

LÖSUNGEN

(Übungszettel): Lineare Gleichungssysteme 3

Bsp. 1) Welches Lösungsverfahren bietet sich am besten an? Löse das Gleichungssystem und gib die Lösungsmenge an.

Verfahren: ADDITION	Verfahren: EINSETZUNGSMETHODEN	Verfahren: Gleichsetzungsmethoden
$\begin{array}{l} : 10x + 7y = 2 \quad \cdot 3 \\ : 15x + 11y = 1 \quad \cdot (-2) \end{array}$ $\begin{array}{r} 30x + 21y = 6 \\ -30x - 22y = -2 \\ \hline -y = 4 \quad : (-1) \\ y = -4 \end{array}$ <p>in I: $10x - 28 = 2 \quad +28$ $10x = 30 \quad : 10$ $x = 3$</p> <p>Probe in II:</p> $\begin{array}{l} 45 - 44 = 1 \\ 1 = 1 \text{ w.A.} \end{array}$ $\begin{array}{l} x = 3 \\ y = -4 \\ L = \{(3, -4)\} \end{array}$	$\begin{array}{l} : x - 4y = 7 \\ : x = 14 - 3y \end{array}$ $\begin{array}{l} (14 - 3y) - 4y = 7 \\ 14 - 7y = 7 \quad +7y, -7 \\ 7 = 7y \quad : 7 \\ 2y = 7 \quad : 2 \\ y = 1 \end{array}$ <p>in IV: $x = 14 - 3 - 11$</p> <p>Probe in I: $11 - 4 = 7 \quad = 7 \checkmark$</p> $\begin{array}{l} x = 11 \\ y = 1 \\ L = \{(11, 1)\} \end{array}$	$\begin{array}{l} : 12x - 14y = -26 \quad +14y, -26 \\ : 14y = 6 - 8x \end{array}$ $\begin{array}{l} \rightarrow \bar{I}: 14y = 12x + 26 \\ \rightarrow \underline{14y = 14y} \\ 12x + 26 = 6 - 8x \quad +8x, -26 \\ 20x = -20 \quad : 20 \\ x = -1 \end{array}$ <p>in II: $14y = 6 + 8 \quad : 14$ $y = 1$</p> <p>Probe in III: $-12 - 14 = -26 \quad = -26 \checkmark$</p> $\begin{array}{l} x = -1 \\ y = 1 \\ L = \{(-1, 1)\} \end{array}$

Bsp. 2) Lösungsfälle: Welche Bedingungen müssen für die Variablen x und y, sowie für die Lösungszahlen gelten, dass folgende Lösungsfälle eintreten.

(gib zu der gegebenen Gleichung 2 weitere Gleichungen an, die zu dieser Lösungsanzahl führen)

Lösungsfälle	1 Lösung	Keine Lösung	Unendlich viele Lösungen
Bedingungen für x und y	Keine Vielfache	Vielfache	Vielfache
Bedingungen Lösungszahlen	beliebig	Keine Vielfache	Vielfache
Beispiel Gib 2 Gleichungen an, die mit zum gegebenen Lösungsfall führen.	$: 3x - 6y = 9$ $4x + y = 1$ $5x + 5y = 2$	$: 2x + 6y = 7$ $4x + 12y = 1$ $-6x - 18y = 2$	$: 11x - 2y = 3$ $22x - 4y = 6$ $55x - 10y = 15$

Bsp. 3) Vervollständige so, dass der gewünschte Lösungsfall eintritt. Gib an, welche Bedingungen für die gegebenen Variablen gelten müssen.

1 Lösung	Keine Lösung	Unendlich viele Lösungen
$\begin{array}{l} \text{I: } -3x + cy = d \\ \text{II: } 6x + 8y = 9 \end{array} \quad : (-2)$ $c \neq -4, d \text{ beliebig}$	$\begin{array}{l} \text{I: } -4x - 20y = 3 \\ \text{II: } cx + 10y = d \end{array} \quad : (-2)$ $c = 2, d = -1,5$	$\begin{array}{l} \text{I: } -4x + cy = 7 \\ \text{II: } 16x - 8y = d \end{array} \quad : (-4)$ $c = 2, d = -28$
$\begin{array}{l} \text{I: } -3x + cy = d \\ \text{II: } x + 2y = 9 \end{array} \quad : (-3)$ $c \neq -6, d \text{ beliebig}$	$\begin{array}{l} \text{I: } -4x - 5y = 3 \\ \text{II: } cx + 50y = d \end{array} \quad : (-10)$ $c = 40, d = -30$	$\begin{array}{l} \text{I: } -4x + cy = 7 \\ \text{II: } -24x - 6y = d \end{array} \quad : 6$ $c = -1, d = 42$
$\begin{array}{l} \text{I: } cx - 18y = 27 \\ \text{II: } 5x + 2y = d \end{array} \quad : (-9)$ $c \neq -45, d \text{ beliebig}$	$\begin{array}{l} \text{I: } cx - 24y = 72 \\ \text{II: } -2x + 2y = d \end{array} \quad : (-12)$ $c = 24, d \neq -3$	$\begin{array}{l} \text{I: } cx - 4y = 16 \\ \text{II: } 3x + 2y = d \end{array} \quad : (-2)$ $c = -6, d = -8$
$\begin{array}{l} \text{I: } 5x + cy = 7 \\ \text{II: } -10x + 5y = d \end{array} \quad : (-2)$ $c \neq -2,5, d \text{ beliebig}$	$\begin{array}{l} \text{I: } 11 + cy = d \\ \text{II: } x - 2y = 3 \end{array} \quad : 11$ $c = -22, d \neq 33$	$\begin{array}{l} \text{I: } -14x + 7y = 49 \\ \text{II: } -2x + cy = d \end{array} \quad : 7$ $c = 1, d = 7$

Bsp. 4) Löse das Gleichungssystem.

$\begin{array}{l} \text{I: } 2x = 18 - y \\ \text{II: } 13y = 2x + 10 \end{array}$ Einsetzungsverfahren $13y = 18 - y + 10 \quad +y$ $14y = 28 \quad : 14$ $y = 2$ $\text{in I: } 2x = 18 - 2 \quad : 2$ $x = 8$ Probe in II: $13 \cdot 2 = 2 \cdot 8 + 10$ $26 = 26 \quad \checkmark$ $x = 8$ $y = 2$ $L = \{(8 2)\}$	$\begin{array}{l} \text{I: } 3x + 2y = 4 \\ \text{II: } -x + 2y = 12 \quad : (-1) \end{array}$ $\begin{array}{r} 3x + 2y = 4 \\ -x + 2y = 12 \\ \hline 4x = -8 \quad : 4 \\ x = -2 \end{array}$ $\text{in I: } 3 \cdot (-2) + 2y = 4$ $-6 + 2y = 4 \quad +6$ $2y = 10 \quad : 2$ $y = 5$ Probe in II: $-(-2) + 2 \cdot 5 = 12$ $2 + 10 = 12$ $12 = 12 \quad \checkmark$ $x = -2$ $y = 5$ $L = \{(-2 5)\}$	$\begin{array}{l} \text{I: } x + 3y = -3 \quad : 4 \\ \text{II: } -4x + 8y = 12 \end{array}$ $\begin{array}{r} x + 3y = -3 \\ -4x + 8y = 12 \\ \hline 4x + 12y = -12 \\ -4x + 8y = 12 \\ \hline 20y = 0 \quad : 20 \\ y = 0 \end{array}$ $\text{in I: } x + 3 \cdot 0 = -3$ $x = -3$ Probe in II: $-4 \cdot (-3) + 8 \cdot 0 = 12$ $12 = 12 \quad \checkmark$ $x = -3$ $y = 0$ $L = \{(-3 0)\}$
--	--	---