.

a. $g: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} \; - \; P = (\boldsymbol{x} \mid -8)$	**b.** $g: X = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} \; - \; P = (-43 \mid y)$

Bsp. 5) Überprüfe, ob der Punkt auf der Geraden g liegt.

a. $g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \; - \; P_1 = (19 \mid -32)$	**b.** $g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix} \; - \; P_2 = (4 \mid -7)$

Bsp. 6) Gib jeweils eine zu g (1) parallele (2) normale Gerade an, die durch den Punkt P geht.

a. $g: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix} \; - \; P = (3 \mid 5)$	**b.** $g: X = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \; - \; P = (-1 \mid 1)$

Bsp. 7) Gib drei verschiedene Parameterdarstellungen an, die auf die Gerade g normal stehen.

a. $g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$	**b.** $g: X = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$

Bsp. 8) Eine Gerade g ist in der Parameterdarstellung gegeben. Bestimme eine Gleichung von g in der **Normalvektorform** und in der **allgemeinen Form**.

a. $g: X = \binom{2}{4} + t \cdot \binom{-1}{5}$	**b.** $g: X = \binom{-2}{5} + t \cdot \binom{6}{-1}$

Bsp. 9) Eine Gerade g ist durch zwei Punkte gegeben. Bestimme eine Gleichung von g in der **Normalvektorform** und in der **allgemeinen Form**.

a. $A = (-4\vert 3), B = (2\vert 5)$	**b.** $A = (-1\vert 4), B = (3\vert 6)$

Bsp. 10) Eine Gerade h geht durch den Punkt H und steht normal auf die Gerade g. Bestimme für die Gerade h die **allgemeine Geradengleichung**.

a. $g: X = \binom{3}{5} + t \cdot \binom{-2}{7}$, $H = (2\vert -1)$	**b.** $g: X = \binom{6}{12} + t \cdot \binom{-3}{8}$, $H = (-1\vert 2)$

Bsp. 11) Bestimme (1) einen Normalvektor, (2) einen Richtungsvektor der gegebenen Geraden g.

a. $g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$	**b.** $g: 5x - y = 1$

Bsp. 12) Die Gerade g ist in der allgemeinen Form gegeben. Bestimme drei beliebige Punkt auf der Gerade g.

a. $g: x + 4y = 12$	**b.** $g: -3x + y = 9$

Bsp. 13) Begründe rechnerisch, ob der Punkt auf der gegebenen Geraden liegt.

a. $g: 3x - 2y = 10 \; - \; P_1 = (4\|2), P_2 = (-5\|10)$	**b.** $g: -x + 4y = 6 \; - \; P_1 = (-2\|1), P_2 = (1\|-2)$

Bsp. 14) Gib die Gerade in der **Parameterdarstellung** an.

a. $g\colon\ 3x + y = 15$	**b.** $g\colon\ 2x - 4y = 6$

Bsp. 15) Eine Gerade ist durch die Punkte A und B gegeben. Gib diese Gerade **(1)** in **Parameterdarstellung**, **(2)** in **Normalvektordarstellung, (3)** in **allgemeiner Form** und **(4)** als **lineare Funktion** an.

a. $g\colon\ A = (3\vert 9), B = (7\vert 5)$	**b.** $g\colon\ A = (-3\vert 1), B = (8\vert 6)$

Bsp. 16) Ermittle die **Lagebeziehung** der Geraden.

$g: X = \binom{4}{1} + t \cdot \binom{3}{-1}$ $\quad h: X = \binom{-7}{7} + s \cdot \binom{-2}{5}$	$g: X = \binom{4}{-2} + t \cdot \binom{2}{4}$ $\quad h: X = \binom{9}{8} + s \cdot \binom{40}{80}$
$g: X = \binom{8}{-5} + t \cdot \binom{-1}{1}$ $\quad h: X = \binom{-1}{3} + s \cdot \binom{2}{-2}$	$g: X = \binom{13}{5} + t \cdot \binom{-4}{-2}$ $\quad h: X = \binom{14}{2} + s \cdot \binom{8}{-5}$

Bsp. 17) Berechne den **Schnittpunkt** der Geraden.

$g: X = \binom{3}{4} + t \cdot \binom{6}{-2}$ $\quad h: X = \binom{-8}{-18} + s \cdot \binom{-2}{-3}$	$g: \left[G = (-1\|0), \vec{g} = \binom{0}{-5}\right]$ $\quad h: \left[H = (32\|6), \vec{h} = \binom{7}{0}\right]$

Bsp. 18) Berechne den Schnittpunkt der Geraden.

$g: X = \binom{-5}{3} + t \cdot \binom{4}{-2}$ $\quad h: 3x - 2y = 3$	$g: X = \binom{9}{8} + t \cdot \binom{-3}{-3}$ $\quad h: \; 5x + 3y = 3$

Bsp. 19) Berechne den Schnittpunkt der Geraden.

$g: 2x + 5y = -2$ $\quad$ $h: -4x + 3y = 30$	$g: x - y = -2$ $\quad$ $h: x + y = 4$

Bsp. 20) Bestimme die **Lagebeziehung** der Geraden.

$g: \; X = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\quad$ $h: \; x - 3y = -10$	$g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$ $\quad$ $h: \; -x + 6y = 10$

Bsp. 21) Berechne den **Schnittwinkel** der Geraden g und h.

$g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad$ $h: X = \begin{pmatrix} -7 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\quad$ $h: X = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$