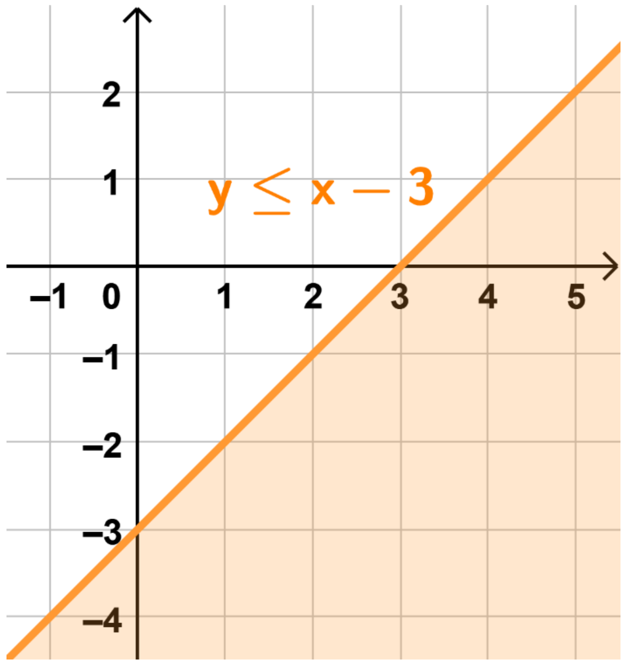
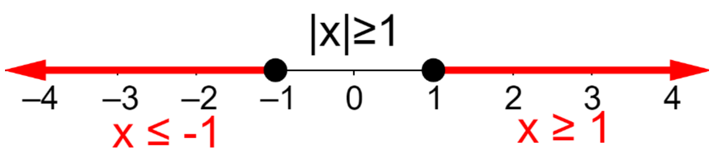
Ungleichungen

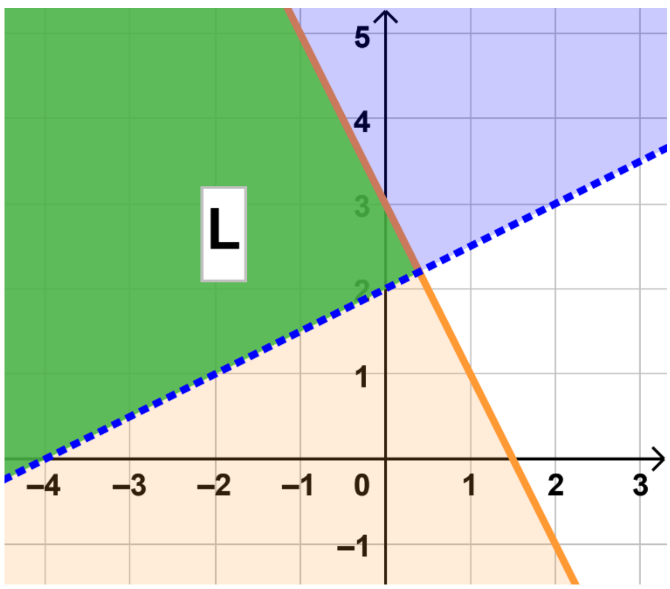
SKRIPT (13 Seiten)

Theoretische Erklärungen und Beispielaufgaben zu **folgenden Themenbereichen**:

- **Wiederholung Mengenlehre, Zahlenmengen**
- **Lineare Ungleichungen & Ungleichungssysteme in einer Variablen**
- **Lineare Ungleichungen & Ungleichungssysteme in zwei Variablen**
- **Betragsungleichungen**







Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

-> **QR-Codes** im SKRIPT!

Prof. πegischer

Allgemeine Informationen zum Skript

Im Skript werden die zu erlernenden Inhalte stets durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung.

YouTube-Playlist
(PDF-Datei: KLICKEN!)

Die **Musterlösungen** sind entweder im Downloadpaket dabei oder auf meiner Homepage unter folgendem Link abrufbar (Mitgliedschaft!): https://prof-tegischer.com/17-ungleichungen/

Einsatz des Materials

- Einsatz für **Lehrpersonen** als Aufwertung für den eigenen Unterricht (**Erarbeitung** oder **Festigung** des **Stoffes** anhand des Skriptes, **Einsatz** der **Lernvideos**, „**Flipped Classroom**“, etc.)
- Möglichkeiten für **SchülerInnen**: Selbstständiges Erarbeiten bzw. Festigen eines Stoffgebietes mit dem **Skript** (inkl. Videos & Musterlösungen).
- & noch viele weitere Möglichkeiten!! 😊

Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. Alle **Aufgaben** wurden von mir erstellt.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**“ und „**GeoGebra**“ erstellt.
- Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**“ erstellt.

Lizenzbedingungen:

Ich freue mich, wenn LehrerInnen die Unterlagen im eigenen Unterricht einsetzen oder wenn SchülerInnen mit den Materialien lernen. Dennoch gibt es Regeln, an die sich alle Personen halten müssen, die mit Materialien von Prof. Tegischer arbeiten:

<table>
<tr><th>Allgemeine Regeln</th><th>Weitere Regeln für Lehrpersonen</th></tr>
<tr><td>▪ Sie dürfen die Materialien für eigene Zwecke zur Erarbeitung von Inhalten nutzen.
▪ Sie dürfen die Materialien herunterladen, ausdrucken und zur Nutzung im eigenen Bereich anwenden. Es ist nicht erlaubt, die Materialien zu vervielfältigen, um anderen Personen einen Zugang zu ermöglichen.
▪ Sie dürfen mein Materialen NICHT gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Graphiken dürfen nicht ohne Zustimmung herauskopiert werden.
▪ Die Materialien dürfen nicht verändert und als eigene ausgegeben werden.
▪ Bei einem Missbrauch erlischt das Nutzungsrecht an den Inhalten und es muss mit einer Schadenersatzforderung gerechnet werden.</td><td>WICHTIGSTE REGEL: LehrerInnen dürfen die Materialien in Ihrem eigenen Unterricht verwenden:
▪ Es ist erlaubt, Kopien zu erstellen und diese den SchülerInnen auszuteilen.
▪ LehrerInnen dürfen Unterlagen in eLearning-Kursen ihren eigenen Schülerinnen und Schülern bereitstellen sofern der Kurs mit einem Kennwort geschützt ist und nur die eigenen Schülerinnen und Schüler (keine weiteren Lehrkräfte) darauf Zugriff haben.
▪ Es ist nicht erlaubt, die Materialien mit Ihren KollegInnen zu teilen. Es ist nicht erlaubt, die Unterlagen an Orten zu speichern, an denen auch andere Lehrpersonen oder Personen Zugriff haben.
▪ LehrerInnen müssen den SchülerInnen mitteilen, dass sie die Materialien nicht gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben dürfen.</td></tr>
</table>

Haben Sie Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, können Sie mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (info@prof-tegischer.com). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com finden Sie weitere Informationen zu meinen Materialien.

Ungleichungen

Video 1/8

1. Wiederholung Mengenlehre

Eine **Menge** besteht in der Mathematik aus **Elementen**.

- $x \in M$ … Das Objekt x ist **ein Element** der Menge M
- $x \notin M$ … Das Objekt x ist **kein Element** der Menge M

Die **leere Menge**, die keine Elemente hat, wird in der Form { } geschrieben.

Beispiele:

- Menge der **natürlichen Zahlen**: $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots.\} \rightarrow Beispiel: x = 2 \rightarrow x \in \mathbb{N}$
- Menge der **ganzen Zahlen**: $\mathbb{Z} = \{\dots \dots -3; -2; -1\ 0; 1; 2; 3\ \dots.\} \rightarrow\ Beispiel: x = 1{,}4 \rightarrow x \notin \mathbb{Z}$

Zahlenmengen

- Menge der **natürlichen Zahlen**: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- Menge der **ganzen Zahlen**: $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- Menge der **rationalen Zahlen**: $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} | a, b\ \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$

  Alle rationalen Zahlen können als **Bruch** dargestellt werden. Ein Bruch kann immer in eine endliche oder periodische (unendlich lang, aber periodisch) **Dezimalzahl** umgewandelt werden.

- Menge der **irrationalen Zahlen** $\mathbb{I}$: Alle Dezimalzahlen, die unendlich lang **UND** niemals periodisch sind.

  Beispiele: $\sqrt{2}, \pi, \sqrt{7}, \dots$

- Menge der **reellen Zahlen** $\mathbb{R}$ (= Alle Dezimalzahlen).

  Die reellen Zahlen ergeben sich aus den rationalen Zahlen (endliche & periodische Dezimalzahlen) UND den irrationalen Zahlen (nicht periodische, unendliche Dezimalzahlen)

Index bei Zahlenmengen

- Menge der **positiven natürlichen Zahlen**: $\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ – ohne 0!
- Menge der **geraden ganzen Zahlen**: $\mathbb{Z}_g = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$
- Menge der **ungeraden ganzen Zahlen**: $\mathbb{Z}_u = \{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$
- Menge der **positiven rationalen Zahlen**: $\mathbb{Q}^+$
- Menge der **negativen rationalen Zahlen**: $\mathbb{Q}^-$

Darstellung von Mengen

- **Aufzählende Darstellung** (beliebige Reihenfolge, meist sortiert) z.B. $M = \{1; 3; 5; 7; 9\}$
- **Beschreibende Darstellung** – Elemente werden durch eine gemeinsame Eigenschaft angegeben:

  Bsp.: $A = \{x \in \mathbb{N}\ |\ 2 \leq x \leq 7\}$

  „x ist ein Element aus der Menge der natürlichen Zahlen und ist größer gleich 2 und kleiner gleich 7“

  $$A = \{x \in \mathbb{N}\ |\ 2 \leq x \leq 7\} = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$$

  Beschreibende Darstellung

  Aufzählende Darstellung

- **Intervallschreibweise** – Bei reellen Intervallen kann die Menge mittels Intervallschreibweise dargestellt werden. Eine **eckige Klammer** bedeutet, dass die **Randzahl** in der Menge **enthalten** ist. Eine **offene Klammer** bedeutet, dass die **Randzahl** nicht enthalten ist. Beim Zahlenstrahl wird dies folgendermaßen dargestellt:

● … Zahl gehört zum Intervall (=abgeschlossen)

○ … Zahl gehört NICHT zum Intervall (=offen)

Zur Erinnerung:

- $[3;8] = \{x \in \mathbb{R} |\ 3 \leq x \leq 8\}$
- $(-2;4] = \{x \in \mathbb{R} |-2 < x \leq 4\}$

Bsp. 1) Gib die Menge jeweils in aufzählender Darstellung an.

$A = \{x \in \mathbb{N}_u \vert 5 \leq x < 10\} =$	$B = \{x \in \mathbb{N}\ \vert x\ teilt\ 30\} =$
$C = \{x \in \mathbb{N} \vert -5 \leq x < 2\} =$	$D = \{x \in \mathbb{Z} \vert -5 \leq x < 2\} =$
$E = \left\{x \in \mathbb{N}_g\ \vert\ 1 < x \leq 9\right\}$	$F = \{x \in \mathbb{N}\ \vert\ x^2 = 9\} =$

Bsp. 2) Gib die Menge jeweils in beschreibender Darstellung an.

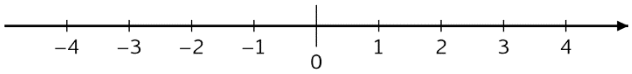
$A = \{3;4;5;6\} =$	$B = \{2;4;6;8\} =$
$C = \{-3;-2;-1\} =$	$D = \{1;2;4;8;16\} =$

Bsp. 3) Reelle Intervalle: Intervallschreibweise – Mengenschreibweise

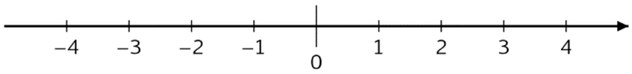
a. $A = \{x \in \mathbb{R} \vert\ 1 \leq x \leq 3\} =$	a. $A = [5;13) =$
b. $B = \{x \in \mathbb{R} \vert 1 < x \leq 4\} =$	b. $B = (-3;-2) =$
c. $C = \{x \in \mathbb{R} \vert -2 < x \leq -1\} =$	c. $C = (-12;4] =$
d. $D = \{x \in \mathbb{R} \vert -11 < x < 13\} =$	d. $D = [3;10] =$
e. $E = \{x \in \mathbb{R} \vert\ x \leq 3\} =$	e. $E = (-\infty;3] =$

Bsp. 4) Gib zuerst in Intervallschreibweise / Mengenschreibweise an. Stelle das reelle Intervall am Zahlenstrahl dar.

a. $A = \{x \in \mathbb{R} |-1 \leq x \leq 4\} =$

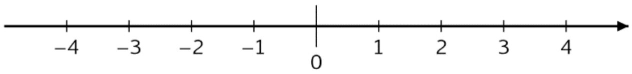


b. $B = [-3;5) =$

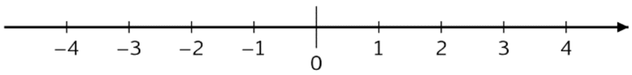


c. $C = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x \leq 2\} =$

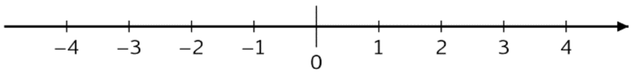
d. $D = \{x \in \mathbb{R} |-3 < x \leq 0\} =$



e. $E = (-3;3) =$



f. $F = \{x \in \mathbb{R} |-2 < x < 3\} =$



2. Lineare Ungleichungen

Video 2/8

Unter einer linearen Ungleichung versteht man einen Ausdruck, in dem eines der Ordnungsrelationszeichen $<$, $\leq$, $>$ $oder$ $\geq$ vorkommt, z.B.:

- $3x + 6 < 9$ lineare Ungleichung mit **einer Variablen** oder
- $3x + 5y < 8$ lineare Ungleichung in **zwei Variablen**

Wie beim Lösen von linearen Gleichungen werden auch bei Linearen Ungleichungen **dieselben Äquivalenzumformungen** verwendet. Einen Unterschied gibt es jedoch:

Wird mit einem **negativen Wert multipliziert bzw. dividiert** $(\neq 0)$, so **dreht sich das Ordnungsrelationszeichen um.**

$-4x < 8 \quad \| : (-4)$ $x > -2$	$-x > -5 \quad \| \cdot (-1)$ $x < 5$	$-50x \leq 100 \quad \| : (-50)$ $x \geq -2$

Die Lösung bzw. die Lösungsmenge einer linearen Ungleichung ist im Regelfall kein einzelner Wert, sondern ein Zahlenbereich, der in Mengen- oder Intervallschreibweise angegeben wird. Auf der Zahlengeraden kann die Lösung graphisch veranschaulicht werden.

WICHTIG: Beachte immer die angegebene Grundmenge!!! Die Grundmenge G legt die Menge jener Zahlen fest, die als mögliche Lösung für die Ungleichung erlaubt ist. Wenn die Lösung der Ungleichung keine Elemente der Grundmenge besitzt, so ist die Lösungsmenge stets die leere Menge $L = \{ \}$.

- $G = \mathbb{N}$: $x < 5 \rightarrow \quad L = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
- $G = \mathbb{Z}$: $x < 5 \rightarrow \quad L = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- $G = \mathbb{R}$: $x < 5 \rightarrow \quad L = (-\infty; 5)$

Ist die **Grundmenge** aus den **natürlichen oder ganzen Zahlen**, so kann die Lösungsmenge im **aufzählenden UND** im **beschreibenden Verfahren** angegeben werden.

Ist die **Grundmenge** aus den **reellen Zahlen**, so kann die Lösungsmenge im **beschreibenden Verfahren** UND in der **Intervallschreibweise** angegeben werden.

a. Lösen linearer Ungleichungen

Beim rechten Beispiel muss das Ungleichheitszeichen umgedreht werden! Bei den Beispielen gilt jeweils $G = \mathbb{R}$.

$6 \cdot (x-1) + 1 > 3x + 13$ $6x - 6 + 1 > 3x + 13$ $6x - 5 > 3x + 13 \mid -3x, +5$ $3x > 18 \mid : 3$ $x > 6$ $L = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 6\}$ … **Mengenschreibweise** $L = (6, +\infty)$ … **Intervallschreibweise**	$5 - x \leq 2 \cdot (4 + x)$ $5 - x \leq 8 + 2x \quad \mid -2x, -5$ $-3x \leq 3 \mid : (-\mathbf{3})$ $x \geq -1$ $L = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$ … **Mengenschreibweise** $L = [-1, +\infty)$ … **Intervallschreibweise**

Spezialfälle linearer Ungleichungen

Fall 1: Die Ungleichung ist – für alle möglichen Werte – immer falsch. -> $\boldsymbol{L} = \{\,\}$	$3x + 7 > 3x + 8 \;\vert - 3x$ $\mathbf{7 > 8}$ **falsche** Aussage -> $L = \{\,\}$
Fall 2: Die Ungleichung ist – für alle möglichen Werte – immer richtig. -> **Lösungsmenge = Grundmenge**	$2x + 1 < 2x + 2 \;\vert - 2x$ $\mathbf{1 < 2}$ **wahre** Aussage -> $L = G$

Bsp. 5) Gib die Lösungsmenge L in Mengenschreibweise (aufzählend und/oder beschreibend) und falls möglich in Intervallschreibweise an.

a. $-4x - 14 < 16 + 2x \qquad G = \mathbb{N}$	**b.** $3 \cdot (6v + 4) \geq 9 \cdot (2v - 3) \qquad G = \mathbb{R}$	**c.** $\frac{x+5}{3} > \frac{3x}{4} \qquad G = \mathbb{Z}_G$
d. $23 - (5 - x) < 12 \qquad G = \mathbb{R}$	**e.** $-\frac{1}{2} \cdot (x - 6) < 6 \qquad G = \mathbb{Z}$	**f.** $-14x + 16 < 72 \qquad G = \mathbb{R}$

Bsp. 6) Löse die Ungleichung mit $G = \mathbb{R}$, gib die Lösungsmenge in Mengen- und Intervallschreibweise an und stelle sie **graphisch** am Zahlenstrahl dar.

a. $(3x+2)\cdot(2x-1) < 6x\cdot(x+1)$	**b.** $(3x+1)^2 - 3 \geq x\cdot(9x-2) + 2x$
c. $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} - 1 \leq 1 + x$	**d.** $\frac{-8x+10}{4} < \frac{12-4x}{6}$

b. Lineare Ungleichungssysteme

Video 3/8

Zwei **lineare Ungleichungen** können zu einem **linearen Ungleichungssystem** zusammengefasst werden. Als **Lösung** kommen **nur Zahlen in Frage**, die beide Ungleichungen erfüllen.

Bsp. 7) Bestimme mit $G = \mathbb{R}$ die Lösungsmenge des Ungleichungssystems und stelle sie graphisch am Zahlenstrahl dar.

a. $x + 4 > -1 \quad \land \quad 4 - 3x \geq 13$
b. $-4x - 2 < -2 \quad \land \quad 2x - 4 < -3$
c. $3 \cdot (2x - 4) + 10x - 2 < 18 \quad \land \quad (-2) \cdot (5x - 4) < 12$

c. Textungleichungen

Video 4/8

Viele Textaufgaben führen zu Ungleichungen.

1. Wähle eine – der Aufgabenstellung entsprechend – passende Grundmenge.
2. Schreibe die Textungleichung nun mathematisch als Ungleichung an.
3. Löse die Ungleichung.
4. Formuliere eine Antwort.

Bsp. 8) Wähle eine passende Grundmenge. Löse die Textaufgabe. Schreibe eine Antwort.

a. Der Umfang eines Rechtecks ist größer als 36 cm. Die längere Seite ist um 2 cm länger als die kürzere. Wie lang kann die kürzere Rechteckseite sein?	**b.** Prof. Pi besitzt den Lehrer-Handytarif, bei dem er eine Grundgebühr von 5 Euro bezahlen muss. Pro SMS werden aber 5 Cent fällig. Prof. Pi möchte aber maximal 10 Euro pro Monat ausgeben. Wie viele SMS darf er pro Monat verschicken?

Bsp. 9) Welche reellen Zahlen kommen in Frage? Löse mittels einer Ungleichung.

a. Dividiert man eine Zahl durch 8, so erhält man höchstens 11.	**b.** Wenn man von 12 die Hälfte der Zahl subtrahiert, erhält man weniger als 24.

d. Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen

Video 5/8

Musterbeispiel: Bestimme die Lösungsmenge der Ungleichung $y + 3 \leq x$ und stelle sie graphisch dar.

Bemerkung: Die Lösungsmenge besteht nun nicht nur aus einzelnen Zahlen, sondern aus **Zahlenpaaren** $(x|y)$.

Für die Ungleichung $y + 3 \leq x$ ist z.B. eine Lösung $(15|1)$, da gilt: $1 + 3 \leq 15 \quad \Leftrightarrow \quad 4 \leq 15 \;\; wahre\ Aussage$

Die **Lösungsmenge** besteht aus allen **Zahlenpaaren**, die diese Bedingung erfüllen:

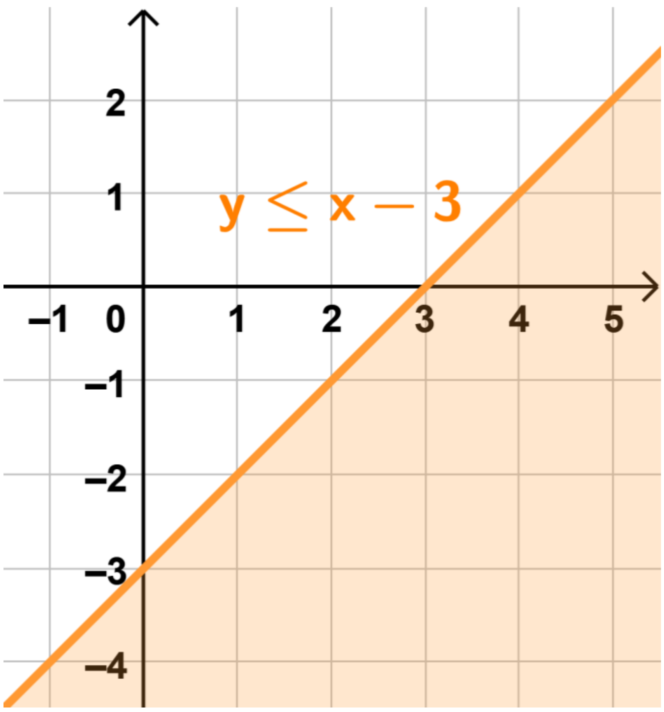
$$L = \{(x|y) \mid y + 3 \leq x \; mit \; x, y \; \in \mathbb{R}\}$$

Vorgangsweise:

1. Forme die Ungleichung nach y um.
2. Zeichne nun die zugehörige Gerade (lineare Funktion) ein, indem du **statt dem Ungleichheitszeichen** ein **Gleichheitszeichen** setzt.
   a. bei $\leq oder \geq$: **durchgezogene** Linie (Punkte auf der Geraden gehören zur Lösungsmenge!!!)
   b. bei $< oder >$: **strichlierte** Linie (Punkte auf der Geraden gehören nicht zur Lösungsmenge!!!)
3. Nun musst du entscheiden, ob die weitere Lösungsmenge unterhalb oder oberhalb der Geraden liegt:
   a. bei $\leq oder <$: **unterhalb** der Gerade!!!
   b. bei $\geq oder >$: **oberhalb** der Gerade!!!

$$y \leq x - 3$$

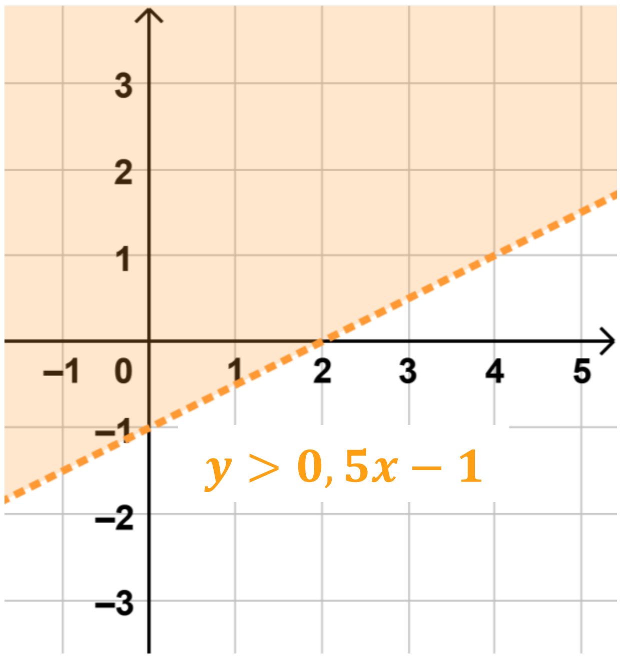
Diese Lösungsenge besteht aus allen Punkten $(x|y)$, die **auf** oder **unter** (wegen dem **kleiner**!!) der Geraden mit $y = x - 3$ liegen. Zum Einzeichnen der Gerade kannst du sie als lineare Funktion $f(x) = x - 3$ deuten.



$$y > 0{,}5x - 1$$

Diese Lösungsenge besteht aus allen Punkten $(x|y)$, die **oberhalb** (wegen dem **größer**!) der Geraden mit $y = 0{,}5x - 1$ lie gen.

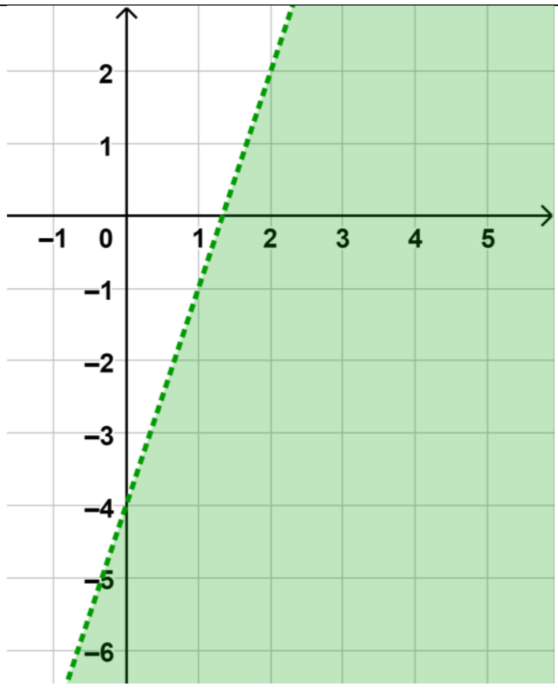
Bemerkung: Die Punkte auf der Gerade gehören **NICHT** zur Lösungsmenge (→ strichliert zeichnen!)

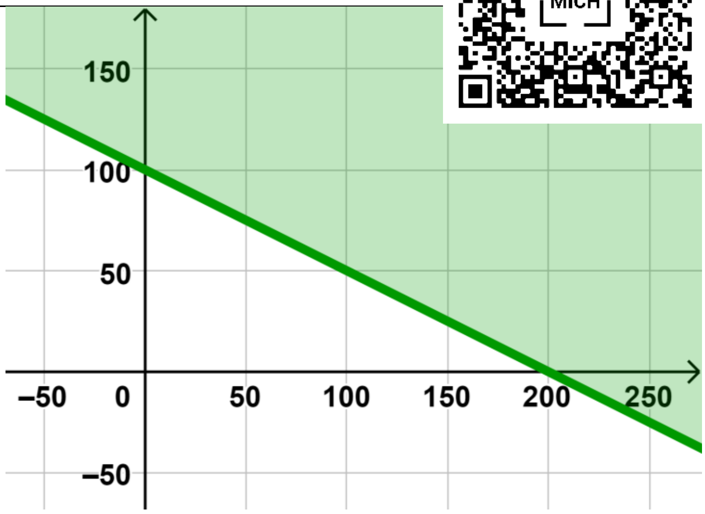


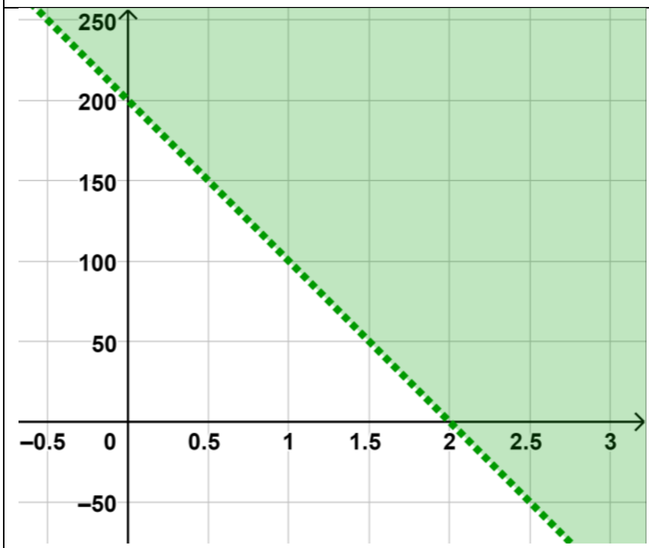
Bsp. 10) Ermittle die Lösungsmenge der Ungleichung mit $x, y \; \in \mathbb{R}$ und stelle diese graphisch dar.

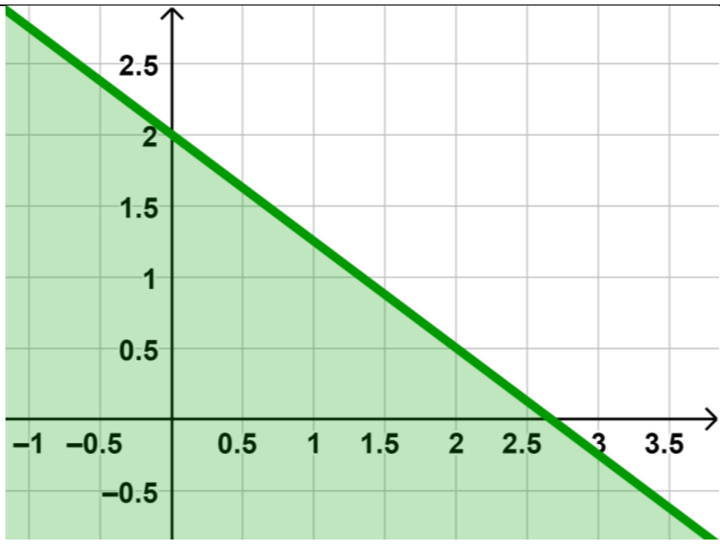
a. $x - 4y \leq 4$	**b.** $2x - y > -1$
c. $2x + y + 2 \geq 0$	**d.** $x - 3y < 3$

Bsp. 11) Ermittle die lineare Ungleichung in einer Variablen. [Video 6/8]









[Video 7/8]

e. Lineare Ungleichungssysteme mit zwei Variablen

Vorgangsweise:

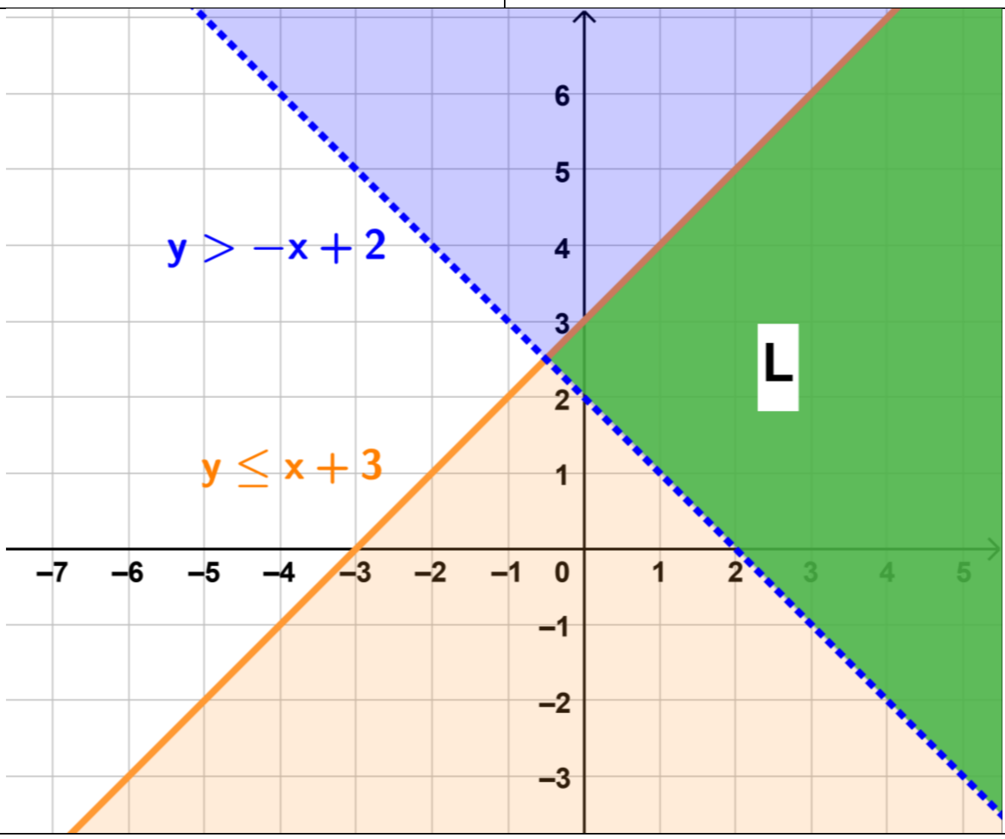
1. Forme beide Ungleichungen nach y um.
2. Zeichne nun bei beiden Ungleichungen die zugehörige Gerade (lineare Funktion) ein:
   a. bei $\leq oder \geq$: **durchgezogene** Linie (Punkte auf der Geraden gehören zur Lösungsmenge!!!)
   b. bei $< oder >$: **strichlierte** Linie (Punkte auf der Geraden gehören nicht zur Lösungsmenge!!!)
3. Markiere nun die restliche Lösungsmenge der beiden Ungleichungen mit unterschiedlichen Farben:
   a. bei $\leq oder <$: **unterhalb** der Gerade!!!
   b. bei $\geq oder >$: **oberhalb** der Gerade!!!
4. Die **Schnittmenge** der beiden Ungleichungen sind nun alle Punkte, die in **BEIDEN Lösungsmengen** vorkommen. Markiere die Schnittmenge mit einer dritten Farbe.

Musterbeispiel: Stelle die Schnittmenge der beiden Lösungsmengen der Ungleichungen graphisch dar.

$$-2x \leq 6 - 2y \quad \wedge \quad 4x - 4y > 8$$

Schritt 1: Beide Ungleichungen nach y umformen.

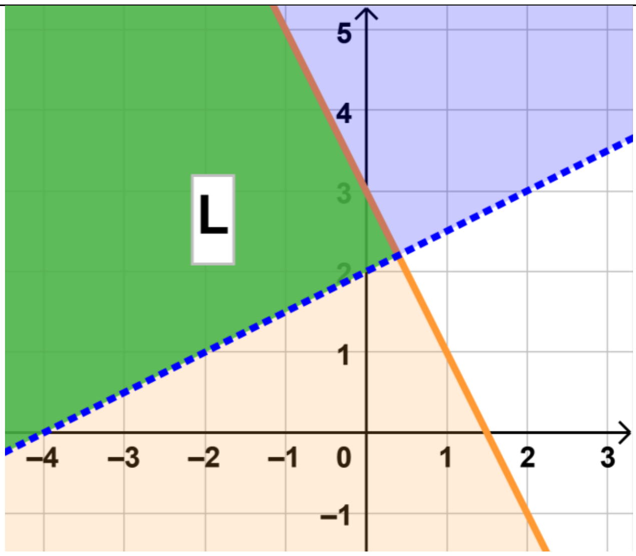
$-2x \leq 6 - 2y \quad \vert +2y, +2x$	$4x - 4y < 8 \quad \vert -4x$
$2y \leq 2x + 6 \quad \vert : 2$	$-4y < 4x + 8 \quad \vert : (-4)$
$y \leq x + 3$	$y > -x - 2$

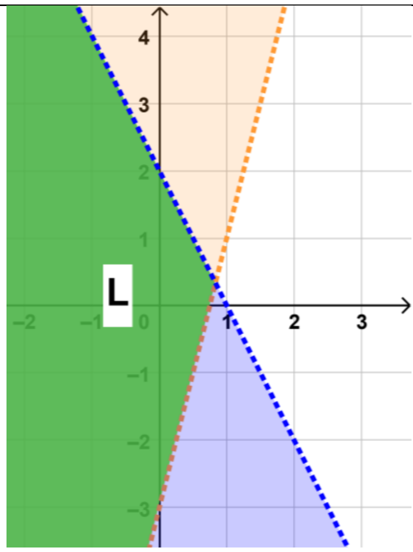


Bsp. 12) Stelle die Schnittmenge der beiden Lösungsmengen der Ungleichungen graphisch dar.

a. $-3x \leq 5 - y \quad \wedge \quad x - 4y > 0$	**b.** $3x - 4y > 8 \quad \wedge \quad x + 2y < 4$

Bsp. 13) Gib das zur Lösungsmenge passende System zweier linearer Ungleichungen an.





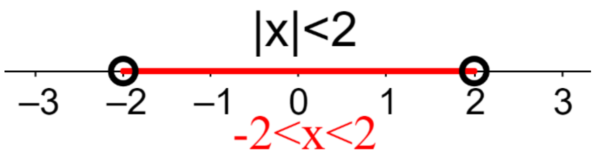
3. Betragsungleichungen

[Video 8/8]

Für $a > 0$ gilt:

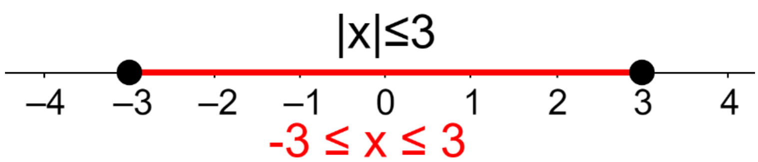
- $|x| < a$: Der Abstand der Zahl x von 0 ist kleiner als a, also: $|x| < a \;\Leftrightarrow\; -a < x < a$

$\boxed{|x| < 2}$



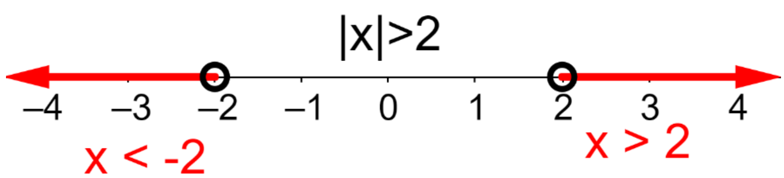
- $|x| \leq a$: Der Abstand der Zahl x von 0 ist höchstens a, also: $|x| \leq a \;\Leftrightarrow\; -a \leq x \leq a$

$\boxed{|x| \leq 3}$



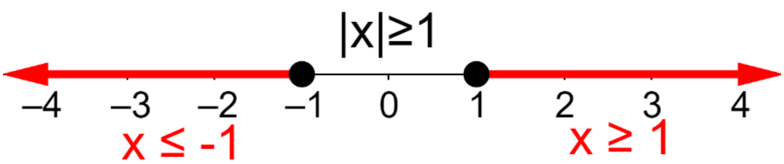
- $|x| > a$: Der Abstand der Zahl x von 0 ist größer als a, also: $|x| > a \;\Leftrightarrow\; x < -a \text{ oder } x > a$

$\boxed{|x| > 2}$



- $|x| \geq a$: Der Abstand der Zahl x von 0 beträgt mindestens a, also: $x \geq a \;\Leftrightarrow\; x \leq -a \text{ oder } x \geq a$

$\boxed{|x| \geq 1}$



Musterbeispiele: Löse die Betragsungleichungen in der Menge $\mathbb{R}$.

Variante 1: $< oder \leq$

Kommt bei der Betragsungleichung ein $< oder \leq$ vor, so brauchst du keine Fallunterscheidung machen, da du die Äquivalenzumformungen direkt auf der linken und rechten Seite anwenden kannst:

$$\mathbf{|4x - 10| < 6}$$

$$-6 < 4x - 10 < 6 \quad | + 10$$
$$4 < 4x < 16 \quad | : 4$$
$$\mathbf{1 < x < 4}$$

$$L = (1; 4)$$

Variante 2: $> oder \geq$

Kommt bei der Betragsungleichung ein $> oder \geq$ vor, musst du eine Fallunterscheidung machen und jeden einzelnen Fall separat lösen:

$$\mathbf{|5x + 20| \geq 10}$$

<u>**Fall 1**</u>: $5x + 20 \leq -10 \quad | - 20$
$5x \leq -30 \quad | : 5$
$x \leq -6$

$$L_1 = (-\infty; -6]$$

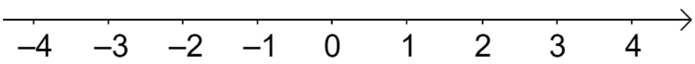
<u>**Fall 2**</u>: $5x + 20 \geq 10 \quad | - 20$
$5x \geq -10 \quad | : 5$
$x \geq -2$

$$L_2 = [-2; +\infty)$$

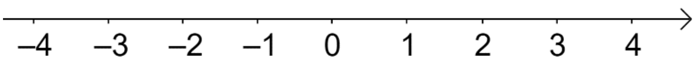
$$L = L_1 \cup L_2 = (-\infty; -6] \cup [-2; +\infty)$$

Bsp. 14) Löse die Betragsungleichung mit $G = \mathbb{R}$. Stelle die Lösungsmenge auf einem Zahlenstrahl dar.

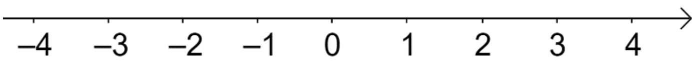
a. $|x| < 3$



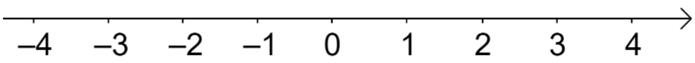
b. $|x| > 2$



c. $|x| \leq 1{,}5$



d. $|x| \geq 0{,}5$



Bsp. 15) Löse die Betragsungleichung mit $G = \mathbb{R}$.

a. $\lvert 2x - 6 \rvert \leq 12$	**b.** $\lvert -9x + 4{,}5 \rvert < 22{,}5$
c. $\lvert 4x + 8 \rvert > 32$	**d.** $\lvert -10x - 30 \rvert \geq 70$