LÖSUNGEN

(Übungszettel): Lineare Gleichungssysteme 1

Bsp. 1) Welches Lösungsverfahren bietet sich am besten an? Löse das Gleichungssystem und gib die Lösungsmenge an.

Verfahren: ADDITION	Verfahren: EINSETZUNGSV.	Verfahren: GLEICHSETZUNGSV.
I: $2x + 3y = 7$ $\mid \cdot 3$ II: $-3x + 5y = -1$ $\mid \cdot 2$ $6x + 9y = 21$ $-6x + 10y = -2$ $19y = 19 \mid :19$ $\underline{\underline{y = 1}}$ in I: $2x + 3\cdot 1 = 7 \mid -3$ $2x = 4 \mid :2$ $\underline{\underline{x = 2}}$ Probe in II: $-3\cdot 2 + 5\cdot 1 = -1$ $-1 = -1$ ✓ $x = 2$ $y = 1$ $L = \{(2\mid 1)\}$	I: $-6x + 2y = 2$ II: $y = -3x - 1$ $-6x + 2\cdot(-3x-1) = 2$ $-6x - 6x - 2 = 2 \mid +2$ $-12x = 4 \mid :(-12)$ $\underline{\underline{x = -\frac{1}{3}}}$ in II: $y = -3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) - 1$ $y = 1 - 1 = \underline{\underline{0}}$ Probe in I: $-6\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) + 2\cdot 0 = 2$ $2 + 0 = 2$ $2 = 2$ ✓ $x = -\frac{1}{3}$ $y = 0$ $L = \{(-\frac{1}{3}\mid 0)\}$	I: $7x - y = -12$ $\mid +y$ II: $7x = 8 - 3y$ I $7x = -12 + y$ $\Rightarrow 7x = 7x$ $-12 + y = 8 - 3y \mid +3y, +12$ $4y = 20 \mid :4$ $\underline{\underline{y = 5}}$ in II: $7x = 8 - 3\cdot 5$ $7x = -7 \mid :7$ $\underline{\underline{x = -1}}$ Probe in I: $7\cdot(-1) - 5 = -12$ $-7 - 5 = -12$ $-12 = -12$ ✓ $x = -1$ $y = 5$ $L = \{(-1\mid 5)\}$

Bsp. 2) Lösungsfälle: Welche Bedingungen müssen für die Variablen x und y, sowie für die Lösungszahlen gelten, dass folgende Lösungsfälle eintreten.
(gib zu der gegebenen Gleichung 2 weitere Gleichungen an, die zu dieser Lösungsanzahl führen)

Lösungsfälle	1 Lösung	Keine Lösung	Unendlich viele Lösungen
Bedingungen für x und y	keine Vielfache	Vielfache	Vielfache
Bedingungen Lösungszahlen	beliebig	keine Vielfache	Vielfache
Beispiel Gib 2 Gleichungen an, die mit I zum gegebenen Lösungsfall führen.	I: $4x - 5y = 7$ II_1: $3x + 5y = 1$ II_2: $x - 10y = 100$	I: $4x - 5y = 7$ II_1: $8x - 10y = 1$ II_2: $-40x + 50y = 7$	I: $4x - 5y = 7$ II_1: $8x - 10y = 14$ II_2: $-40x + 50y = -70$

Bsp. 3) Vervollständige so, dass der gewünschte Lösungsfall eintritt. Gib an, welche Bedingungen für die gegebenen Variablen gelten müssen.

1 Lösung	**Keine Lösung**	**Unendlich viele Lösungen**
$\cdot 1{,}5$ I: $2x + 3y = 7$ II: $3x + cy = 9$ $c \neq 4{,}5$	$\cdot 2$ I: $2x + 3y = 7$ II: $4x + 6y = d$ $:2$ $d \neq 14$	$\cdot 2$ I: $2x + 3y = 7$ II: $4x + 6y = d$ $d = 14$
$\cdot(-1)$ I: $-3x + cy = d$ II: $3x + 2y = 9$ $:(-1)$ $c \neq -2$, d beliebig	$\cdot(-2)$ I: $-4x - 5y = 3$ II: $cx + 10y = d$ $:(-2)$ $c = 8$, $d \neq -6$	$\cdot(-2)$ I: $-4x + cy = 7$ II: $8x - 6y = d$ $:(-2)$ $c = 3$, $d = -14$
$:(-4)$ I: $cx - 8y = 4$ II: $3x + 2y = d$ $\cdot(-4)$ $c \neq -12$, d beliebig	$:(-4)$ I: $cx - 8y = 16$ II: $3x + 2y = d$ $\cdot(-4)$ $c = -12$, $d \neq -4$	$:(-4)$ I: $cx - 8y = 16$ II: $3x + 2y = d$ (-4) $c = -12$, $d = -4$
$\cdot(-5)$ I: $2x + cy = 7$ II: $-10x + 5y = d$ $:(-5)$ $c \neq -1$, d beliebig	$\cdot 13$ I: $13x + cy = d$ II: $x + 2y = 3$ $:13$ $c = 26$, $d \neq 39$	$\cdot(-7)$ I: $-14x + 7y = 49$ II: $2x + cy = d$ $:(-7)$ $c = -1$, $d = -7$

Bsp. 4) Löse das Gleichungssystem.

I: $2x - 8y = 5$ II: $8x = 10 + 12y$ $\mid -12y$ $2x - 8y = 5 \quad \mid \cdot(-4)$ $8x - 12y = 10$ $-8x + 32y = -20$ $8x - 12y = 10$ $20y = -10 \quad \mid :20$ $y = -0{,}5$ in I: $2x - 8\cdot(-0{,}5) = 5$ $2x + 4 = 5 \quad \mid -4$ $2x = 1 \quad \mid :2$ $x = 0{,}5$ Probe in II: $8\cdot 0{,}5 = 10 + 12\cdot(-0{,}5)$ $4 = 10 - 6$ $4 = 4$ ✓ $x = 0{,}5$ $y = -0{,}5$ $L = \{(0{,}5 \mid -0{,}5)\}$	I: $5x - 3y = 4$ $\mid \cdot 4$ II: $4x + 4y = 16$ $\mid \cdot 3$ $20x - 12y = 16$ $12x + 12y = 48$ $32x = 64 \quad \mid :32$ $x = 2$ in I: $5\cdot 2 - 3y = 4$ $10 - 3y = 4 \quad \mid +3y, -4$ $6 = 3y \quad \mid :3$ $y = 2$ Probe in II: $4\cdot 2 + 4\cdot 2 = 16$ $8 + 8 = 16$ $16 = 16$ ✓ $x = 2$ $y = 2$ $L = \{(2 \mid 2)\}$	I: $78x = -90 + 6y$ II: $78x - 4y = -86$ $-90 + 6y - 4y = -86 \quad \mid +90$ $2y = 4 \quad \mid :2$ $y = 2$ in I: $78x = -90 + 6\cdot 2$ $78x = -78 \quad \mid :78$ $x = -1$ Probe in II: $78\cdot(-1) - 4\cdot 2 = -86$ $-86 = -86$ ✓ $x = -1$ $y = 2$ $L = \{(-1 \mid 2)\}$