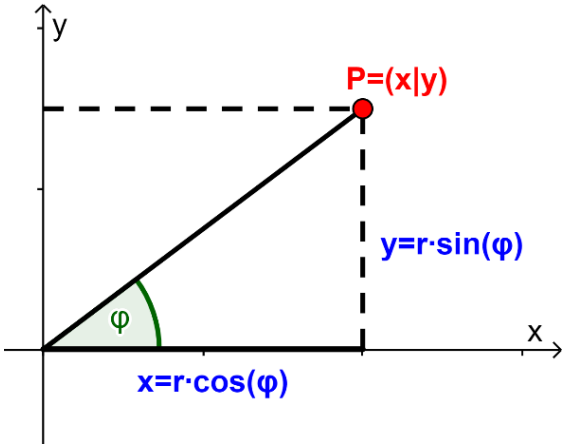
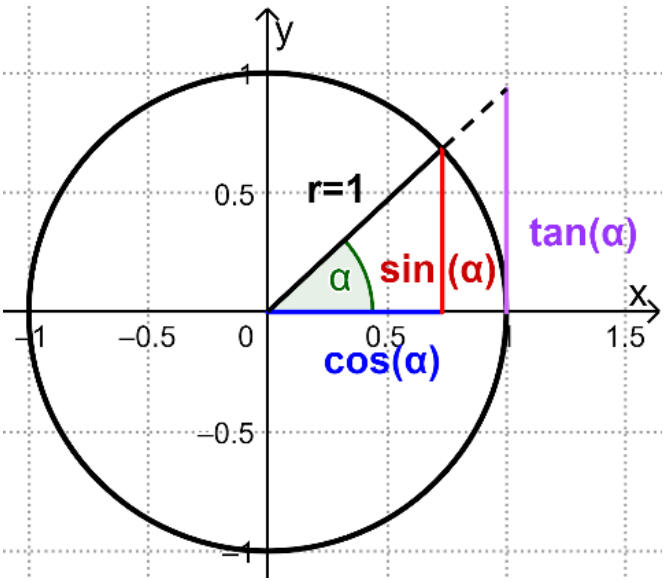
Trigonometrie im allgemeinen Dreieck

SKRIPT (12 Seiten)

Theoretische Erklärungen und Beispielaufgaben zu **folgenden Themenbereichen**:

- **Winkelfunktionen für beliebige Winkel**
- **Winkelmaße graphisch und rechnerisch ermitteln**
- **Trigonometrische Grundbeziehungen**
- **Sinussatz & Cosinussatz**
- **Trigonometrische Flächenformel**
- **Vermessungsaufgaben**
- **Polarkoordinaten**





Zusätzlich:

Erklärvideos (gratis!) zur visuellen Veranschaulichung.

-> **QR-Codes** im SKRIPT!

Prof. Tegischer

Allgemeine Informationen zum Skript

Anwendung des Materials:

Im Skript werden die zu erlernenden Inhalte stets durch einen **Theorieblock** eingeführt. Im Anschluss sollen **Beispielaufgaben** gelöst werden, um das Erlernte zu festigen.

Zur visuellen Veranschaulichung und für weitere Informationen werden selbst erstellte **YouTube-Videos** angeboten. Im Skript sind die Videos mit einem QR-Code versehen, der direkt zum Video führt. In der PDF-Datei kommt man per Klick auf den Link auch zur Erklärung.

YouTube-Playlist
(PDF-Datei: KLICKEN!)

Die **Musterlösungen** findest du (sofern bereits verfügbar) kostenlos auf meiner Homepage unter folgendem Link: https://prof-tegischer.com/12-trigonometrie-im-allgemeinen-dreieck/

Einsatz des Materials

- Einsatz für **Lehrpersonen** als Aufwertung für den eigenen Unterricht („**Flipped Classroom**“, **Erarbeitung** oder **Festigung** des **Stoffes** anhand des Skriptes, **Einsatz** der **Lernvideos**, etc.)
- Möglichkeiten für **SchülerInnen**: Selbstständiges Erarbeiten bzw. Festigen eines Stoffgebietes mit dem **Skript** (inkl. Videos & Musterlösungen).
- & noch viele weitere Möglichkeiten – wenn du eine besondere Idee hast, lass es mich wissen!! 😊

Quellennachweis:

- Alle **Theorieteile** wurden von mir geschrieben. Alle **Aufgaben** wurden von mir erstellt.
- Alle **Graphiken** wurden von mir mit den Programmen „**MatheGrafix PRO**“ und „**GeoGebra**“ erstellt.
- Die **QR-Codes** in den Skripten wurden mit „**QR-Code-Generator**“ erstellt.

Lizenzbedingungen:

Vielen Lieben Dank, dass du dich für mein Material entschieden hast. Ich würde mich freuen, wenn es dir bei der Unterrichtsgestaltung oder beim selbstständigen Erarbeiten helfen kann.

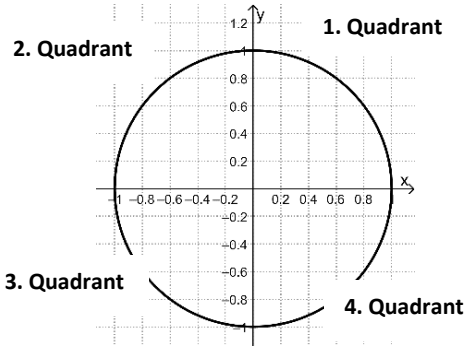
Du darfst das Material für **deinen eigenen Unterricht** verwenden.

Du darfst es NICHT gewerblich nutzen, über das Internet verbreiten oder an Dritte weitergeben. Grafiken dürfen NICHT herauskopiert werden.

Hast du Fragen, Wünsche oder Anregungen zu meinen Unterrichtsmaterialien, kannst du mich gerne auf **Instagram** (**prof. tegischer**) oder per **Mail** kontaktieren (lukastegischer5@gmx.at). Auf meiner Homepage prof-tegischer.com findest du weitere Informationen zu meinen Materialien. Ich würde mich über ein **Feedback** dazu freuen.

Trigonometrie im allgemeinen Dreieck

1. Winkelfunktionen für beliebige Dreiecke



1.1 Der Einheitskreis

Video 1/13

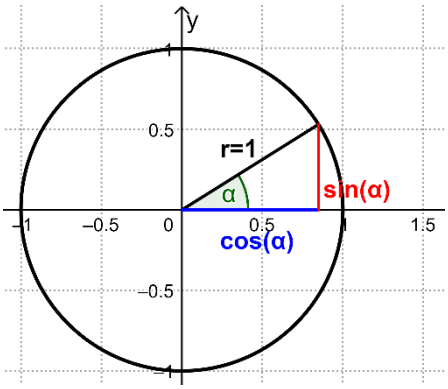
- Ein **Kreis** mit dem **Radius 1** wird **Einheitskreis** genannt.
- Als **Mittelpunkt** wird der **Ursprung** verwendet.
- **Punkte** der **Kreislinie** liegen entweder auf den **Koordinatenachsen** oder in einem der **vier Quadranten**.

1.2 Cosinus und Sinus am Einheitskreis

Video 2/13

Bis jetzt sind die Winkelfunktionen nur für **spitze Winkel**, d.h. Winkel zwischen 0° und 90°, im **rechtwinkligen Dreieck** betrachtet worden. Im Folgenden werden die Winkelfunktionen auch für Winkel **größer als 90°** beschrieben: dazu wird der **Einheitskreis** verwendet.

Zu jedem Punkt P auf der Kreislinie lässt sich im Einheitskreis ein rechtwinkliges Dreieck mit dem **Kreisradius** $\boldsymbol{r = 1}$ als **Hypotenuse** und den **Koordinatenstrecken x und y** als **Katheten** angeben.



Die **Hypotenuse** schließt mit der **x-Achse** den **Winkel** $\boldsymbol{\alpha}$ ein. Nach der Definition von Sinus und Cosinus im rechtwinkligen Dreieck ergeben sich für die Koordinaten des Punktes $P = (x|y)$ folgende Beziehungen:

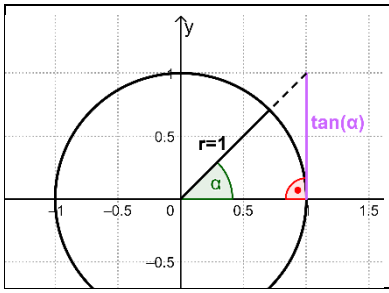
$$x = \cos(\alpha) = \frac{Ankathete}{Hypotenuse} = \frac{Ankathete}{1} \quad \dots \ waagrechte\ Strecke\ (= \boldsymbol{COSINUS})$$

$$y = \sin(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse} = \frac{Gegenkathete}{1} \quad \dots \ senkrechte\ Strecke\ (= \boldsymbol{SINUS})$$

Für einen Punkt P gilt: $P = (x|y) = (\cos(\alpha)|\ \sin(\alpha))$

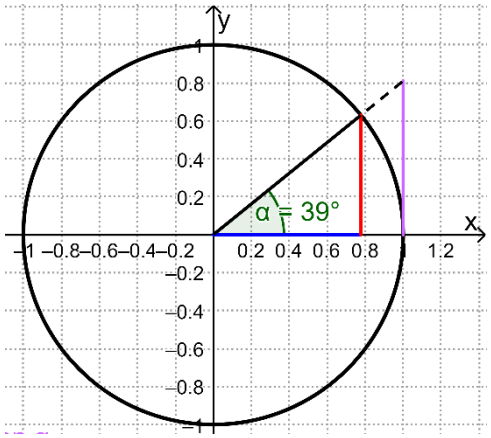
1.3 Tangens am Einheitskreis

Video 3/13



Im Punkt $(1|0)$ des Einheitskreises wird eine zur zweiten Achse **parallele Tangente** gelegt und der **Kreisradius** über P hinaus **verlängert**. Die Länge der Strecke von $(1|0)$ bis zum Schnittpunkt der verlängerten Hypotenuse mit der Tangente ist der **Tangenswert** des Winkels α:

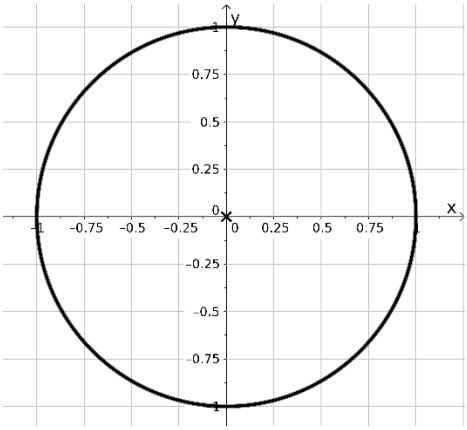
$$\boldsymbol{\tan(\alpha)} = \frac{Gegenkathete}{Ankathete} = \frac{Gegenkathete}{1} = Gegenkathete$$



Bsp. 1) Gegeben ist der Einheitskreis. Welche Streckenlängen entsprechen dem Cosinus-, Sinus- und Tangenswert des Winkels? Markiere die Strecken mit unterschiedlichen Farben und bestimme die Werte.

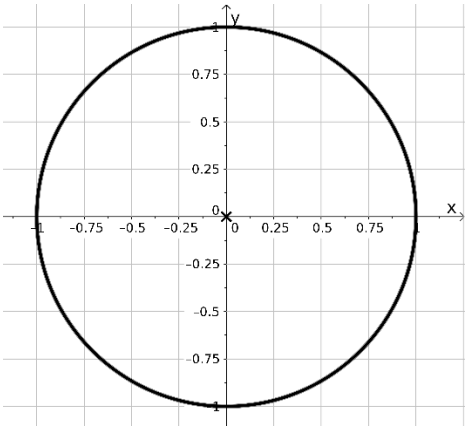
Bsp. 2) Zeichne in den **Einheitskreis** den gegebenen Winkel. **Miss** die **Werte** der drei **Winkelfunktionen** ab. Überprüfe mit Technologie.

$\alpha = 45\,°$



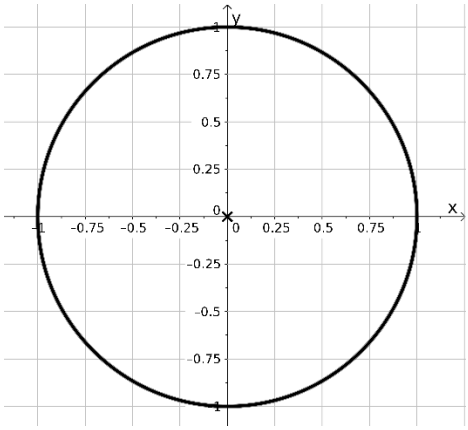
	gemessen	TR
$\sin(45°)$		
$\cos(45°)$		
$\tan(45°)$		

$\alpha = 60\,°$



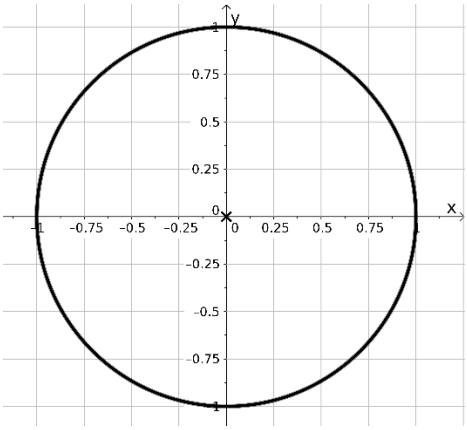
	gemessen	TR
$\sin(60°)$		
$\cos(60°)$		
$\tan(60°)$		

$\alpha = 33\,°$



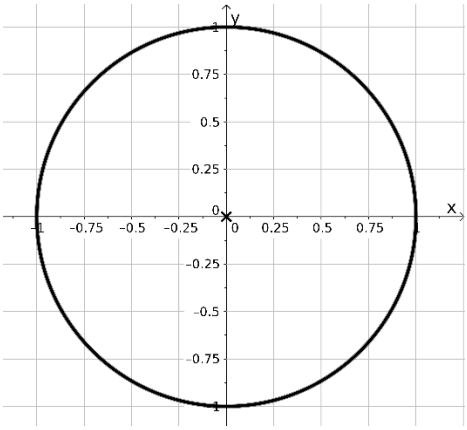
	gemessen	TR
$\sin(33°)$		
$\cos(33°)$		
$\tan(33°)$		

$\alpha = 11\,°$



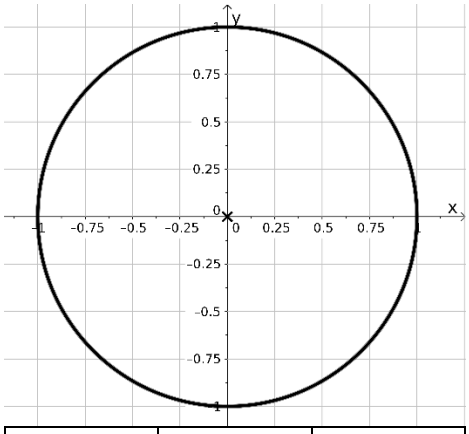
	gemessen	TR
$\sin(11°)$		
$\cos(11°)$		
$\tan(11°)$		

$\alpha = 65\,°$



	gemessen	TR
$\sin(65°)$		
$\cos(65°)$		
$\tan(65)$		

$\alpha = 27\,°$



	gemessen	TR
$\sin(27°)$		
$\cos(27°)$		
$\tan(27°)$		

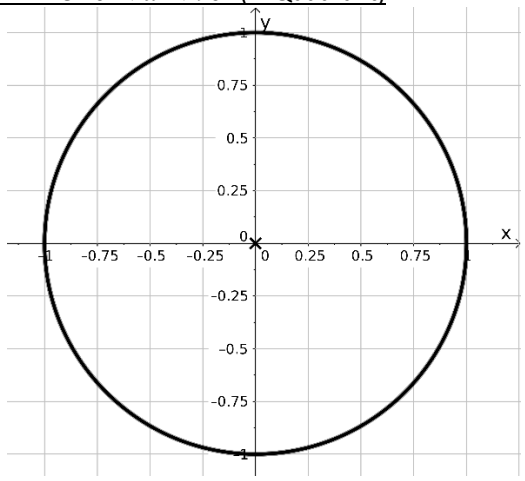
1.4 Winkelfunktionen für Winkel über $90°$

Video 4/13

Im rechtwinkligen Dreieck waren nur Sinus-, Cosinus- und Tangenswerte von Winkeln zwischen 0° und 90° möglich. Wandert der Punkt P auf der Kreislinie des Einheitskreises entlang, schließt die positiv waagrechte Achse mit dem Radius r aber auch Winkel über 90° ein.

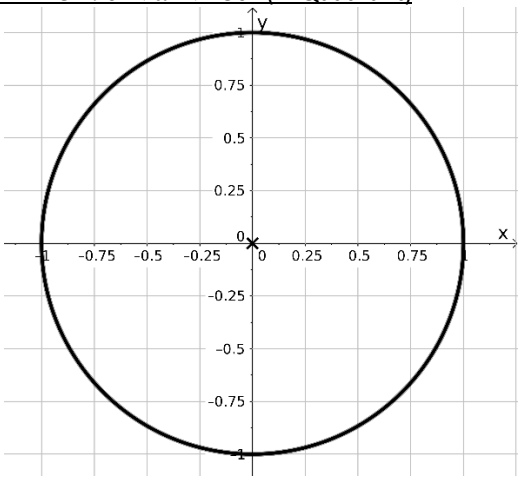
Die Werte für Cosinus und Sinus können wieder als Koordinaten von P abgelesen werden. Für den Tangenswert wird der Kreisradius über den Nullpunkt hinaus verlängert, bis die Verlängerung die Tangente $x = 1$ schneidet.

1) Winkel: $0 < \alpha < 90°$ (1. Quadrant)



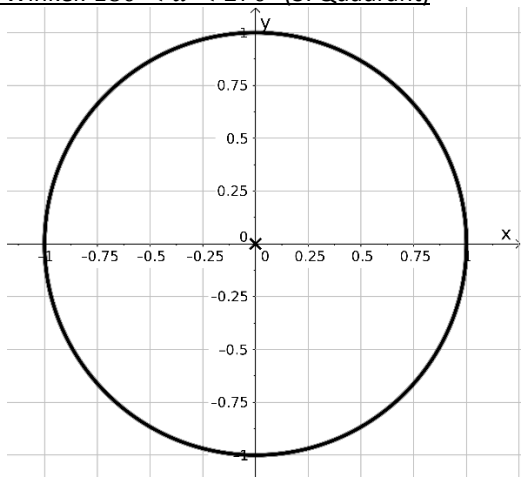
- $sin\ \alpha$:
- $cos\ \alpha$:
- $tan\ \alpha$:

2) Winkel: $90 < \alpha < 180°$ (2. Quadrant)



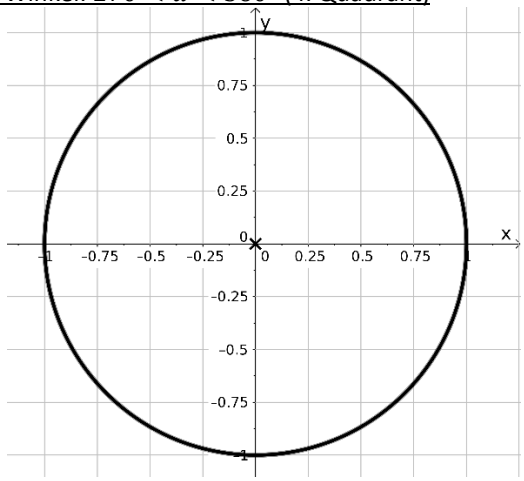
- $sin\ \alpha$:
- $\cos \alpha$:
- $tan\ \alpha$:

3) Winkel: $180 < \alpha < 270°$ (3. Quadrant)



- $sin\ \alpha$:
- $\cos \alpha$:
- $tan\ \alpha$:

4) Winkel: $270 < \alpha < 360°$ (4. Quadrant)



- $sin\ \alpha$:
- $\cos \alpha$:
- $tan\ \alpha$:

Besondere Sinus-, Cosinus- und Tangenswerte

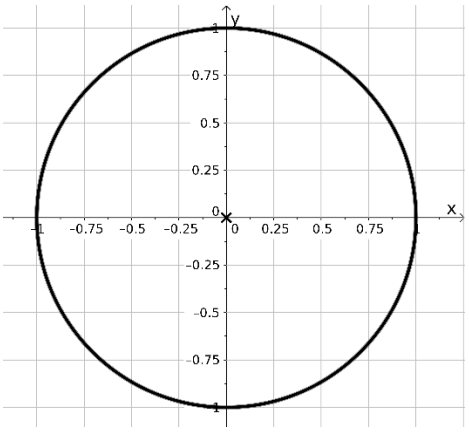
α	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$					
$\cos \alpha$					
$\tan \alpha$					

Welchen Wertebereich nehmen Sinus, Cosinus und Tangens in den Quadranten an?

	1. Quadrant $0 < \alpha < 90°$	**2. Quadrant** $90 < \alpha < 180°$	**3. Quadrant** $180 < \alpha < 270°$	**4. Quadrant** $270 < \alpha < 360°$
$\sin \alpha$				
$\cos \alpha$				
$\tan \alpha$				

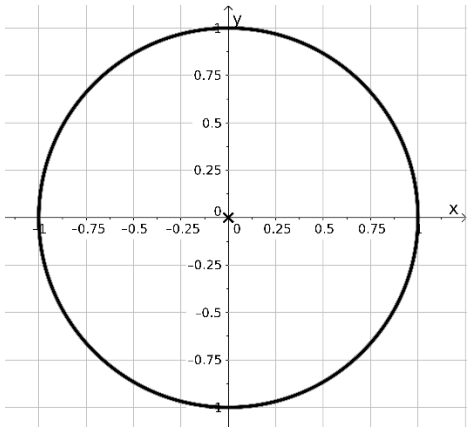
Bsp. 3) Zeichne in den **Einheitskreis** den gegebenen Winkel. Miss die **Werte** der **drei Winkelfunktionen** ab. Überprüfe mit Technologie.

$\alpha = 140\,°$



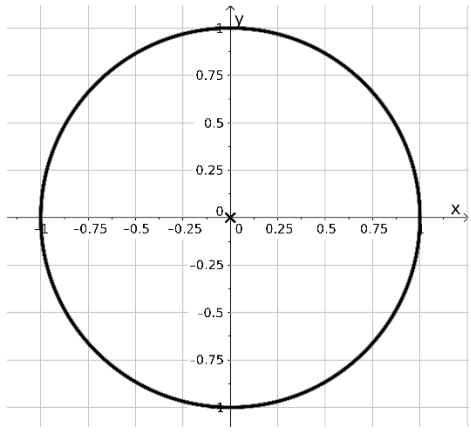
	gemessen	TR
$\sin(140°)$		
$\cos(140°)$		
$\tan(140°)$		

$\alpha = 235\,°$



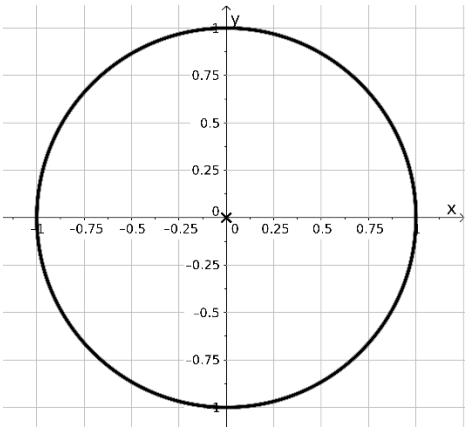
	gemessen	TR
$\sin(235\,°)$		
$\cos(235\,°)$		
$\tan(235\,°)$		

$\alpha = 324\,°$



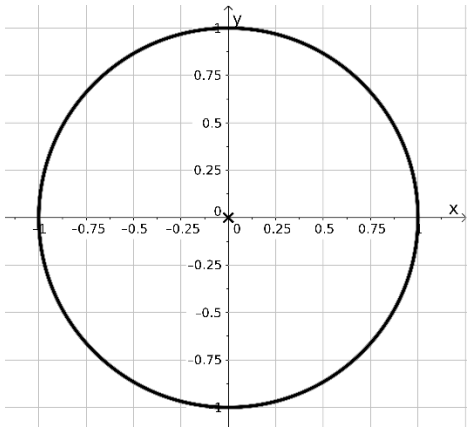
	gemessen	TR
$\sin(324°)$		
$\cos(324°)$		
$\tan(324°)$		

$\alpha = 38\,°$



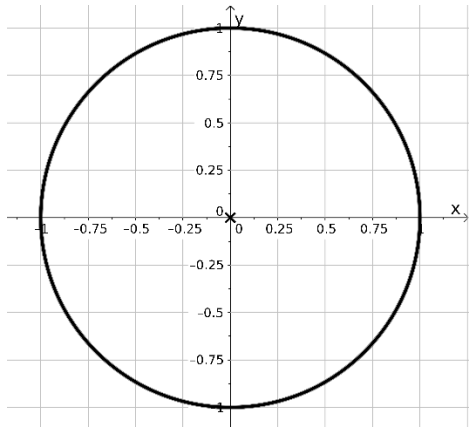
	gemessen	TR
$\sin(38°)$		
$\cos(38°)$		
$\tan(38°)$		

$\alpha = 353\,°$

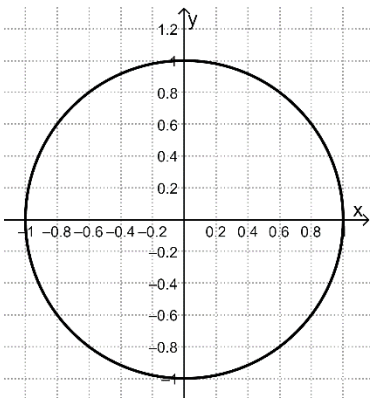


	gemessen	TR
$\sin(353°)$		
$\cos(353°)$		
$\tan(353°)$		

$\alpha = 111\,°$



	gemessen	TR
$\sin(111°)$		
$\cos(111°)$		
$\tan(111°)$		

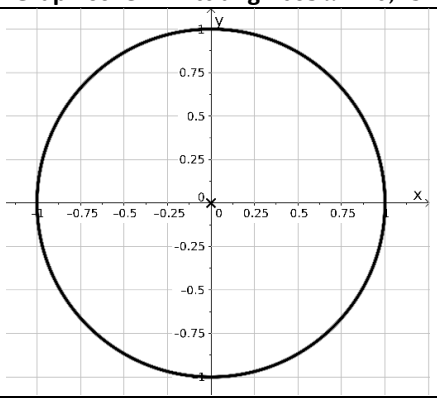
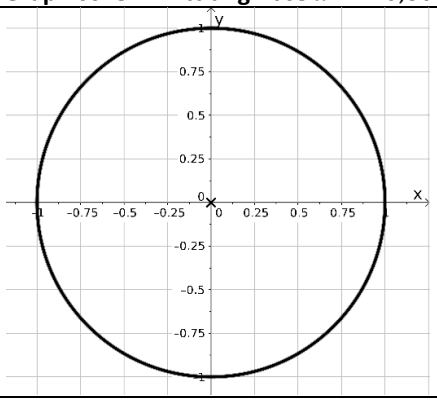


Bsp. 4) Begründe anhand einer Skizze, warum es für $\alpha = 90°$ und $\alpha = 270°$ keinen Tangenswert gibt.

1.5 Winkelmaße graphisch und rechnerisch ermitteln

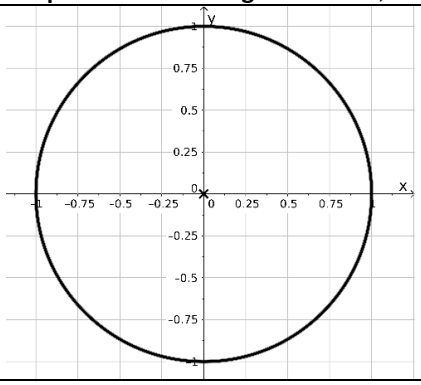
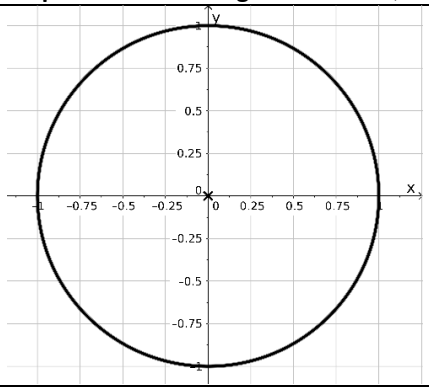
Video 5/13

Bsp. (COSINUS): Gegeben ist (1) $\cos\alpha = 0{,}25$ und (2) $\cos\alpha = -0{,}60$. Welche Winkel haben den angegebenen Cosinuswert? Ermittle graphisch und rechnerisch.

Graphische Ermittlung - $\cos\alpha = 0{,}25$	**Rechnerische Ermittlung** - $\cos\alpha = 0{,}25$
	
Graphische Ermittlung - $\cos\alpha = -0{,}60$	**Rechnerische Ermittlung** - $\cos\alpha = -0{,}60$
	

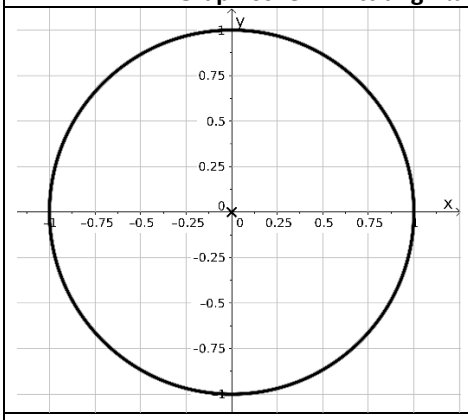
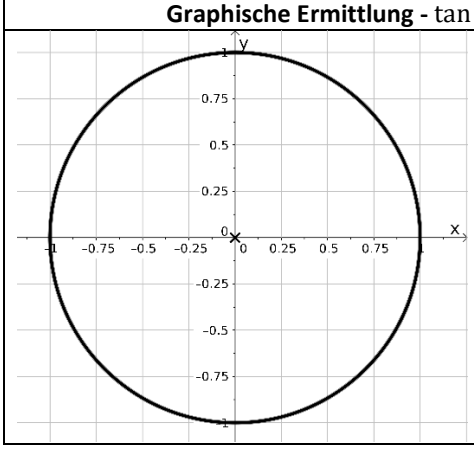
Video 6/13

Bsp. (SINUS): Gegeben ist (1) $\sin\alpha = 0{,}25$ und (2) $\sin\alpha = -0{,}75$. Welche Winkel haben den angegebenen Sinuswert? Ermittle graphisch und rechnerisch.

Graphische Ermittlung - $\sin\alpha = 0{,}25$	**Rechnerische Ermittlung** - $\sin\alpha = 0{,}25$
	
Graphische Ermittlung - $\sin\alpha = -0{,}75$	**Rechnerische Ermittlung** - $\sin\alpha = -0{,}75$
	

Bsp. (TANGENS): Gegeben ist (1) $\tan\alpha = 0{,}75$ und (2) $\tan\alpha = -0{,}25$. Welche Winkel haben den angegebenen Tangenswert? Ermittle graphisch und rechnerisch.

Video 7/13

Graphische Ermittlung - $\tan\alpha = 0{,}75$	**Rechnerische Ermittlung** - $\tan\alpha = 0{,}75$
	
Graphische Ermittlung - $\tan\alpha = -0{,}25$	**Rechnerische Ermittlung** - $\tan\alpha = -0{,}25$
	

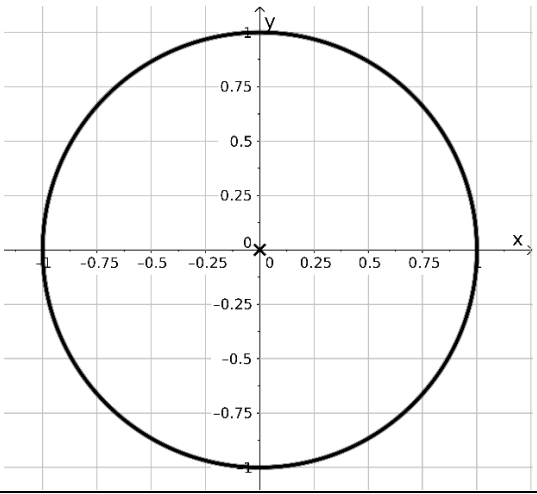
1.6 Rechnerische Ermittlung der Winkelfunktionen

Cosinus

1) **Positive Cosinuswerte** $(0 < \cos\alpha < 1)$

$$\alpha_1 = \cos^{-1}(\dots)$$
$$\alpha_2 = 360° - \alpha_1$$

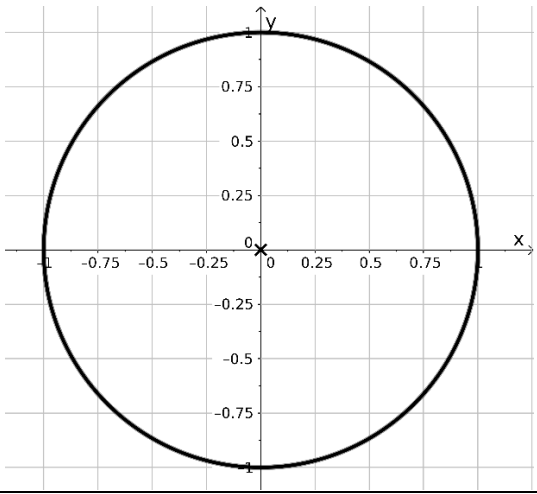
Beispiel:
$\cos\alpha = 0{,}4$
$\alpha_1 = \cos^{-1}(0{,}4) = 66°$
Symmetrie: $\alpha_2 = 360° - 66° = 294°$



2) **Negative Cosinuswerte** $(-1 < \cos\alpha < 0)$

$$\alpha_1 = \cos^{-1}(\dots)$$
$$\alpha_2 = 360° - \alpha_1$$

Beispiel:
$\cos\alpha = -0{,}60$
$\alpha_1 = \cos^{-1}(-0{,}6) = 126.87°$
Symmetrie: $\alpha_2 = 360° - 126{,}87° = 233{,}13°$



Sinus

1) **Positive Sinuswerte** ($0 < \sin\alpha < 1$)

$$\alpha_1 = sin^{-1}(\dots)$$

$$\alpha_2 = 180° - \alpha_1$$

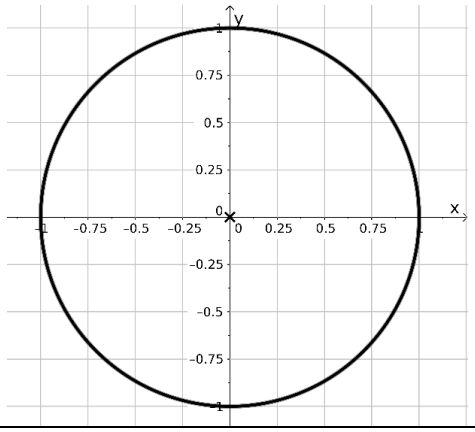
Beispiel:

$\sin\alpha = 0{,}35$

$\alpha_1 = \sin^{-1}(0{,}35) = 20{,}49°$

Symmetrie:

$\alpha_2 = 180° - 20{,}49° = 159{,}51°$



2) **Negative Sinuswerte** ($-1 < \sin\alpha < 0$)

$$\alpha' = \sin^{-1}(\boldsymbol{positiver\ Wert})$$

$$\alpha_1 = 180° + \alpha'$$

$$\alpha_2 = 360° - \alpha'$$

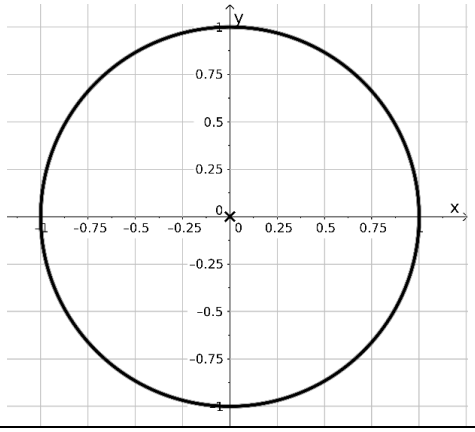
Beispiel:

$\sin\alpha = -0{,}1$

$\alpha' = \sin^{-1}(\mathbf{0,1}) = 5{,}74°$

$\alpha_1 = 180° + 5{,}74° = 185{,}74°$

$\alpha_2 = 360° - 5{,}74° = 354{,}26°$



Tangens

1) **Positive Tangenswerte** ($\tan\alpha > 0$)

$$\alpha_1 = tan^{-1}(\dots)$$

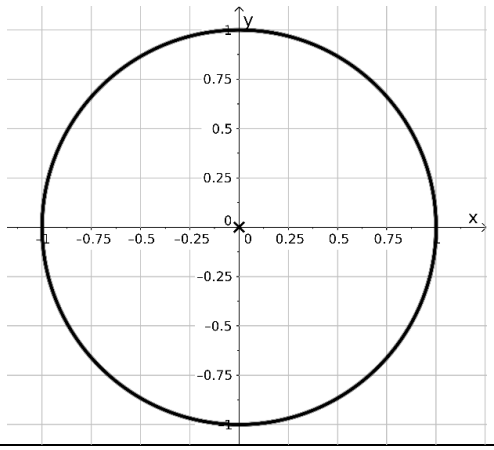
$$\alpha_2 = 180° + \alpha_1$$

Beispiel:

$\tan\alpha = 0{,}5$

$\alpha_1 = \tan^{-1}(0{,}5) = 26{,}56°$

$\alpha_2 = 180° + 26{,}56° = 206{,}56°$



2) **Negative Tangenswerte** ($\tan\alpha < 0$)

$$\alpha' = \tan^{-1}(\boldsymbol{positiver\ Wert})$$

$$\alpha_1 = 180° - \alpha'$$

$$\alpha_2 = 360° - \alpha'$$

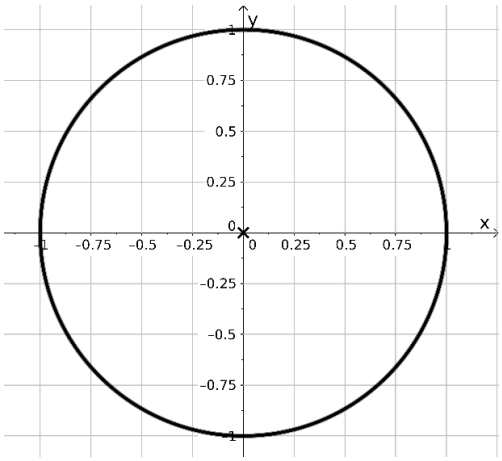
Beispiel:

$\tan\alpha = -1$

$\alpha' = \tan^{-1}(1) = 45°$

$\alpha_1 = 180° - 45° = 135°$

$\alpha_2 = 360° - 45° = 315°$



Besondere Werte

Cosinus	Sinus	Tangens
▪ $\cos^{-1}(1) = 0°$ ▪ $\cos^{-1}(0) = 90°\ bzw.\ 270°$ ▪ $\cos^{-1}(-1) = 180°$	▪ $\sin^{-1}(1) = 90°$ ▪ $\sin^{-1}(0) = 0°\ bzw.\ 180°$ ▪ $\sin^{-1}(-1) = 270°$	▪ $\tan^{-1}(1) = 45°\ oder\ 225°$ ▪ $\tan^{-1}(0) = 0°\ oder\ 360°$ ▪ $\tan^{-1}(-1) = 135°\ oder\ 315°$

1.7 Trigonometrische Grundbeziehungen

Video 8/13

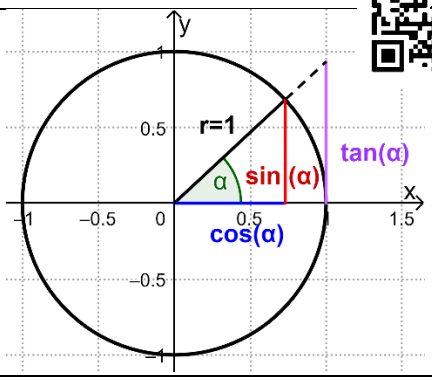
Durch die **Ähnlichkeit** der Dreiecke ergibt sich folgende Verhältnisgleichung:

$$\tan(\alpha):1=\sin(\alpha):\cos(\alpha)$$

$$\tan(\alpha)=\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Die Koordinatenlängen eines Punktes P auf dem Einheitskreis bilden mit dem Radius $r=1$ als Hypotenuse ein rechtwinkliges Dreieck. In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt der **Satz von Pythagoras**:

$$\sin^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$$



Bsp. 5) Rechne für den Winkel $\alpha=60°$ die Zusammenhänge $\sin^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$ und $\tan(\alpha)=\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ nach.

Bsp. 6) Begründe mit dem Zusammenhang $\tan(\alpha)=\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$, dass $\tan(90°)$ und $\tan(270°)$ nicht existieren.

Bsp. 7) Berechne $\sin(\alpha)\,,\cos(\alpha)\ bzw.\tan(\alpha)\ für\ 0°\leq\ \alpha<360°$, ohne das Maß für α vorher zu bestimmen.
Verwende den Zusammenhang $\tan(\alpha)=\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$.

$\sin(\alpha)=0{,}28\,;\cos(\alpha)=0{,}96$	$\tan(\alpha)=0{,}75;\cos(\alpha)=0{,}8$

Bsp. 8) Berechne $\sin(\alpha)\ bzw.\cos(\alpha)\ \ für\ 0°\leq\ \alpha<360°$, ohne das Maß für α vorher zu bestimmen.
Verwende den Zusammenhang $\sin^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$.

$cos\ (\alpha)=0{,}2\quad 0°<\alpha<90°$	$cos\ (\alpha)=-0{,}35\quad 180°<\alpha<270°$	$cos\ (\alpha)=0{,}15\quad 270°<\alpha<360°$
$sin\ (\alpha)=-0{,}154\quad 180°<\alpha<270°$	$sin\ (\alpha)=0{,}04\quad 90°<\alpha<180°$	$sin\ (\alpha)=0{,}123\quad 0°<\alpha<90°$

2. Der Sinussatz

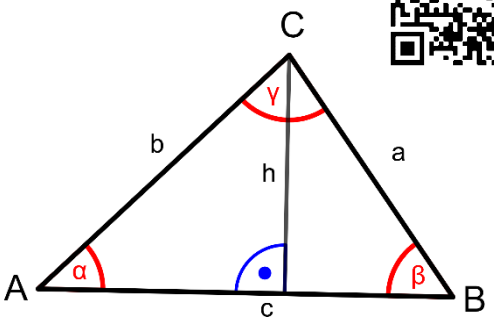
Video 9/13

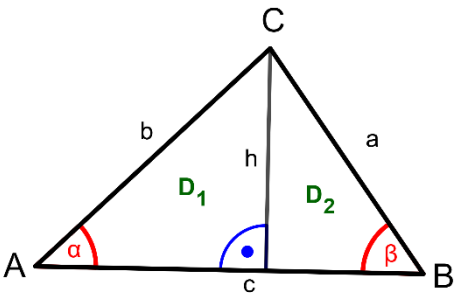
In jedem Dreieck sind die **Verhältnisse** der **Seitenlängen** und der **Sinuswerte** der den **Seiten gegenüberliegenden Winkel** stets gleich

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

Daher gilt auch:

$$\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$$





Beweis: Zeige, dass $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)}$ gilt.

Auflösen von Dreiecken mit dem Sinussatz

Bsp. 9) Berechne unter Verwendung des Sinussatzes die fehlenden Seiten des Dreiecks.

$c = 8cm, \alpha = 80°, \beta = 42°$	$a = 4{,}5\ cm\ , \beta = 46°\ , \gamma = 101°$

3. Der Cosinussatz

(1) $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$

(2) $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$

(3) $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$

Video 10/13

Bsp. 10) Berechne die fehlende Seite des Dreiecks mit dem Cosinussatz.

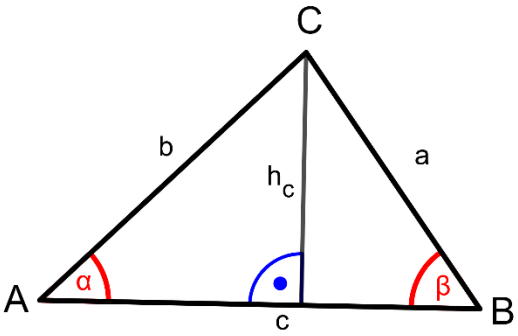
$a = 5{,}2\ cm\ ; b = 7{,}4\ cm\ ;\ \gamma = 83°$	$b = 5{,}4\ cm\ ; c = 7{,}6\ cm\ ;\ \alpha = 101°$

Bsp. 11) Berechne die **Maße** der **Winkel** des **Dreiecks**.

$a = 5{,}4\ cm\ ; b = 8{,}1\ cm\ ; c = 8{,}6\ cm$	$a = 5\ cm\ ; b = 6\ cm\ ; c = 9\ cm$

4. Trigonometrische Flächenformel

Video 11/13



Für den Flächeninhalt eines Dreiecks mit den Seiten a, b, c und den Höhen h_a, h_b, h_c gilt:

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

Durch jede Höhe wird das Dreieck in zwei rechtwinklige Dreiecke unterteilt. h_c kann dadurch folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\sin(\alpha) = \frac{h_c}{b} \quad \rightarrow \quad h_c = b \cdot \sin(\alpha)$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\alpha)$$

Trigonometrische Flächenformel

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin(\beta) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\gamma)$$

Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist gleich der **Hälfte** des **Produkts** von **zwei Seitenlängen** und dem **Sinuswert** des von den **Seiten eingeschlossenen Winkels**.

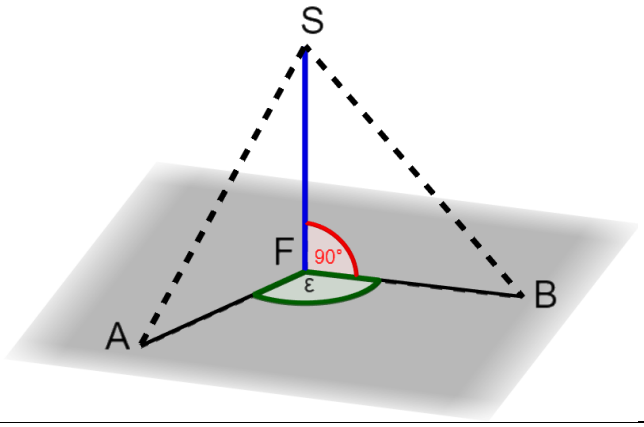
Bsp. 12) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.

$a = 8\ cm; b = 7\ cm;\ \gamma = 53°$	$b = 32{,}3\ cm; c = 15{,}8\ cm\ ;\ \alpha = 111°$

5. Anwendungen: Vermessungsaufgaben

Video 12/13

In der Praxis kommt neben dem Sehwinkel, dem Höhenwinkel und dem Tiefenwinkel noch der Horizontalwinkel vor.



Horizontalwinkel, Horizontalebene, Vertikalebene

Die Punkte **A,B und F** sind in derselben **Horizontalebene** (waagrechte Ebene)

Die Punkte **A, F und S** bzw. **B, F und S** sind in derselben **Vertikalebene** (senkrechte Ebene)

Die Ebenen durch die Punkte A, F, S und B, F, S schließen den Horizontalwinkel ε ein.

Bsp. 13) Um die Höhe eines Strommasts zu bestimmen, wird eine t Meter lange Standlinie AB, die auf den Strommast zuführt, abgesteckt. Von den Enden der Standlinie misst man zur Spitze des Strommasts die Höhenwinkel α und β. Wie hoch ist der Strommast? Mache zuerst eine Skizze.

$$t = 25\ m;\ \ \alpha = 29{,}2°\ ;\ \ \beta = 35{,}1°$$

Bsp. 14) Von einem Aussichtsturm, der eine Höhe von 52 Metern besitzt, sieht man die Füße zweier Menschen A und B unter den Tiefenwinkeln $\alpha = 6{,}5°$ und $\beta = 9°$. Die beiden Menschen befinden sich auf einem waagrechten Landstück. Der Horizontalwinkel ist $\gamma = 99°$, der vom Fußpunkt des Aussichtsturms zu den Menschen gemessenen wird. Berechne den Abstand der beiden Personen und bestimme den Winkel, den die Sehstrahlen von der Turmspitze zu den Menschen einschließen. Mache zuerst eine Skizze.

Bsp. 15) Eine Hängebrücke soll zwei Punkte A und B verbinden, die über eine Schlucht führen soll. Der Punkt A liegt 140m, der Punkt B 145m über der Schlucht. Vom Punkt C im Tal der Schlucht erscheint der Punkt A unter einem Höhenwinkel $\alpha = 48°$ und nach Schwenken des Messinstruments um den Horizontalwinkel $\gamma = 74°$ erscheint der Punkt B unter dem Höhenwinkel $\beta = 42°$. Berechne die Länge und die Steigung (in Prozent) der Brücke. Mache zuerst eine Skizze.

Bsp. 16) In Jesolo (Italien) gibt es einen Sandstrand, von dem man einen entfernten Leuchtturm sieht. Am Strand wird eine 620m lange Strandlinie AB abgesteckt und man misst zum Fußpunkt F des Leuchtturms die Winkel $\alpha = \sphericalangle FAB = 52°$ und $\beta = \sphericalangle ABF = 75°$. Von A aus misst man zur Spitze S des Leuchtturms den Höhenwinkel $\gamma = 7°$. Berechne die Höhe des Leuchtturms. Mache zuerst eine Skizze.

Video 13/13

6. POLARKOORDINATEN

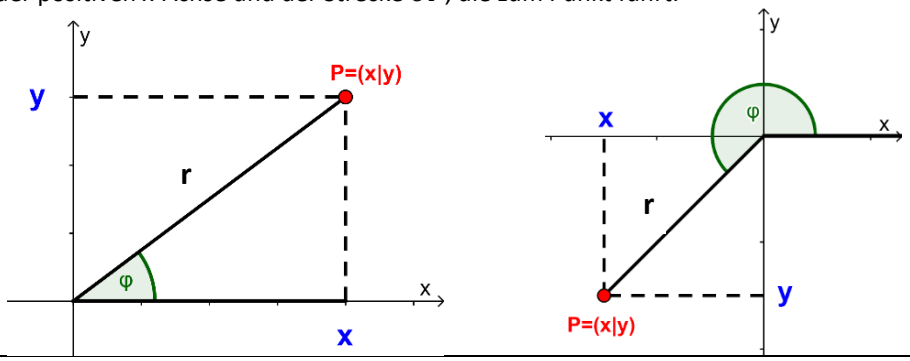
Bisher haben wir Punkte in einem Koordinatensystem immer in kartesischen Koordinaten $P = (x|y)$ angegeben. Jeder Punkt kann jedoch auch in Polarkoordinaten $P = (r|\varphi)$ angegeben werden:

Polarkoordinaten:

Jeder Punkt wird eindeutig durch folgende beiden Angaben festgelegt:

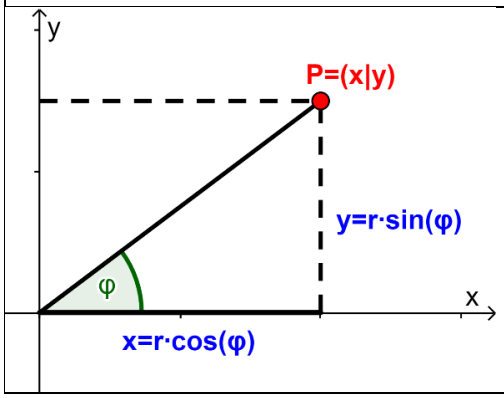
r … Entfernung des Punktes vom Koordinatenursprung

φ … Winkel zwischen der positiven x-Achse und der Strecke $\overline{OP}$, die zum Punkt führt.



1) Umrechnung von kartesischen Koordinaten $(x|y)$ in Polarkoordinaten $(r|\varphi)$:

- Satz von Pythagoras: $\boldsymbol{r = \sqrt{x^2 + y^2}}$
- Definition des Tangens: $\boldsymbol{\varphi = \tan^{-1}(\frac{y}{x})}$



2) Umrechnung von Polarkoordinaten $(r|\varphi)$ in kartesische Koordinaten (x|y)
Es wird die Definition des Sinus bzw. Cosinus im rechtwinkligen Dreieck verwendet:

- x ist die Ankathete des Winkels φ
- y die Gegenkathete des Winkels φ
- r ist die Länge der Hypotenuse.

$$\cos(\varphi) = \frac{x}{r} \rightarrow \quad \boldsymbol{x = r \cdot \cos(\varphi)}$$

$$\sin(\varphi) = \frac{y}{r} \rightarrow \quad \boldsymbol{y = r \cdot \sin(\varphi)}$$

Bsp. 17) Berechne die Polarkoordinaten $(r|\varphi)$. Beachte, in welchem Quadranten der Punkt liegt (φ)

$P = (3\|9)$	$P = (-4\|3)$	$P = (-6\|-14)$

Bsp. 18) Berechne die kartesischen Koordinaten der Punkte.

$A = (6\|45°)$	$P = (8\|130°)$	$P = (2\|300°)$