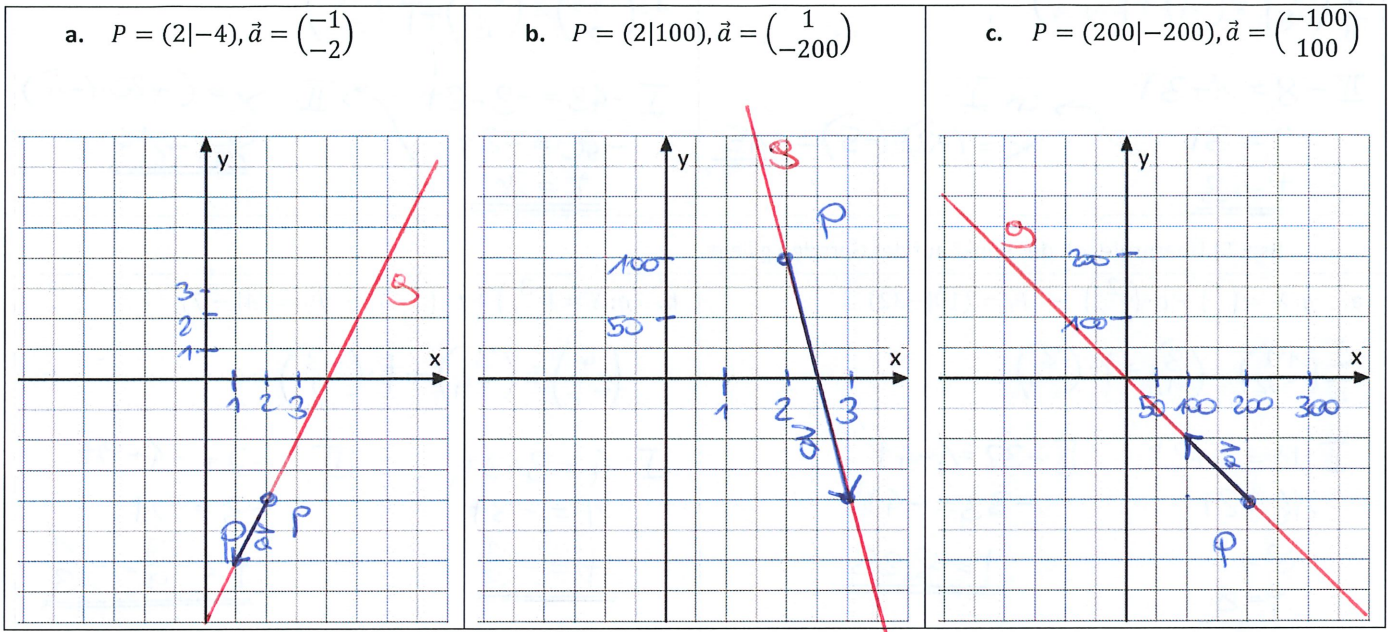


LÖSUNGEN

Übungszettel: Geraden im \mathbb{R}^2

Bsp. 1) Gegeben ist ein Punkt P und ein Richtungsvektor \vec{a} der Geraden g. Gib eine Parameterdarstellung der Geraden an und zeichne die Gerade in das Koordinatensystem. Skaliere die Achsen passend.



Bsp. 2) Vereinfache die Darstellung der Geraden g so, dass die Komponenten des Richtungsvektors ganzzahlig und so klein wie möglich sind.

<p>a. $g: X = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -0,21 \\ -0,1 \end{pmatrix}$ $\downarrow \cdot 100$ $g: X = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -21 \\ -10 \end{pmatrix}$</p>	<p>b. $g: X = \begin{pmatrix} 30 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -0,15 \\ 0,375 \end{pmatrix}$ $\downarrow \cdot 1000$ $g: X = \begin{pmatrix} 30 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -150 \\ 375 \end{pmatrix}$</p>	<p>c. $g: X = \begin{pmatrix} 21 \\ 70 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ -60 \end{pmatrix}$ $\downarrow \cdot 10$ $g: X = \begin{pmatrix} 21 \\ 70 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$</p>
--	---	--

Bsp. 3) Gegeben ist eine Parameterdarstellung einer Geraden. Berechne für die gegebenen Werte von t die Punkte auf dieser Geraden.

<p>a. $g: X = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $t = -3; 10$</p> <p><u>$t = -3$:</u> $P_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 7 \\ -4 \end{pmatrix}}}$</p> <p><u>$t = 10$:</u> $P_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -30 \\ 20 \end{pmatrix}$ $= \underline{\underline{\begin{pmatrix} -32 \\ 22 \end{pmatrix}}}$</p>	<p>b. $g: X = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \end{pmatrix}$ $t = 1; 5$</p> <p><u>$t = 1$:</u> $P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix}$</p> <p><u>$t = 5$:</u> $P_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ 40 \end{pmatrix}$ $= \underline{\underline{\begin{pmatrix} -15 \\ 41 \end{pmatrix}}}$</p>	<p>c. $g: X = \begin{pmatrix} 2,0 \\ 0,9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0,3 \\ -0,8 \end{pmatrix}$ $t = 3; 4$</p> <p><u>$t = 3$:</u> $P_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0,9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,9 \\ -2,4 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2,9 \\ -1,5 \end{pmatrix}}}$</p> <p><u>$t = 4$:</u> $P_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0,9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1,2 \\ -3,2 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 3,2 \\ -2,3 \end{pmatrix}}}$</p>
--	---	---

Bsp. 4) Bestimme die fehlende Koordinate des Punktes P so, dass er auf der Geraden g liegt.

<p>a. $g: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} - P = (x -8)$</p> <p>$\text{I } \begin{pmatrix} x \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$</p> <p>$\text{II } -8 = 1 + 3t$ $-9 = 3t \rightarrow$ in I: $x = (-3) \cdot (-5) = \underline{\underline{+15}}$ $t = \underline{\underline{-3}}$</p>	<p>b. $g: X = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} - P = (-43 y)$</p> <p>$\text{I } \begin{pmatrix} -43 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$</p> <p>$\text{I } -43 = -3 - 2t \rightarrow$ II $y = 6 + 20 \cdot (-1)$ $-40 = -2t$ $t = \underline{\underline{20}}$ $y = \underline{\underline{-14}}$</p>
--	---

Bsp. 5) Überprüfe, ob der Punkt auf der Geraden g liegt.

<p>a. $g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} - P_1 = (19 -32)$</p> <p>$\text{I } \begin{pmatrix} 19 \\ -32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$</p> <p>$\text{I } 19 = 3 + 2t$ $\text{II } -32 = 1 - 4t$ $16 = 2t$ $-33 = -4t$ $8 = t$ $t = \underline{\underline{8,25}}$ $t = \underline{\underline{8}}$</p>	<p>b. $g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix} - P_2 = (4 -7)$</p> <p>$\begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix}$</p> <p>$\text{I } 4 = 3 - 3t$ $\text{II } -7 = -4 + 9t$ $1 = -3t$ $-3 = 9t$ $t = \underline{\underline{-\frac{1}{3}}}$ $t = \underline{\underline{-\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}}}$</p>
---	--

Bsp. 6) Gib jeweils eine zu g (1) parallele (2) normale Gerade an, die durch den Punkt P geht.

<p>a. $g: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix} - P = (3 5)$</p> <p>① $g_1: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + t_1 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix} \quad g_1 \parallel g$</p> <p>② $\vec{n}_g = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix}$</p> <p>$g_2: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + t_2 \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix} \quad g_2 \perp g$</p>	<p>b. $g: X = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - P = (-1 1)$</p> <p>① $g_1: X = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad g_1 \parallel g$</p> <p>② $\vec{n}_g = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$</p> <p>$g_2: X = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t_2 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad g_2 \perp g$</p>
--	--

Bsp. 7) Gib drei verschiedene Parameterdarstellungen an, die auf die Gerade g normal stehen.

<p>a. $g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$</p> <p>$\vec{n}_g = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$</p> <p>$g_1: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t_1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$</p> <p>$g_2: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t_2 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix}$</p> <p>$g_3: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t_3 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$</p>	<p>b. $g: X = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$</p> <p>$\vec{n}_g = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$</p> <p>$g_1: X = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} + t_1 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$</p> <p>$g_2: X = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} + t_2 \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$</p> <p>$g_3: X = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} + t_3 \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix}$</p>
---	---

Bsp. 8) Eine Gerade g ist in der Parameterdarstellung gegeben. Bestimme eine Gleichung von g in der Normalvektorform und in der allgemeinen Form.

<p>a. $g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$</p> <p>$\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$</p> <p>$g: \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$</p> <p><u>$g: 5x + y = 14$</u></p>	<p>b. $g: X = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$</p> <p>$\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$</p> <p>$g: \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$</p> <p><u>$x + 6y = 28$</u></p>
---	--

Bsp. 9) Eine Gerade g ist durch zwei Punkte gegeben. Bestimme eine Gleichung von g in der Normalvektorform und in der allgemeinen Form.

<p>a. $A = (-4 3), B = (2 5)$</p> <p>$\vec{AB} = B - A = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$</p> <p>$\vec{n}_{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ <i>man könnte auch B nehmen!</i></p> <p>$g: \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$</p> <p><u>$-2x + 6y = 26$</u></p>	<p>b. $A = (-1 4), B = (3 6)$</p> <p>$\vec{AB} = B - A = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$</p> <p>$\vec{n}_{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$</p> <p>$g: \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$</p> <p><u>$-2x + 4y = 18$</u></p>
---	--

Bsp. 10) Eine Gerade h geht durch den Punkt H und steht normal auf die Gerade g . Bestimme für die Gerade h die allgemeine Geradengleichung.

<p>a. $g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}, H = (2 -1)$</p> <p>$\vec{RV}_g = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix} = \vec{n}_h$</p> <p>$h: \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$</p> <p><u>$-2x + 7y = -11$</u></p>	<p>b. $g: X = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}, H = (-1 2)$</p> <p>$\vec{n}_h = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$</p> <p>$\begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$</p> <p><u>$-3x + 8y = 19$</u></p>
--	--

Bsp. 11) Bestimme (1) einen Normalvektor, (2) einen Richtungsvektor der gegebenen Geraden g.

<p>a. $g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$</p> <p>$\vec{RV}_g = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$</p> <p>$\vec{n}_g = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$</p>	<p>b. $g: 5x - y = 1$</p> <p>$\vec{n}_g = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$</p> <p>$\vec{RV}_g = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$</p>
---	--

Bsp. 12) Die Gerade g ist in der allgemeinen Form gegeben. Bestimme drei beliebige Punkt auf der Gerade g.

<p>a. $g: x + 4y = 12$</p> <p>$x = 12 - 4y$</p> <p>$y=1: x = 12 - 4 = 8 \rightarrow (8 1)$</p> <p>$y=2: x = 4 \rightarrow (4 2)$</p> <p>$y=3: x = 0 \rightarrow (0 3)$</p>	<p>b. $g: -3x + y = 9$</p> <p>$y = 3x + 9$</p> <p>$x=0: y=9 \quad (0 9)$</p> <p>$x=1: y=12 \quad (1 12)$</p> <p>$x=2: y=15 \quad (2 15)$</p>
---	---

Bsp. 13) Begründe rechnerisch, ob der Punkt auf der gegebenen Geraden liegt.

<p>a. $g: 3x - 2y = 10 \quad - \quad P_1 = (4 2), P_2 = (-5 10)$</p> <p>$\underline{P_1}: 3 \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 10$ $12 - 4 = 10$ $8 \neq 10 \quad \text{NEIN}$</p> <p>$\underline{P_2}: -15 - 20 = 10$ $-35 \neq 10 \quad \text{NEIN}$</p>	<p>b. $g: -x + 4y = 6 \quad - \quad P_1 = (-2 1), P_2 = (1 -2)$</p> <p>$\underline{P_1}: 2 + 4 = 6$ $6 = 6 \checkmark \quad \text{JA!}$</p> <p>$\underline{P_2}: -1 - 8 = 6$ $-9 \neq 6 \quad \text{NEIN!}$</p>
--	--

Bsp. 14) Gib die Gerade in der Parameterdarstellung an.

a. $g: 3x + y = 15$

① $\vec{n}_g = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{rV}_g = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

② Punkt: $y = 15 - 3x$
 $x = 0 \rightarrow y = 15$
 $P = \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow g: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

b. $g: 2x - 4y = 6$

① $\vec{n}_g = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{rV}_g = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

② $P = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow g: X = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

Bsp. 15) Eine Gerade ist durch die Punkte A und B gegeben. Gib diese Gerade (1) in

Parameterdarstellung, (2) in Normalvektordarstellung, (3) in allgemeiner Form und (4) als lineare Funktion an.

a. $g: A = (3|9), B = (7|5)$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

① $g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

② $\vec{n}_g = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}$

③ $4x + 4y = 48 \quad | :4$

④ $x + y = 12 \quad | -x$

$y = -x + 12$

b. $g: A = (-3|1), B = (8|6)$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \end{pmatrix}$

① $g: X = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \end{pmatrix}$

② $\vec{n}_g = \begin{pmatrix} 5 \\ -11 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 5 \\ -11 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 \\ -11 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

③ $5x - 11y = -26 \quad | -5x$

④ $-11y = -5x - 26 \quad | :(-11)$

$y = \frac{5}{11}x + \frac{26}{11}$

Bsp. 16) Ermittle die Lagebeziehung der Geraden.

$g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} -7 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \nparallel \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ SCHNEIDEND	$g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ 80 \end{pmatrix}$ $\textcircled{1} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot 20 = \begin{pmatrix} 40 \\ 80 \end{pmatrix} \checkmark$ $\textcircled{2} \frac{g \text{ in } h:}{\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ 80 \end{pmatrix}}$ $I: 4 = 9 + 40s$ $-5 = 40s$ $s = -\frac{1}{8} \stackrel{II}{=} s = -\frac{1}{8}$
$g: X = \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\textcircled{1} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (-2) = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \checkmark$ $\textcircled{2} \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ $I: 8 = -1 + 2s$ $9 = 2s$ $s = \frac{9}{2} = 4,5 \neq$ $II: -5 = 3 - 2s \Rightarrow s = 4$ PARALLEL	$g: X = \begin{pmatrix} 13 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} 14 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} \nparallel \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix}$ SCHNEIDEND

IDENT

Bsp. 17) Berechne den Schnittpunkt der Geraden.

$g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} -8 \\ -18 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\textcircled{2} I: 3 + 6t = -8 - 2s$ $II: 4 - 2t = -18 - 3s$ $6t + 2s = -11$ $-2t + 3s = -22 \quad \cdot 3$ $6t + 9s = -66$ $7s = -55 \Rightarrow s = -7,7$ $s = -7$ $\downarrow \text{in } h$ $S = \begin{pmatrix} -8 \\ -18 \end{pmatrix} + (-7) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$	$g: [G = (-1 0), \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}]$ $h: [H = (32 6), \vec{h} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix}]$ $\textcircled{2} I: -1 = 32 + 7s \rightarrow -33 = 7s \rightarrow s = -\frac{33}{7}$ $II: -5t = 6 \rightarrow t = -\frac{6}{5}$ $\downarrow \text{in } g$ $S = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + (-\frac{6}{5}) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$ Probe: s in h
--	---

Bsp. 18) Berechne den Schnittpunkt der Geraden.

$g: X = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $h: 3x - 2y = 3$ $\textcircled{1} x = -5 + 4t$ $y = 3 - 2t$ $3 \cdot (-5 + 4t) - 2 \cdot (3 - 2t) = 3$ $-15 + 12t - 6 + 4t = 3$ $16t = 24 \quad :16$ $t = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} = 1,5$ $\downarrow \text{in } g$ $S = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} + \frac{3}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$g: X = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$ $h: 5x + 3y = 3$ $x = 9 - 3t$ $y = 8 - 3t$ $5 \cdot (9 - 3t) + 3 \cdot (8 - 3t) = 3$ $45 - 15t + 24 - 9t = 3$ $69 - 24t = 3 \quad -69$ $-24t = -66 \quad :(-24)$ $t = 2,75$ $S = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} + 2,75 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8,25 \\ -8,25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,75 \\ -0,25 \end{pmatrix}$
---	--

Bsp. 19) Berechne den Schnittpunkt der Geraden.

$g: 2x + 5y = -2$ $2x + 5y = -2 \quad \cdot 2 \rightarrow 2x + 10y = -4$ $-4x + 3y = 30$ $4x + 10y = -4$ $-4x + 3y = 30$ $13y = 26$ $y = 2$	$h: -4x + 3y = 30$ $2x = -12$ $x = -6$ $S = (-6 2)$	$g: x - y = -2$ $x - y = -2$ $x + y = 4$ $2x = 2$ $x = 1$	$h: x + y = 4$ $1 + y = 4$ $y = 3$ $S = (1 3)$
---	--	---	---

Bsp. 20) Bestimme die Lagebeziehung der Geraden.

$g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $h: x - 3y = -10$ $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{RV} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \# \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ \Rightarrow schneidend	$g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0,5 \end{pmatrix}$ $h: -x + 6y = 10$ $\vec{n} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{RV} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 0,5 \end{pmatrix} \cdot 2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} \quad g \parallel h$ $\textcircled{2} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \in h?$ $-2 + 0 = 10 \Rightarrow \text{PARALLEL!}$ $-2 \neq 10$
---	--

Bsp. 21) Berechne den Schnittwinkel der Geraden g und h.

$g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} -7 \\ 7 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\cos \varphi = \frac{-6-6}{\sqrt{40} \cdot \sqrt{10}} \Rightarrow$ $\varphi = \cos^{-1} \left(\frac{-12}{\sqrt{40} \cdot \sqrt{10}} \right)$ $\approx \underline{\underline{126,9^\circ}}$	$g: X = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\varphi = \cos^{-1} \left(\frac{5-6}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{10}} \right)$ $\approx \underline{\underline{93,4^\circ}}$
---	--